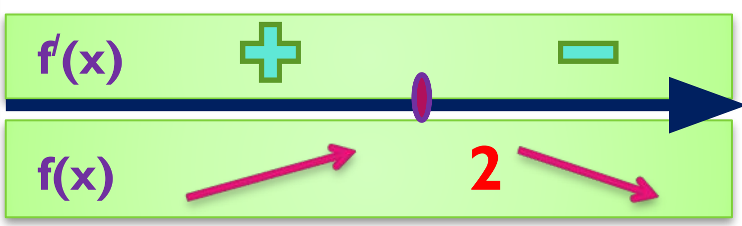
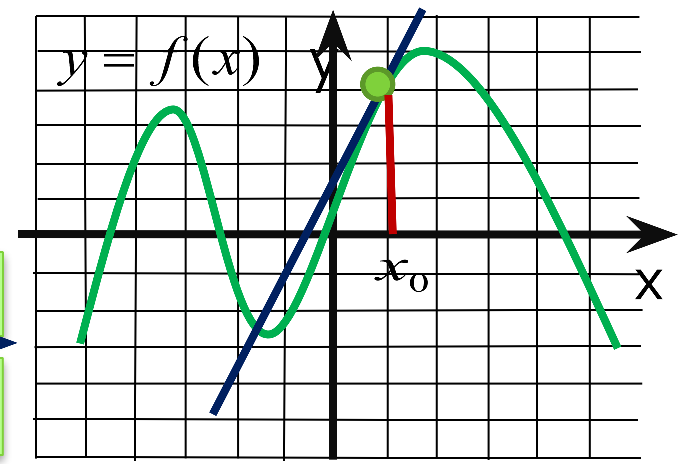
ЕГЭ Производная в заданиях уровня В.





Учитель высшей категории Сильченкова С.Н.,
г.Белый Тверской обл.

Цели урока

- повторить и обобщить теоретические знания по темам: «Геометрический смысл производной», «Применение производной к исследованию функций»
- рассмотреть все типы задач В8, встречающиеся на ЕГЭ по математике
- проверить свои знания при самостоятельном решении задач
- научиться вносить свой ответ в экзаменационный бланк ответов

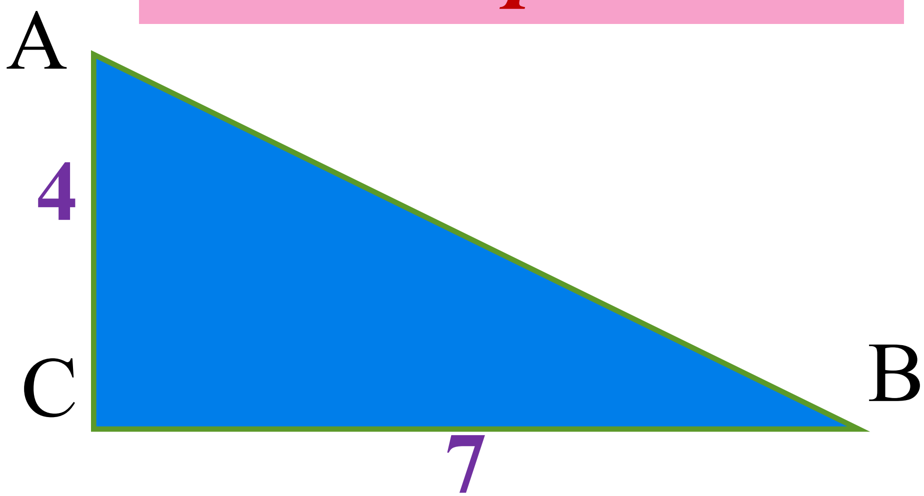
Учитель высшей категории Сильченкова С.Н., г.Белый Тверской обл.

ТЕМА 1

Геометрический смысл производной

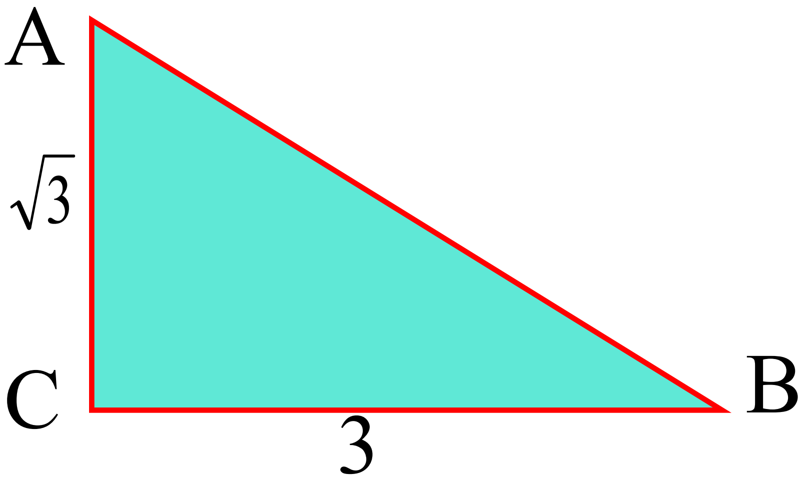
Учитель высшей категории Сильченкова С.Н.,
г.Белый Тверской обл.

Устная работа



tg A-?

tg B -?

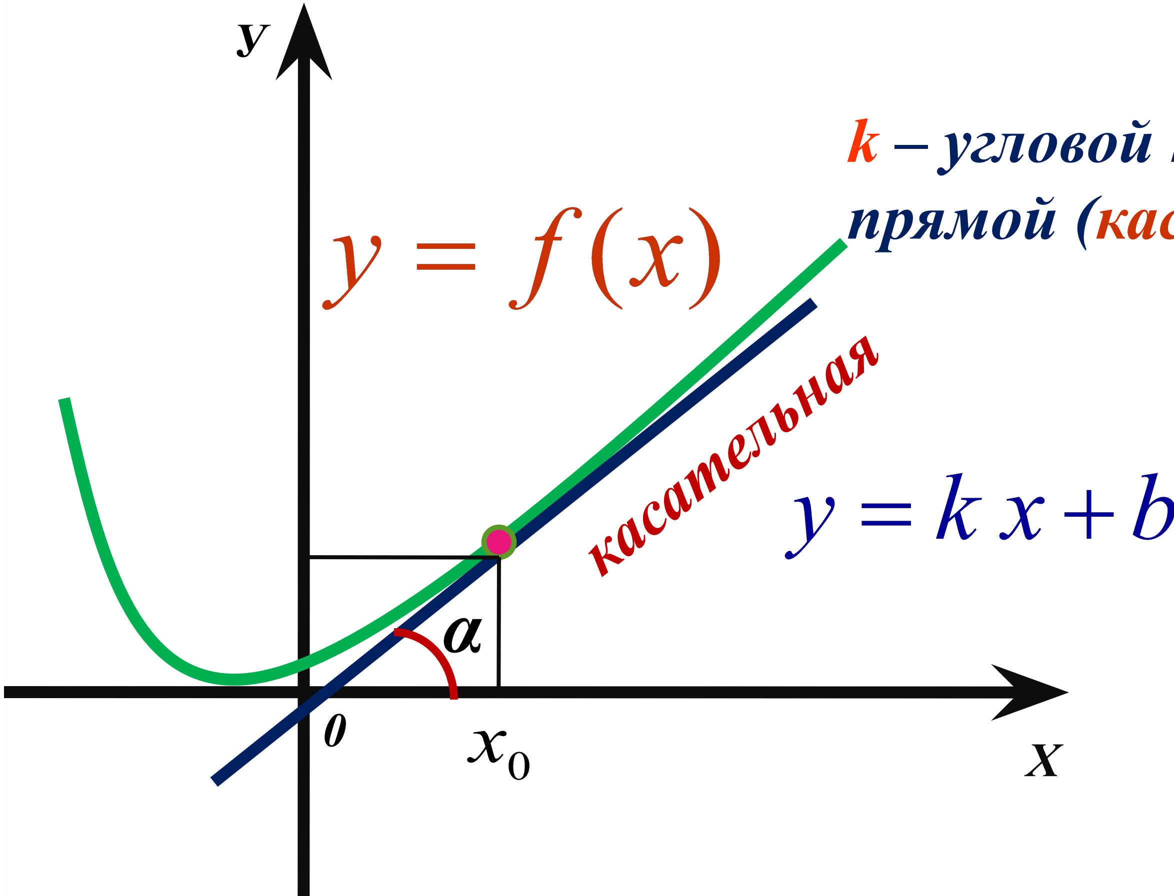


Вычислите $tg\alpha$, если $\alpha = 135°$, $120°$, $150°$

Найдите градусную меру $\angle B$

Найдите градусную меру $\angle A$

Учитель высшей категории Сильченкова С.Н., г.Белый Тверской обл.



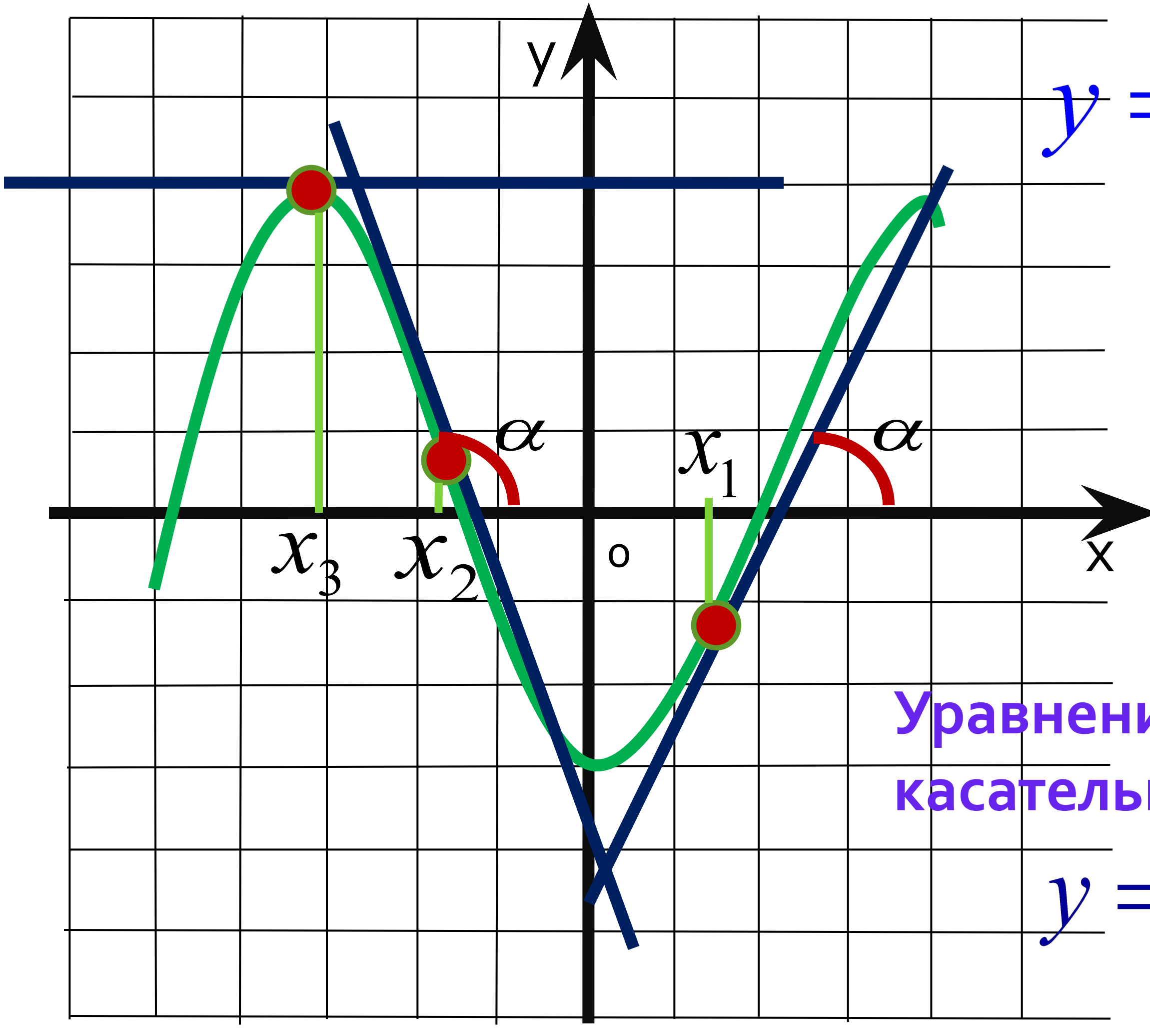
***k* – угловой коэффициент прямой (касательной)**

***Геометрический смысл производной:* значение производной функции *f(x)* в точке с абсциссой x_0 равно угловому коэффициенту касательной к графику функции *y = f(x)* в точке $(x_0; f(x_0))$, т.е. $f'(x_0) = k$**

Поскольку $k = tg\alpha$ ***, то верно равенство*** $f'(x_0) = tg\alpha = k$

Если α < 90°, то k > 0.

Если α > 90°, то k < 0.



$$y = f(x)$$

Уравнение касательной

$$y = kx + b$$

Если α = 0°, то k = 0. Касательная параллельна оси ОХ.

Острый или тупой угол образует касательная к графику функции в точке x_0 с положительной полуосью Ох?

$$y = 2x^2, x_0 = 1$$

$$y = (x-5)^2, x_0 = 3$$

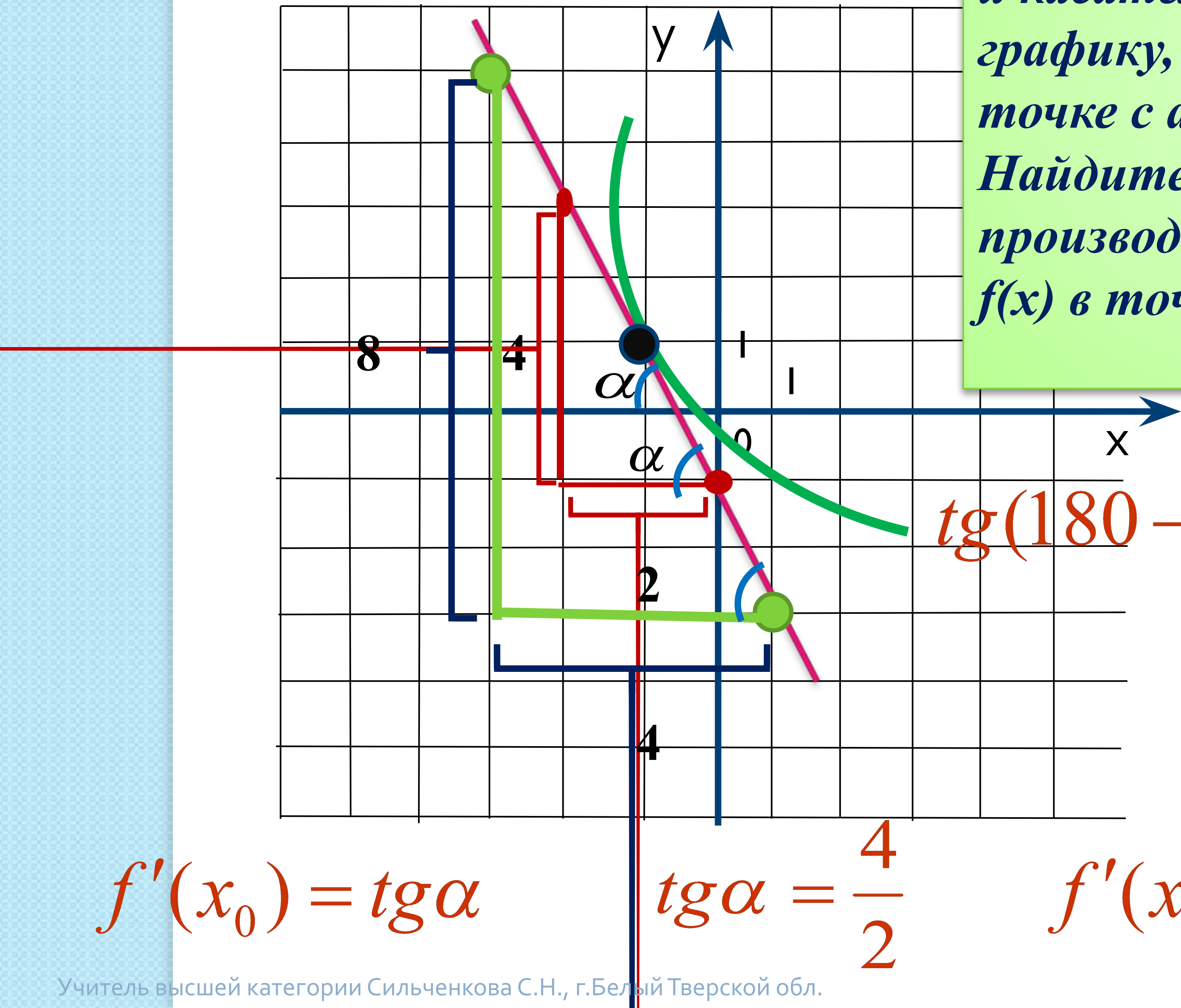
$$y = x^3 - x^2, x_0 = -1$$

Чему равен тангенс угла наклона касательной к графику функции $y = x^2 + 2$ в точке $x_0 = -1$?

Учитель высшей категории Сильченкова С.Н., г. Белый Тверской обл.

Задание №1.

На рисунке изображён график функции y = f(x) и касательная к этому графику, проведённая в точке с абсциссой -1. Найдите значение производной функции f(x) в точке x_0 = -1.



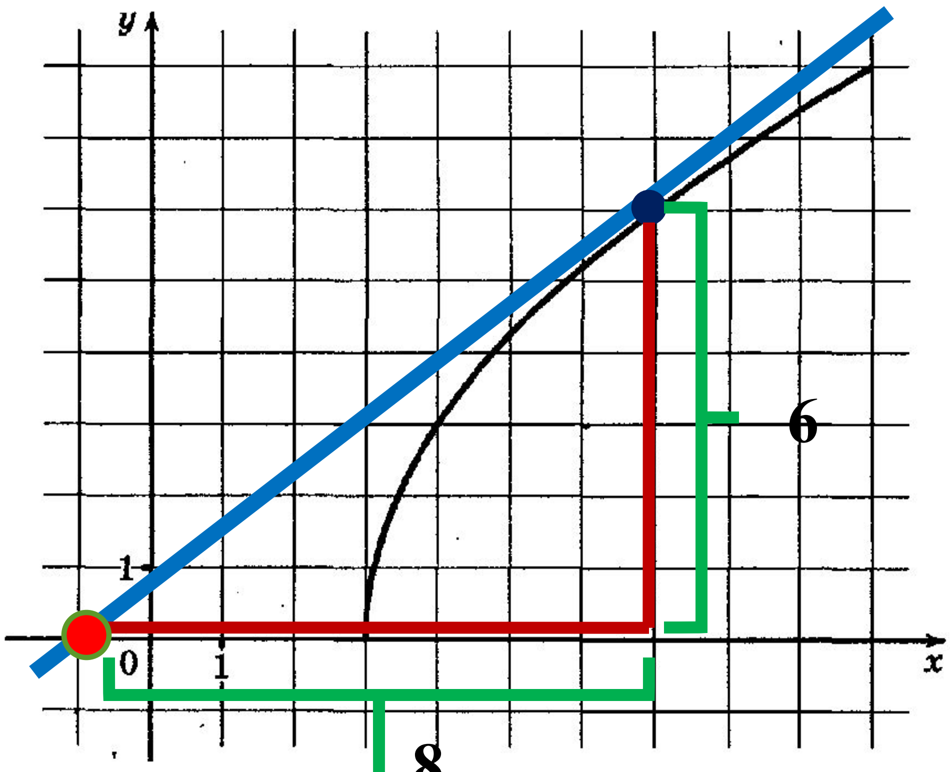
$$tg(180-\alpha)=-tg\alpha$$

подсказка

$$f'(x_0)=tg\alpha \qquad tg\alpha=\frac{4}{2} \qquad f'(x_0)=-2$$

Задание №2.

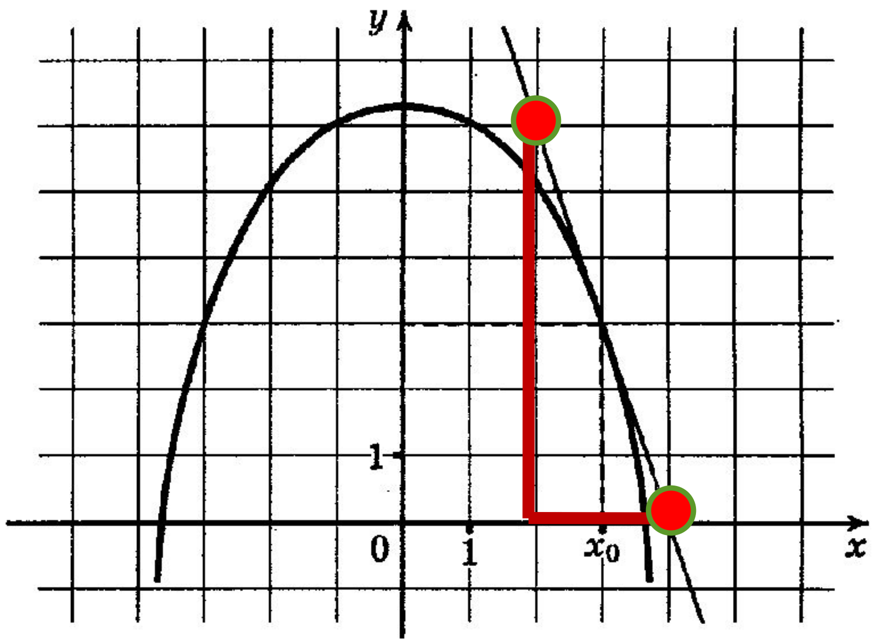
На рисунке изображен график функции $y = f(x)$. Прямая, проходящая через точку $(-1; 0)$, касается графика этой функции в точке с абсциссой 7. Найдите $f'(7)$.



Ответ: В8 0 , 7 5

Задание №3.

На рисунке изображен график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0. Найдите значение производной $f'(x)$ в точке x_0.

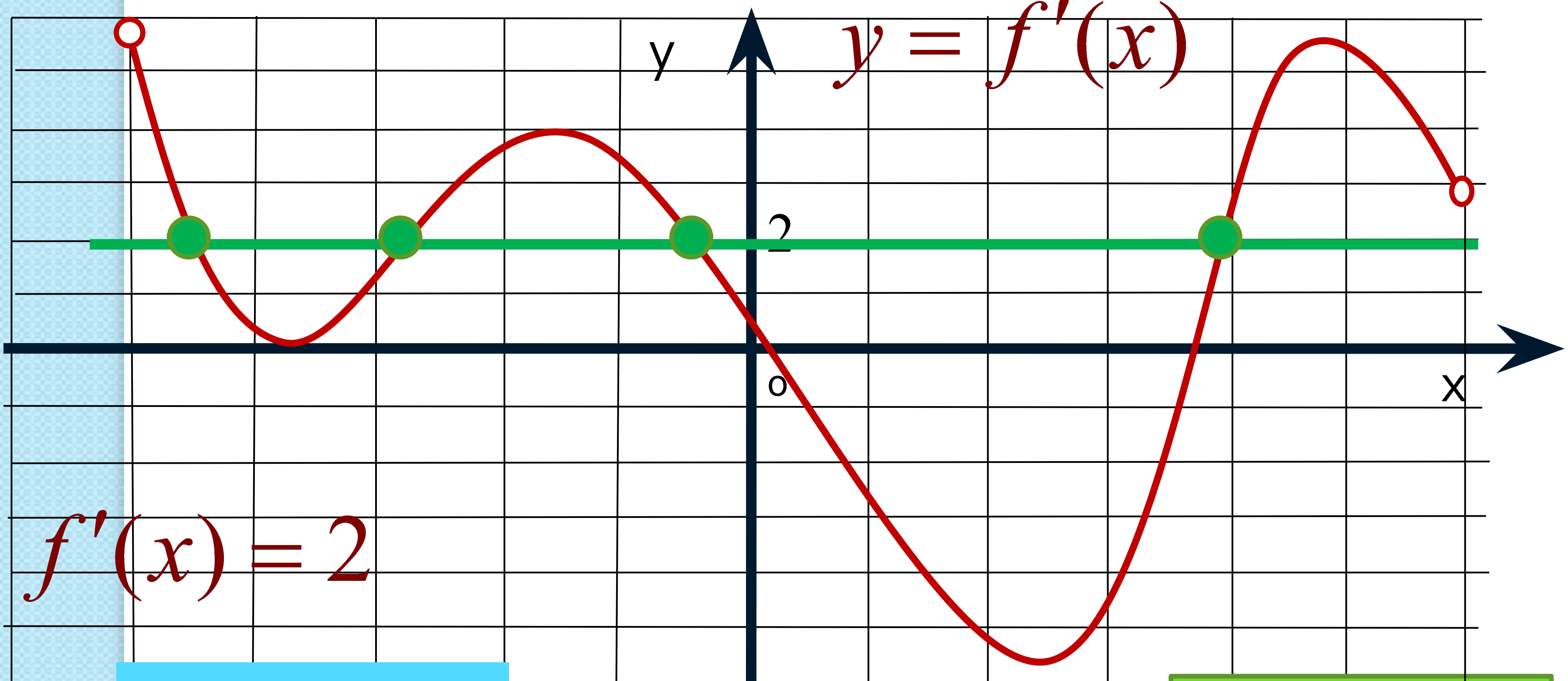


Ответ: В 8 | - | 3

Учитель высшей категории Сильченкова С.Н., г.Белый Тверской обл.

Задание №4.

На рисунке изображён график производной функции y = f (x), определённой на интервале (-5;6). Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции y = f(x) параллельна прямой y = 2x – 5 или совпадает с ней.



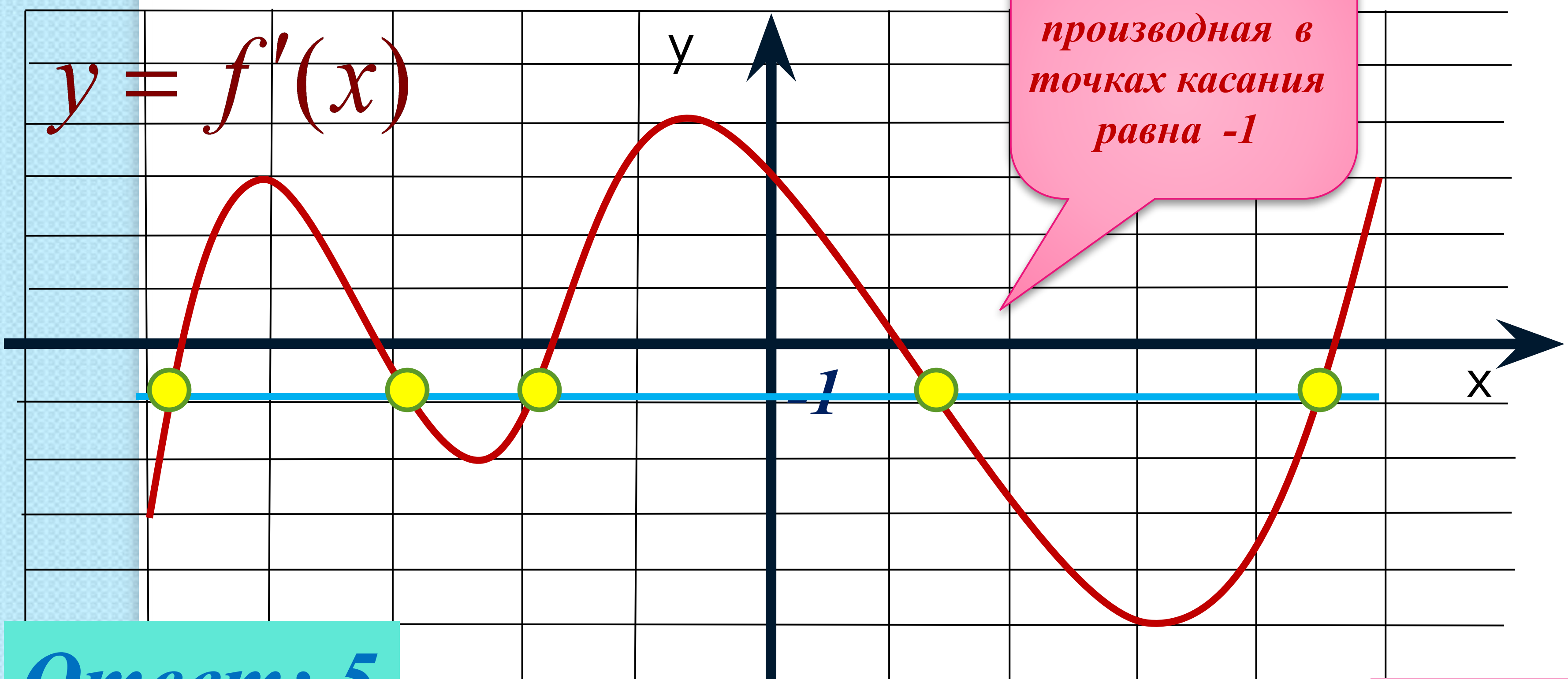
Ответ: 4

Учитель высшей категории Сильченкова С.Н., г.Белый Тверской обл.

подсказка

Задание №5

К графику функции y = f(x) провели касательные под углом 135° к положительному направлению оси Ох. На рисунке изображён график производной функции. Укажите количество точек касания.



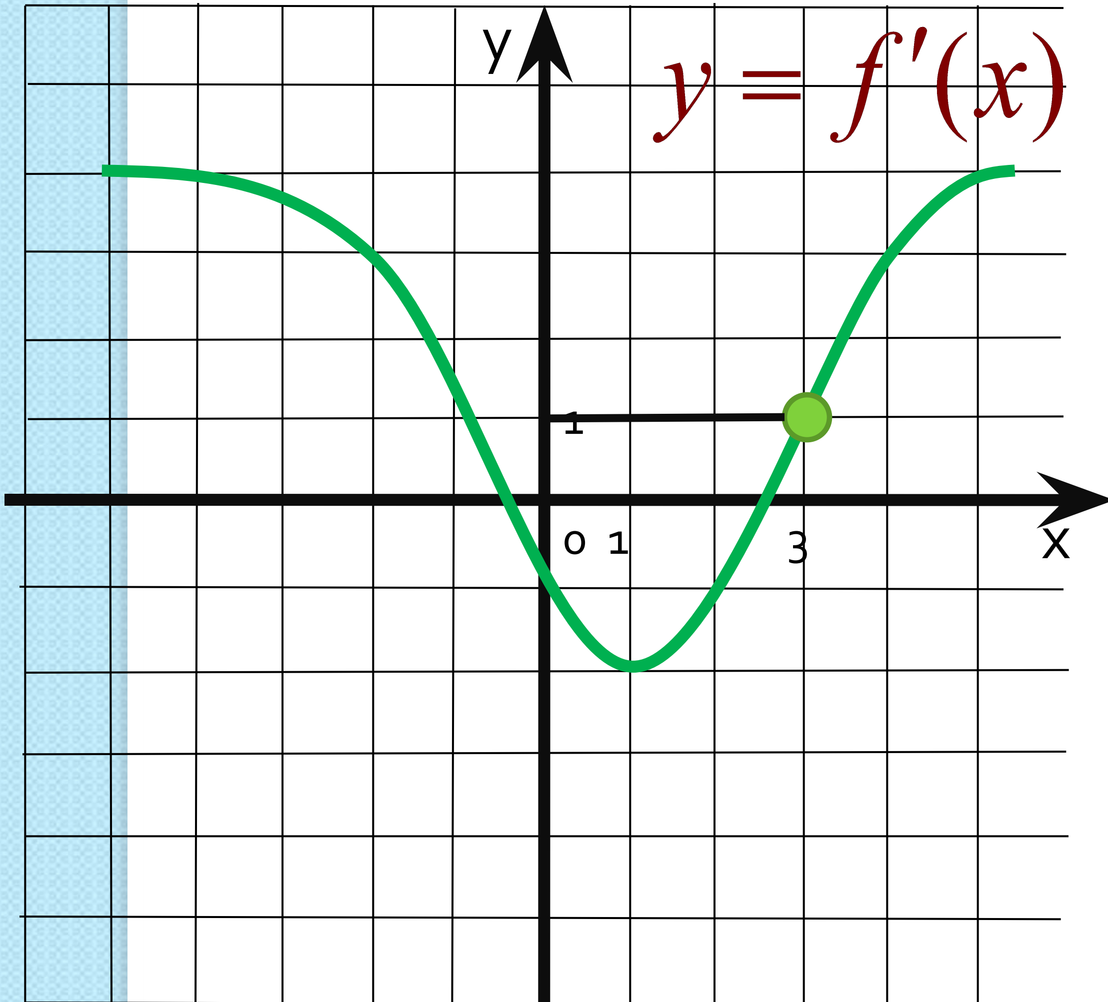
tg 135° = -1, значит производная в точках касания равна -1

Ответ: 5

Учитель высшей категории Сильченкова С.Н., г. Белый Тверской обл.

подсказка

Задание №6



К графику функции y = f(x) проведена касательная в точке с абсциссой $x_0 = 3$. Определите градусную меру угла наклона касательной, если на рисунке изображён график производной этой функции.

$$f'(x_0) = 1$$

$$tg\alpha = 1$$

$$\alpha = 45^{\circ}$$

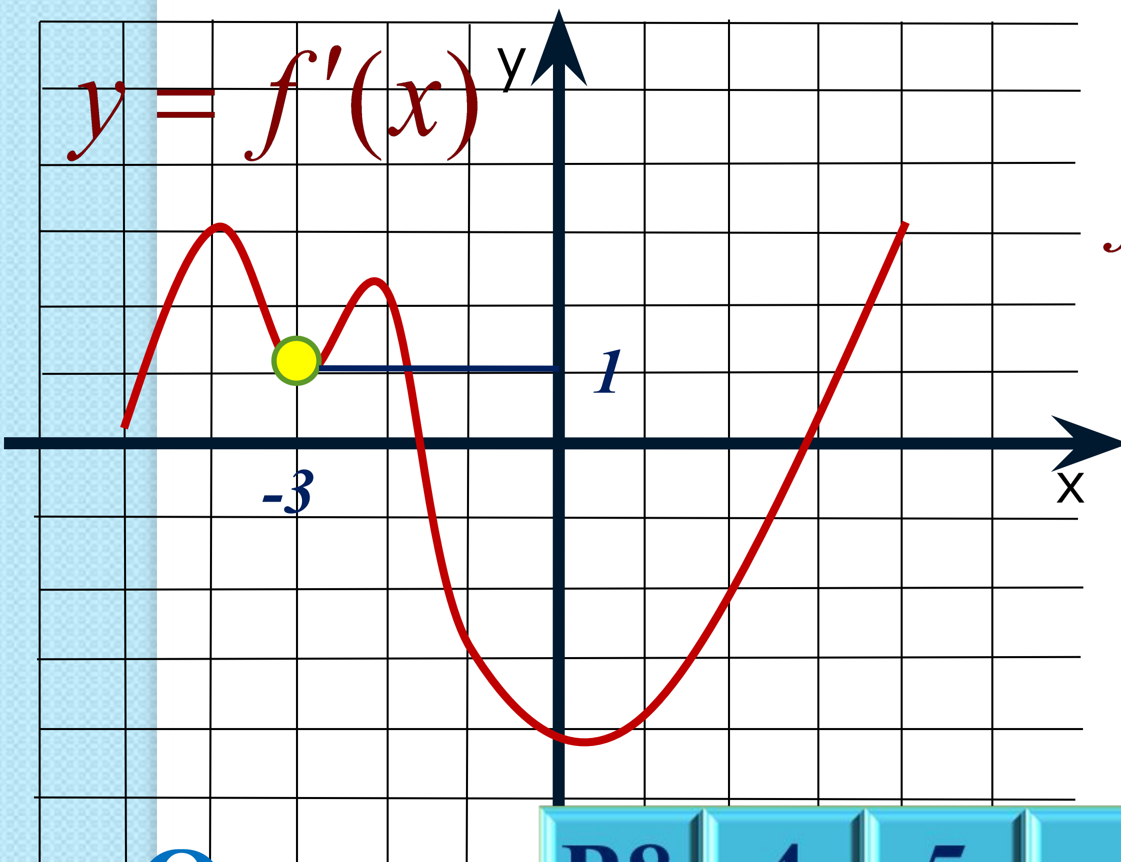
Ответ:

B8	**4**	**5**					

Задание №7

Учитель высшей категории Сильченкова С.Н.,
г.Белый Тверской обл.

По графику производной функции определите величину угла в градусах между положительным направлением оси Ox и касательной к графику функции y = f(x) в точке x_0 = -3.



$$f'(-3) = 1 = tg\alpha$$

Ответ:

B8	4	5					

Задание №8

Прямая $y = 8x + 11$ параллельна касательной к графику функции $y = x^2 + 7x - 7$. Найдите абсциссу точки касания.

Ответ:

B8	0	,	5				

подсказка

Задание №9

Прямая $y = -4x - 11$ является касательной к графику функции $y = x^3 + 7x^2 + 7x - 6$. Найдите абсциссу точки касания.

Ответ:

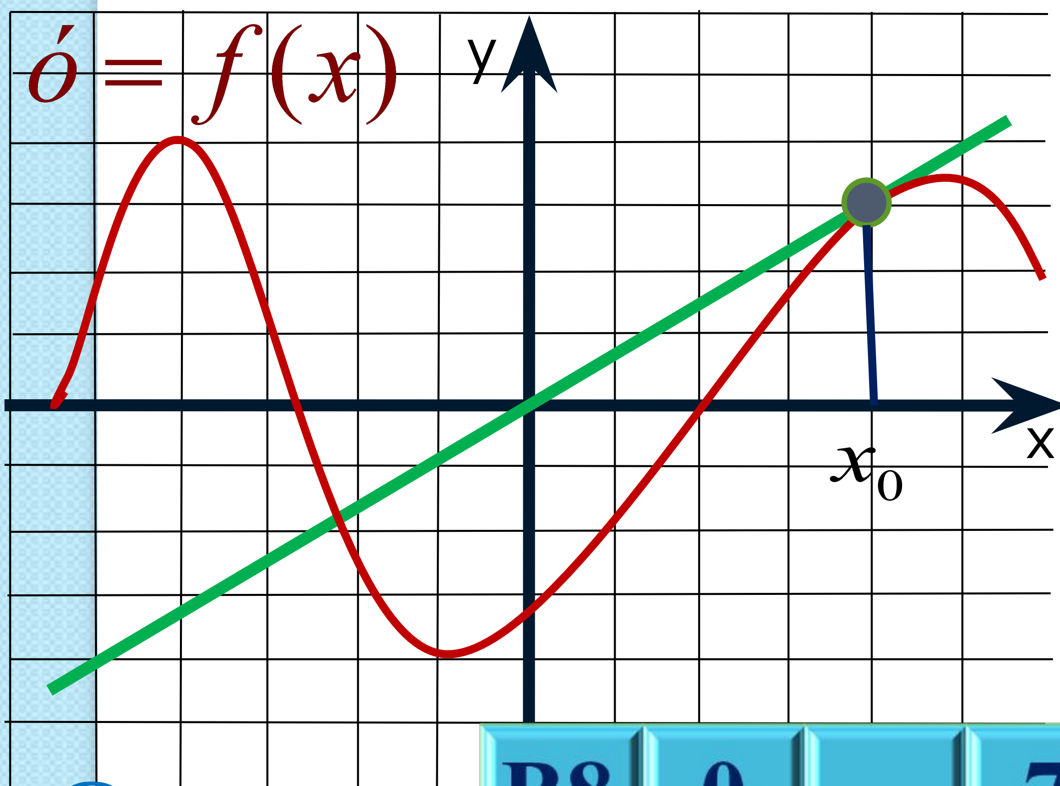
B8	-	1					

подсказка

Учитель высшей категории Сильченкова С.Н., г. Белый Тверской обл.

Задание №10

Прямая проходит через начало координат и касается графика функции y = f(x). Найдите производную в точке x = 4.



Производная функции в точке x = 4 – это производная в точке касания x_0, а она равна угловому коэффициенту касательной или тангенсу угла наклона касательной к положительному направлению оси ох

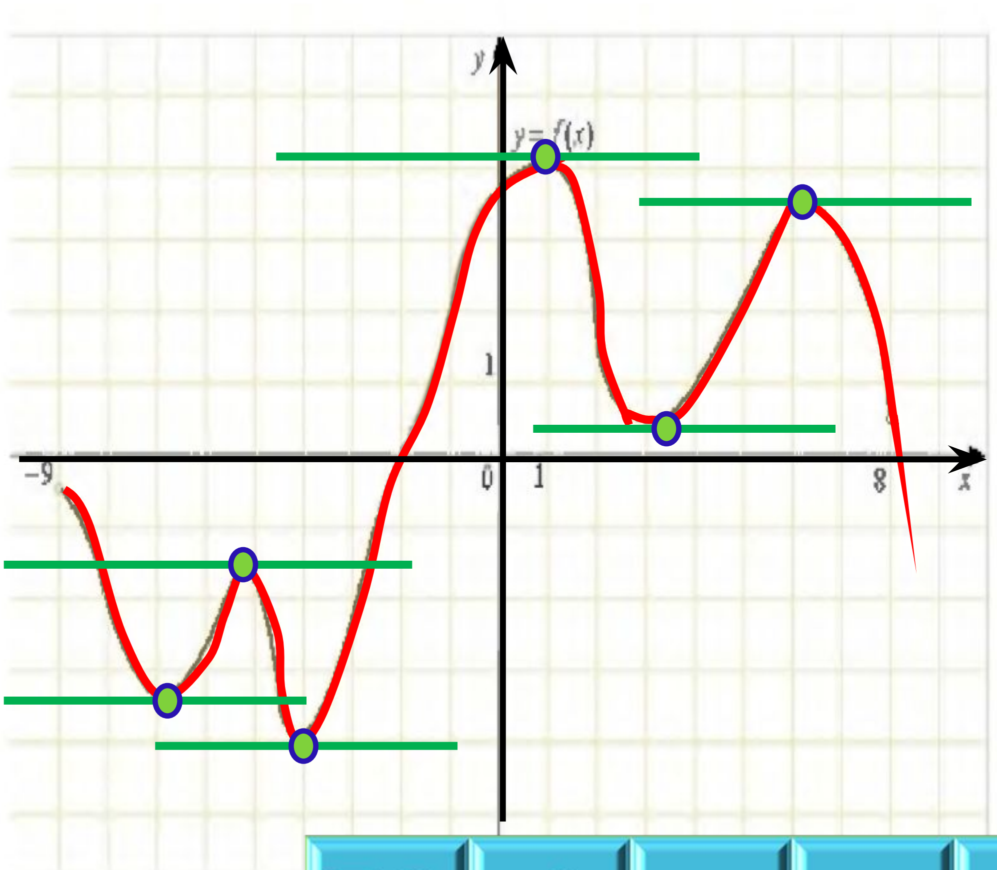
подсказка

Ответ: В8 0 , 7 5

Учитель высшей категории Сильченкова С.Н., г. Белый Тверской обл.

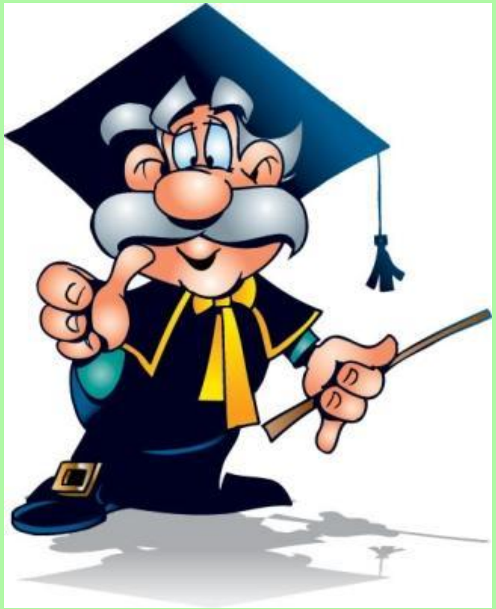
Задание №11

На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-9;8)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции параллельна прямой $y = 10$.



Ответ:

B8	6						

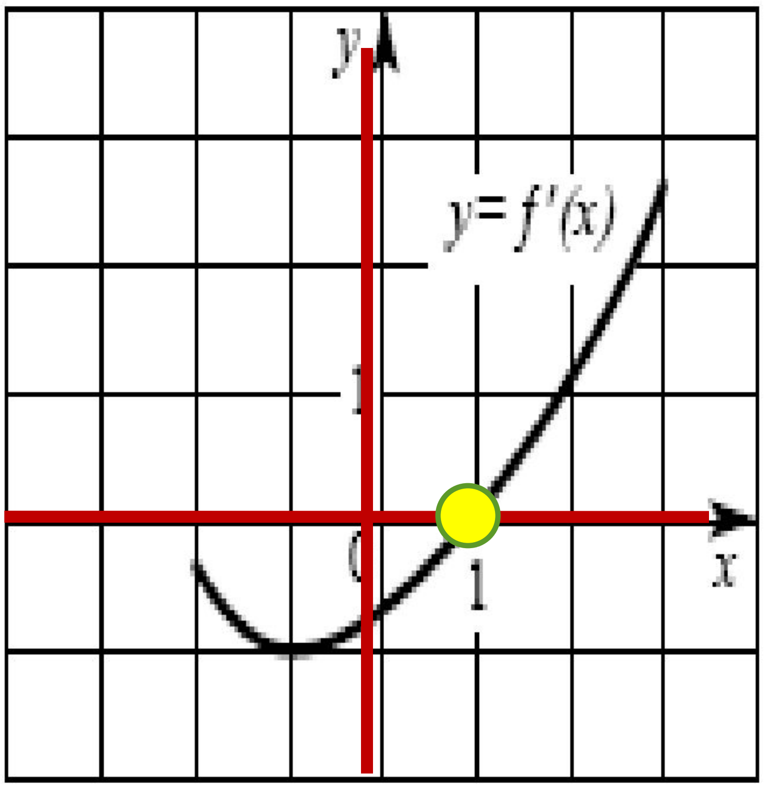


Решите самостоятельно следующие задания

Учитель высшей категории Сильченкова С.Н., г. Белый Тверской обл.

№1

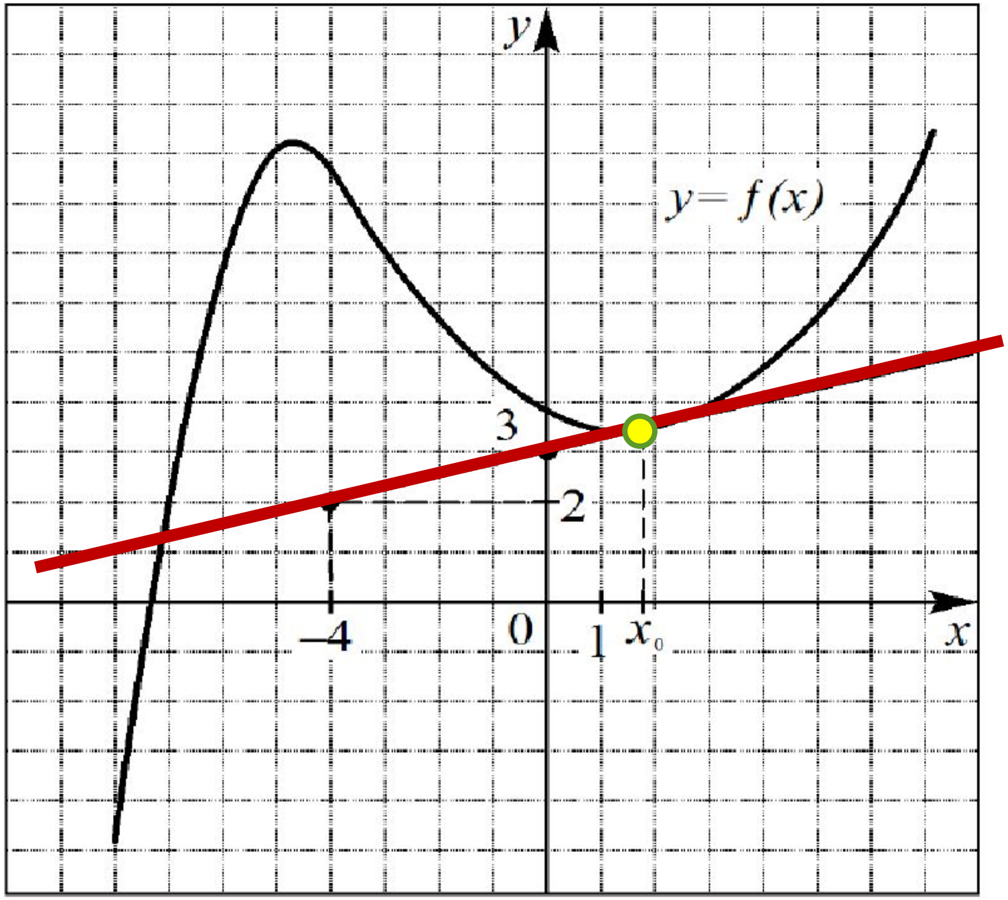
На рисунке изображен график производной $y = f'(x)$ некоторой функции $f(x)$, определенной на интервале $(-2;3)$. Укажите абсциссу точки, в которой касательная к графику функции $y = f(x)$ параллельна прямой $y = -3$ или совпадает с ней.



Учитель высшей категории Сильченкова С.Н., г.Белый Тверской обл.

№2

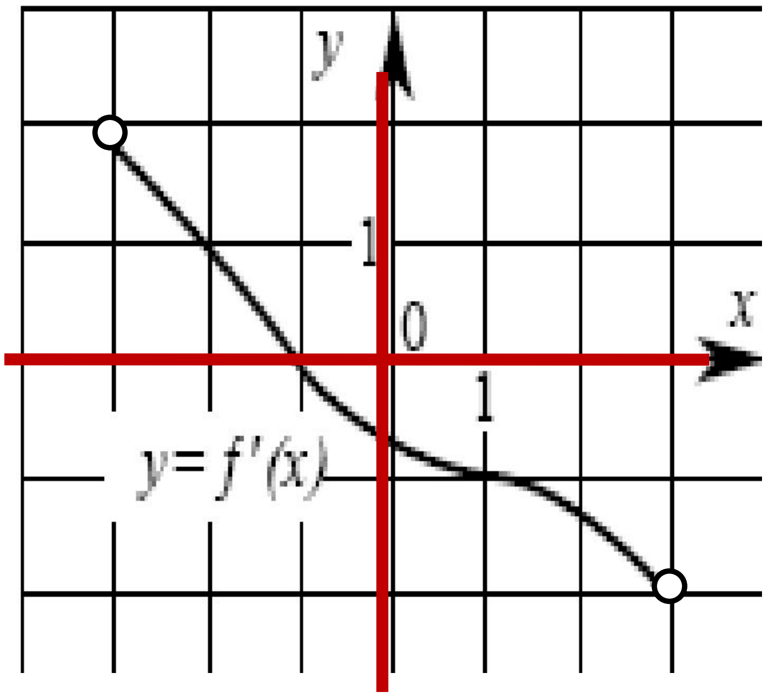
На рисунке изображен график функции $y = f(x)$ и касательная к этому графику, проведенная в точке x_0. Пользуясь рисунком, найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0.



Учитель высшей категории Сильченкова С.Н., г.Белый Тверской обл.

№3

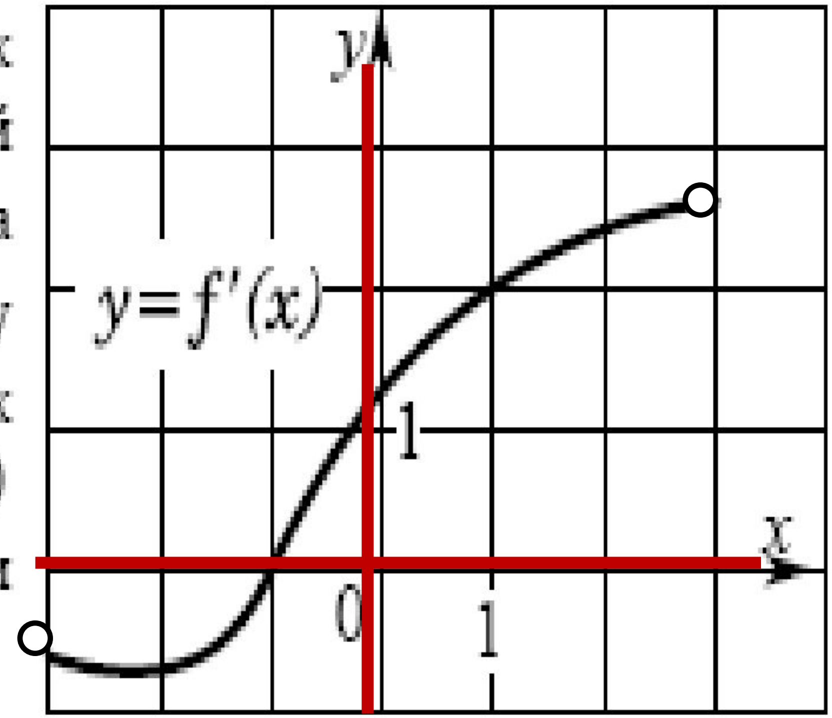
На рисунке изображен график производной $y = f'(x)$ некоторой функции $f(x)$, определенной на интервале $(-3;3)$. Укажите абсциссу точки, в которой касательная к графику функции $y = f(x)$ параллельна прямой $y = 4 - x$ или совпадает с ней.



Учитель высшей категории Сильченкова С.Н., г.Белый Тверской обл.

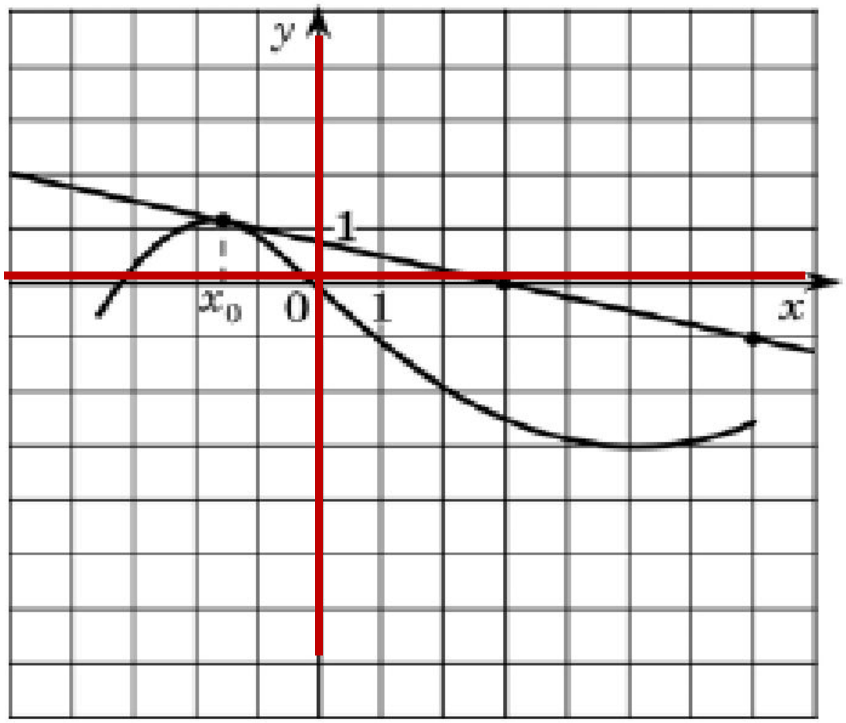
№4

На рисунке изображен график производной $y = f'(x)$ некоторой функции $f(x)$, определенной на интервале $(-3;3)$. Укажите абсциссу точки, в которой касательная к графику функции $y = f(x)$ параллельна прямой $y = 2x$ или совпадает с ней.



№5

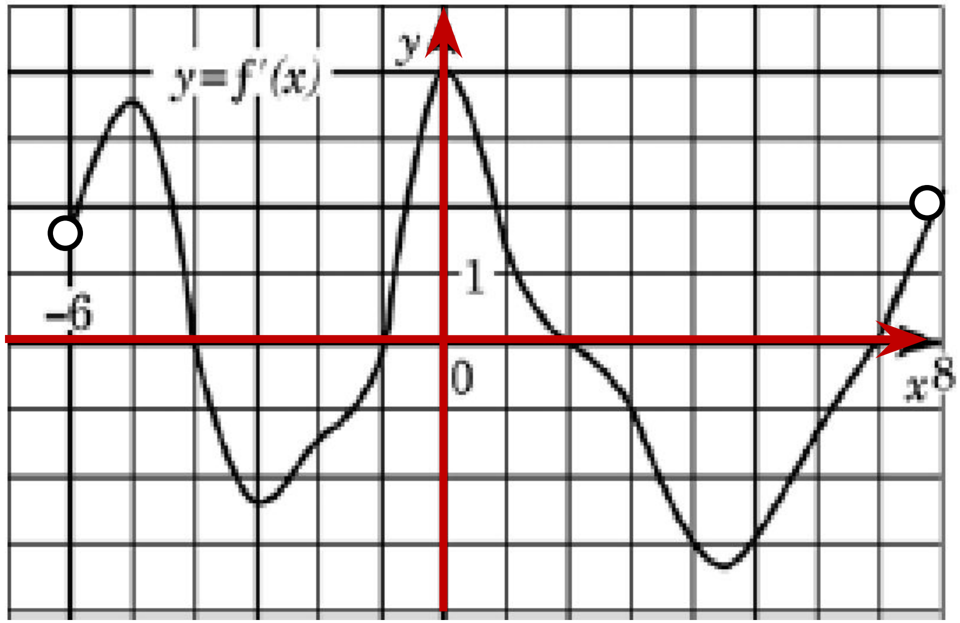
На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0. Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0.



Учитель высшей категории Сильченкова С.Н., г. Белый Тверской обл.

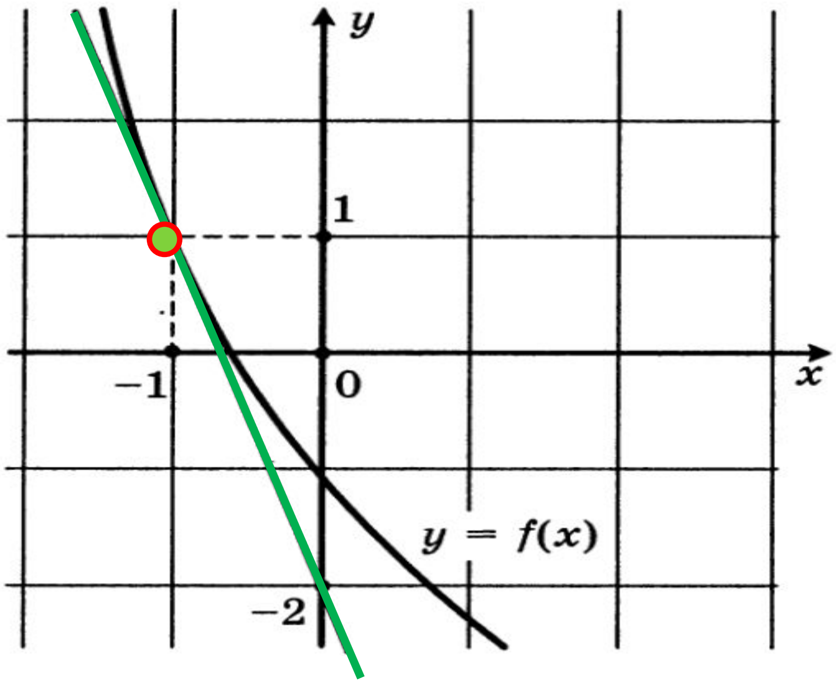
№6

На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-6; 8)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции $y=f(x)$ параллельна прямой $y = -2x - 7$ или совпадает с ней.



№7

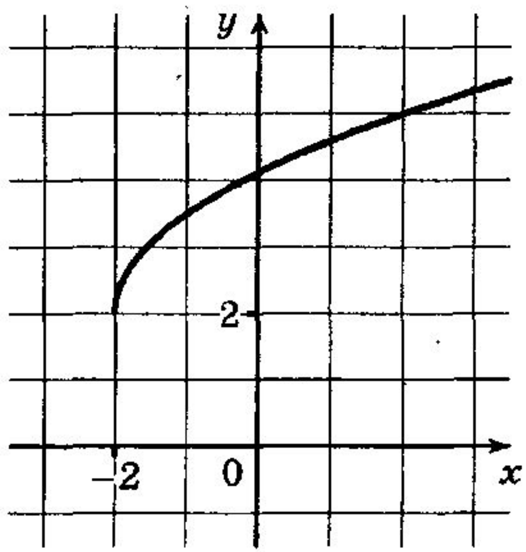
На рисунке изображен график функции $y = f(x)$ и касательная к этому графику, проведенная в точке с абсциссой -1. Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке $x_0 = -1$.



Учитель высшей категории Сильченкова С.Н., г.Белый Тверской обл.

№8

На рисунке изображен график функции $y = f(x)$. Прямая, проходящая через точку $(-2; 4)$, касается этого графика в точке с абсциссой 2. Найдите $f'(2)$.



Учитель высшей категории Сильченкова С.Н., г. Белый Тверской обл.

Проверьте себя

№1	1
№2	0,25
№3	1
№4	1
№5	-0,25
№6	4
№7	-3
№8	0,25

Учитель высшей категории Сильченкова С.Н., г. Белый Тверской обл.

ТЕМА 2

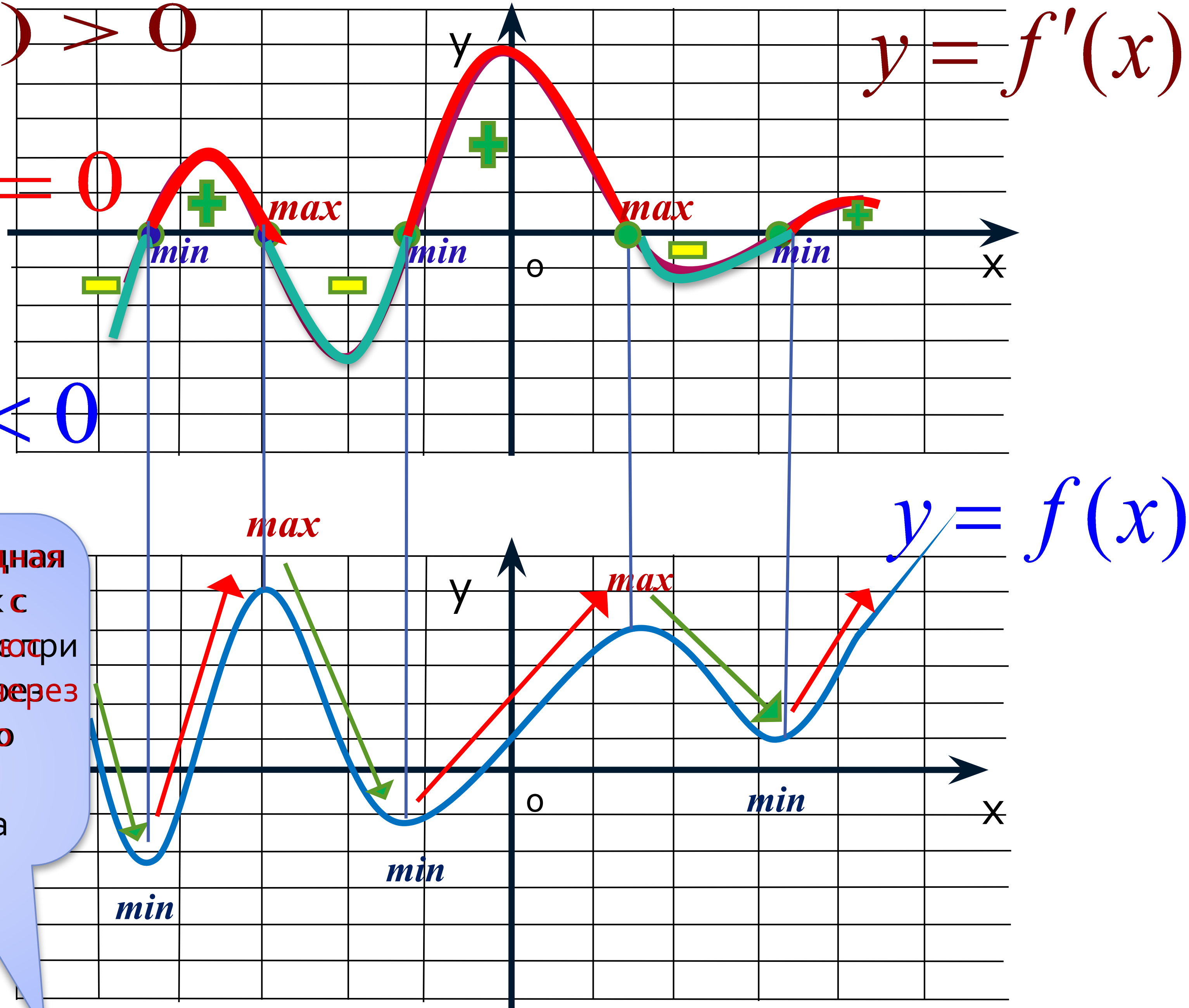
Применение производной к исследованию функций

Учитель высшей категории Сильченкова С.Н.,
г.Белый Тверской обл.

$f'(x) > 0$

$f'(x) = 0$

$f'(x) < 0$



Если производная меняет знак с плюса на минус при переходе через точку Хо, то Хо-точка максимума

Если производная меняет знак с минуса на плюс при переходе через точку Хо, то Хо-точка минимума

Учитель высшей категории Сильченкова С.Н., г. Белый Тверской обл.

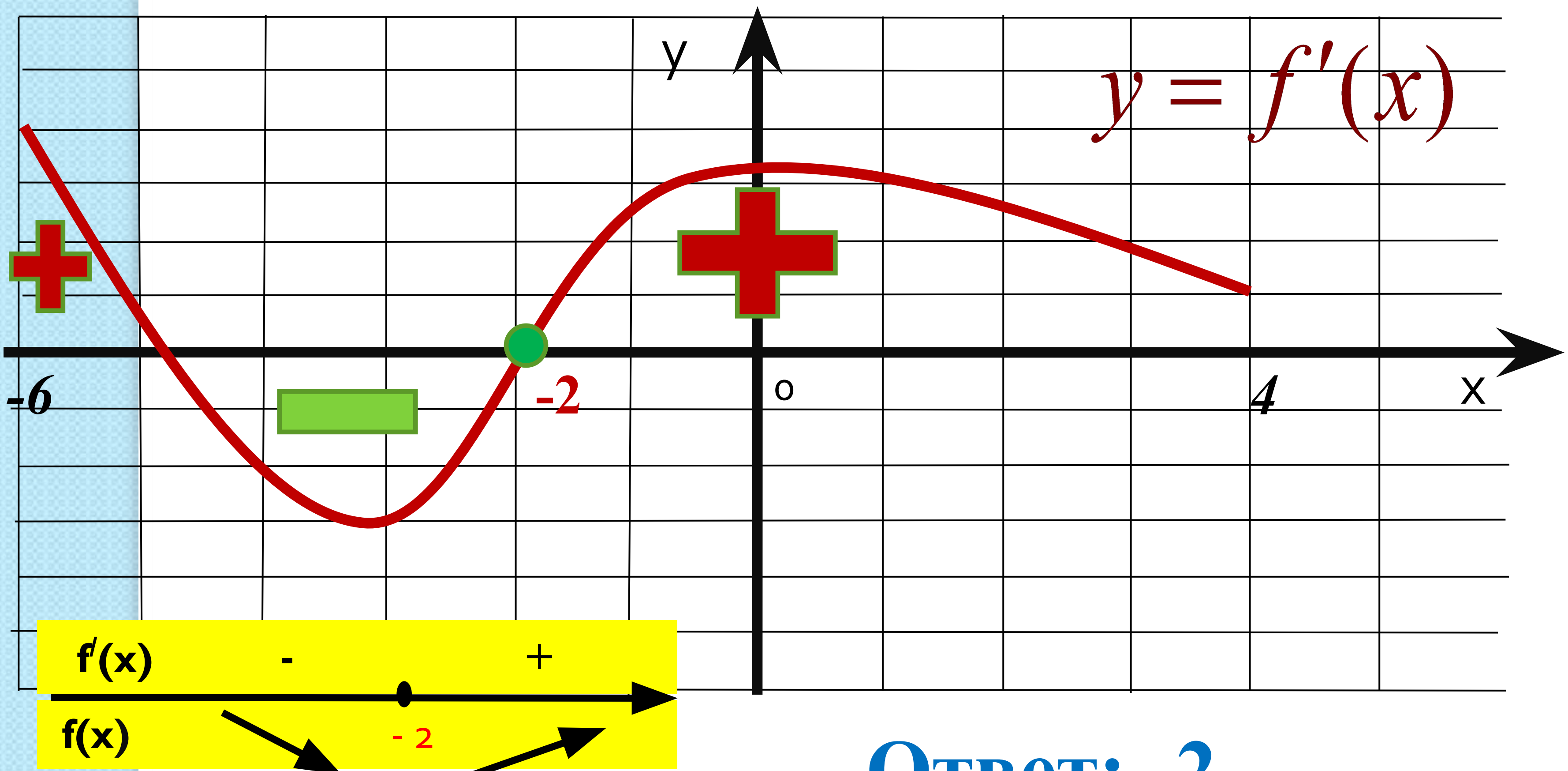
Закончите предложение

свойства f(x):		свойства f '(x):	
1	функция возрастает на промежутке и имеет на нем производную	6	проходя через точку x_0, $f'(x)$ меняет знак с « - » на « + »
2	функция убывает на промежутке и имеет на нем производную	7	проходя через точку x_0, $f'(x)$ меняет знак с « +» на « - »
3	функция возрастает на промежутке	4	неверно, что $f'(x) > 0$
4	функция убывает на промежутке	3	неверно, что $f'(x) < 0$
5	в точке X_0 функция имеет экстремум	1	$f'(x) \geq 0$
6	X_0 - точка минимума функции	2	$f'(x) \leq 0$
7	X_0 - точка максимума функции	5	$f'(x_0) = 0$ или $f'(x_0)$ не существует

Учитель высшей категории Сильченкова С.Н., г. Белый Тверской обл.

Задание №1.

Укажите точку минимума функции y = f (x), заданной на отрезке [-6;4], если на рисунке изображён график её производной.

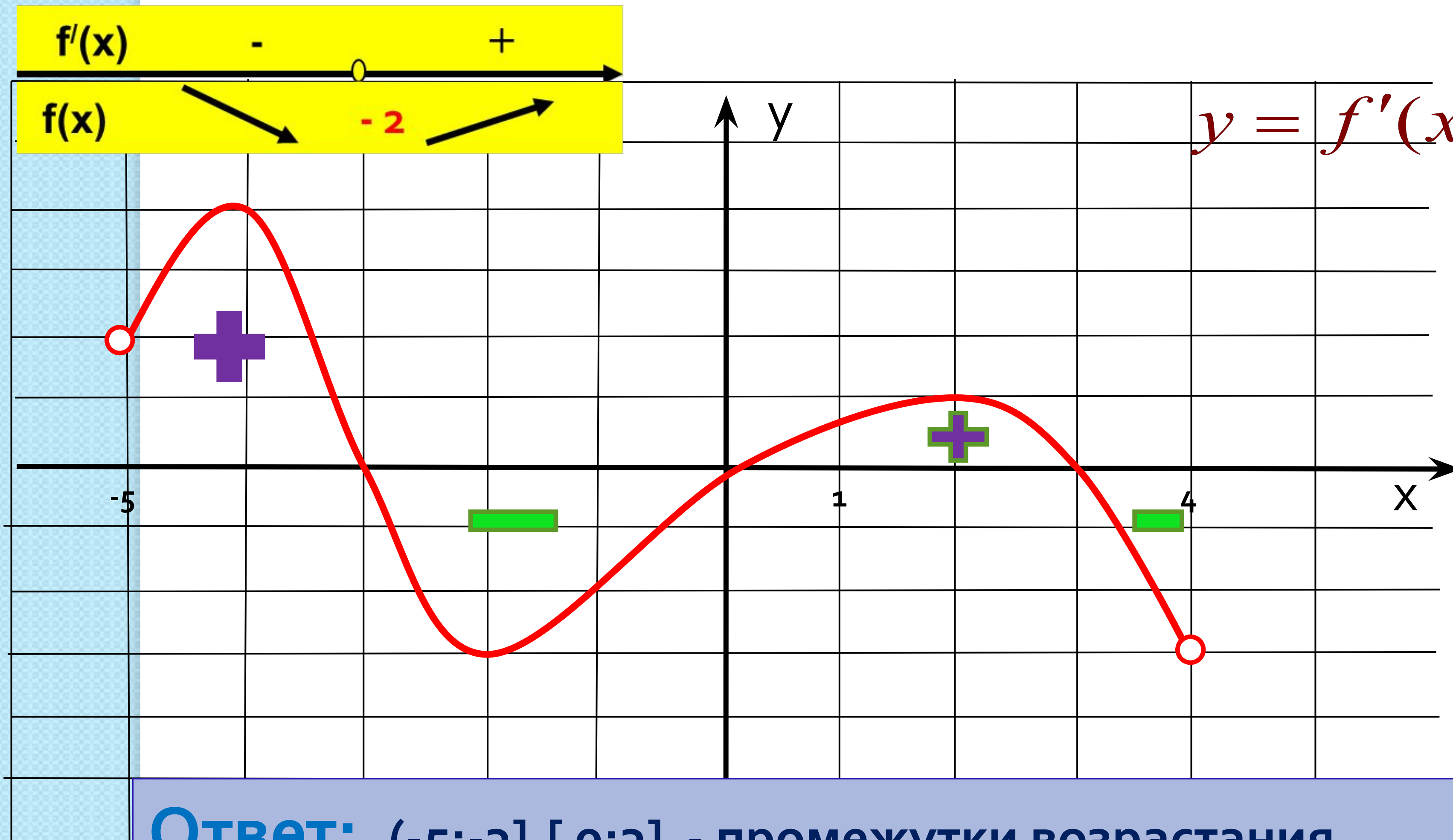


Ответ: -2

Учитель высшей категории Сильченкова С.Н., г.Белый Тверской обл.

Задание №2.

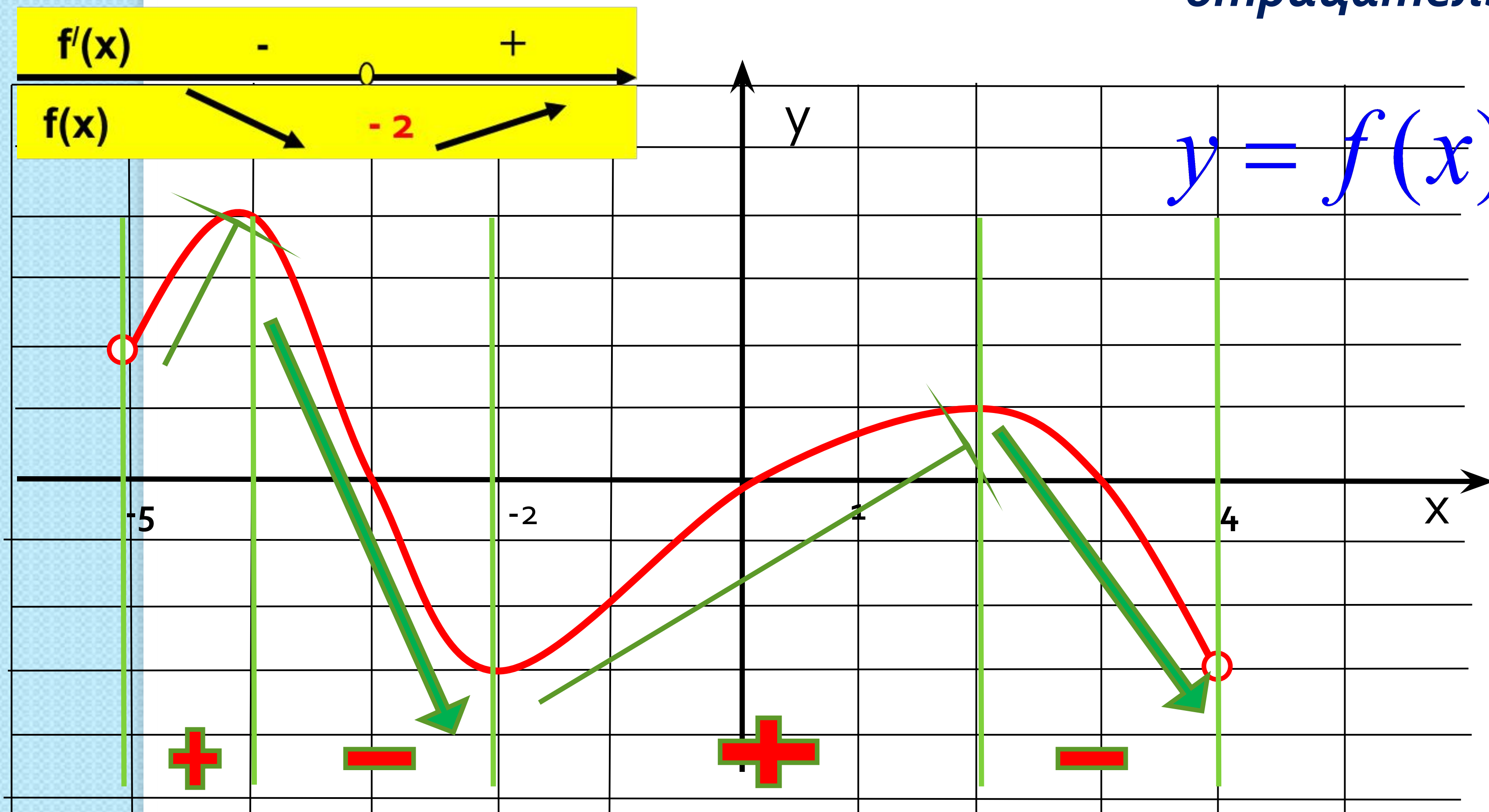
Укажите промежутки монотонности функции, используя график её производной.



Ответ: (-5;-3],[0;3] - промежутки возрастания,
[-3;0], [3;4) – промежутки убывания

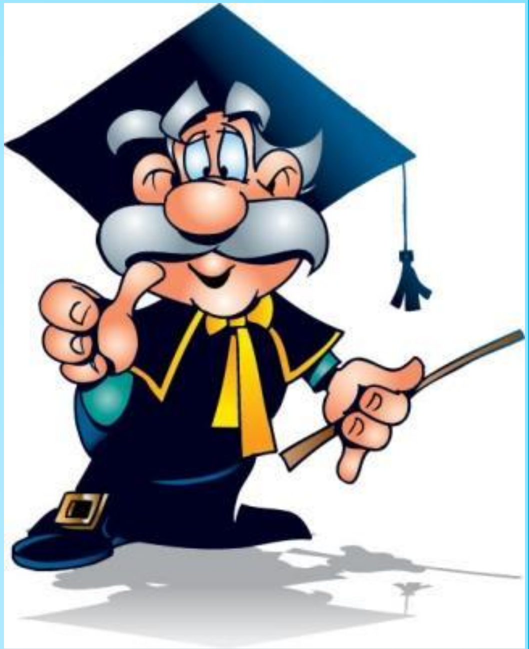
Задание №3.

Используя график функции, укажите промежутки, на которых её производная положительна, отрицательна.



Производная положительна на промежутках: (-5;-4), (-2;2)

Производная отрицательна на промежутках: (-4;-2), (2;4)



Решите самостоятельно следующие задания

Задание №1

Прямая $y = 7x - 5$ параллельна касательной к графику функции $y = x^2 + 6x - 8$. Найдите абсциссу точки касания.

Задание №2

Прямая $y = 2x$ является касательной к графику функции

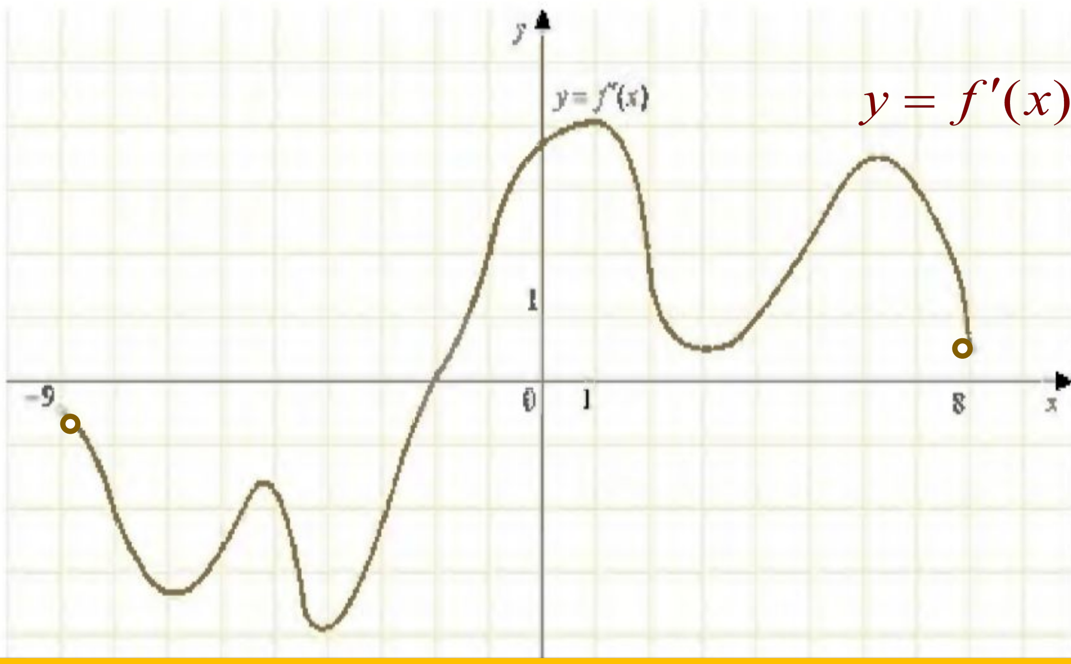
$$y = x^3 + 5x^2 + 9x + 3$$

Найдите абсциссу точки касания.

Учитель высшей категории Сильченкова С.Н.,
г.Белый Тверской обл.

Задание №3

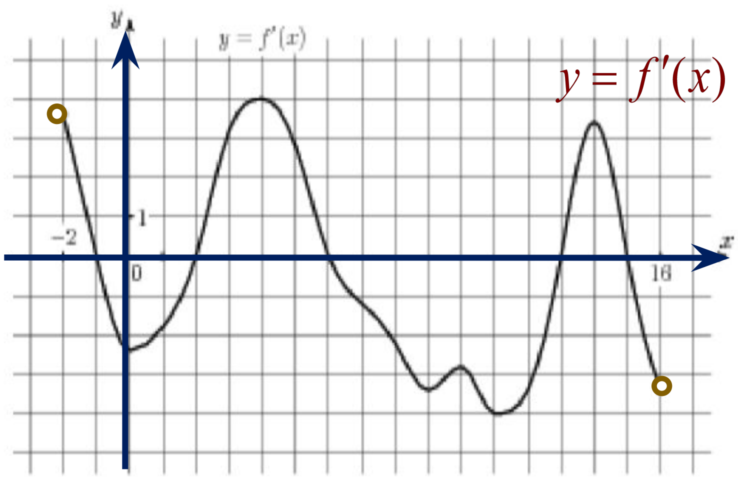
На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-9;8)$. В какой точке отрезка $[1;7]$ $f(x)$ принимает наименьшее значение.



Учитель высшей категории Сильченкова С.Н., г. Белый Тверской обл.

Задание №4

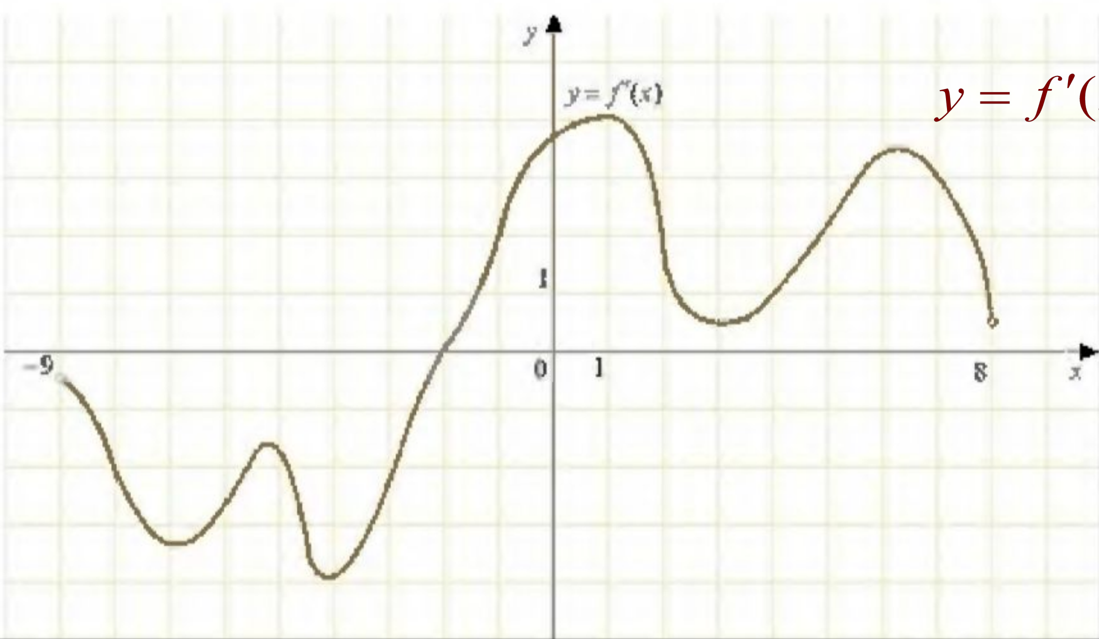
На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-2;16)$. Найдите промежутки убывания функции $f(x)$. В ответе укажите длину наибольшего из них.



Учитель высшей категории Сильченкова С.Н., г. Белый Тверской обл.

Задание №5

На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-9; 8)$. Найдите промежутки возрастания функции $f(x)$. В ответе укажите сумму целых точек, входящих в эти промежутки.

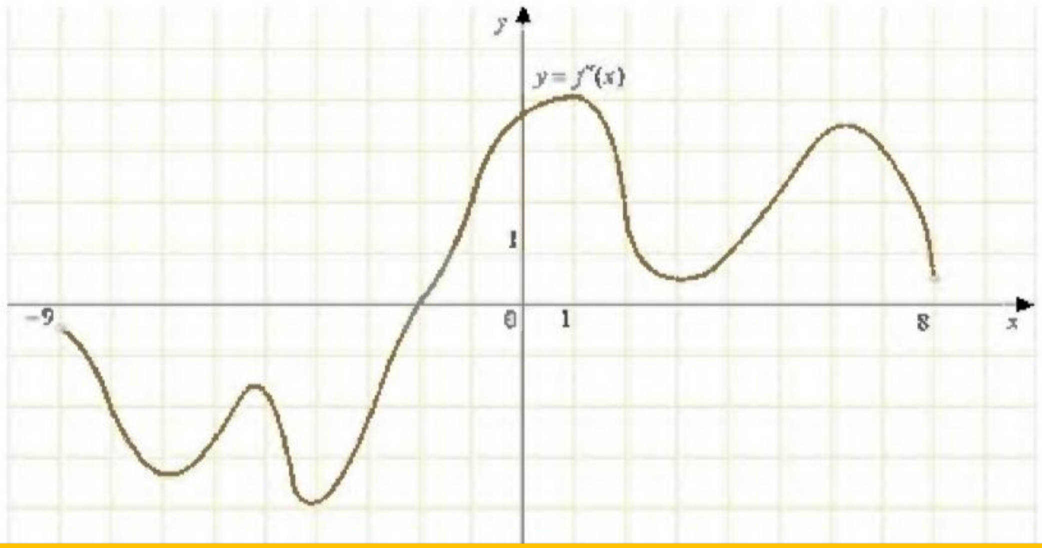


$y = f'(x)$

Учитель высшей категории Сильченкова С.Н., г. Белый Тверской обл.

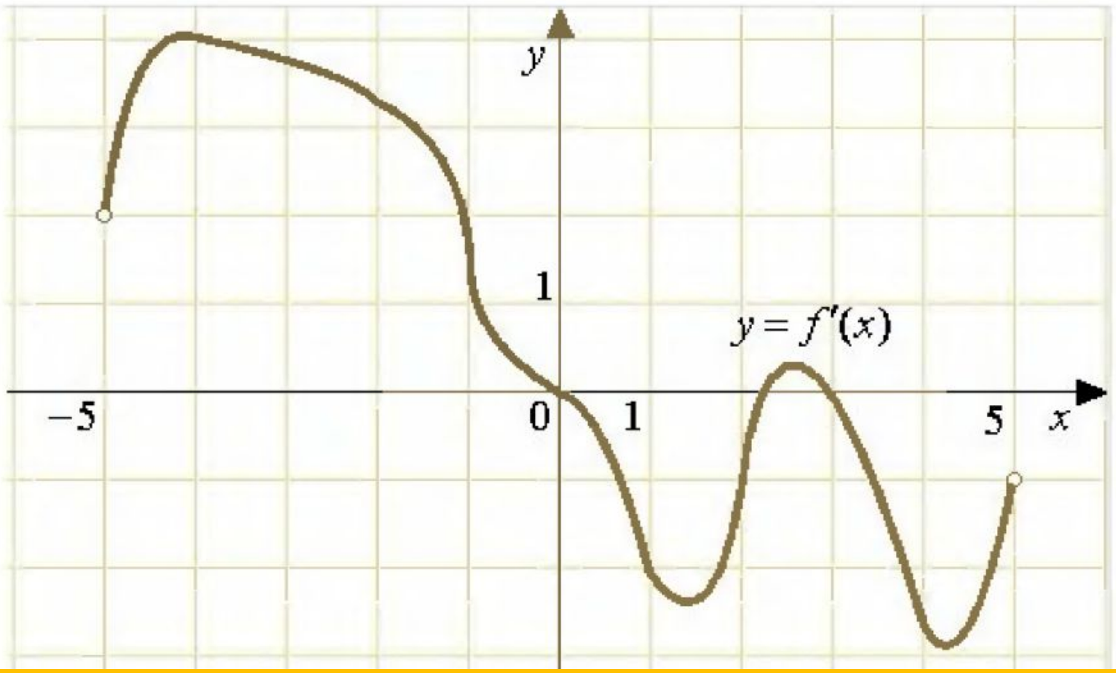
Задание №6

На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-9;8)$. Найдите точку экстремума функции $f(x)$ на интервале $(-3;3)$.



Задание №7

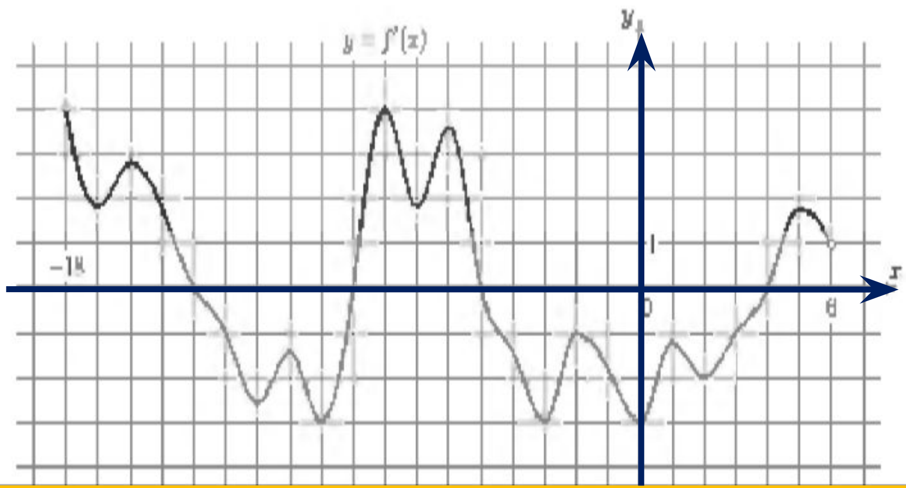
На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-5;5)$. Найдите количество точек экстремума функции $f(x)$ на отрезке $[-4;4]$.



Учитель высшей категории Сильченкова С.Н., г. Белый Тверской обл.

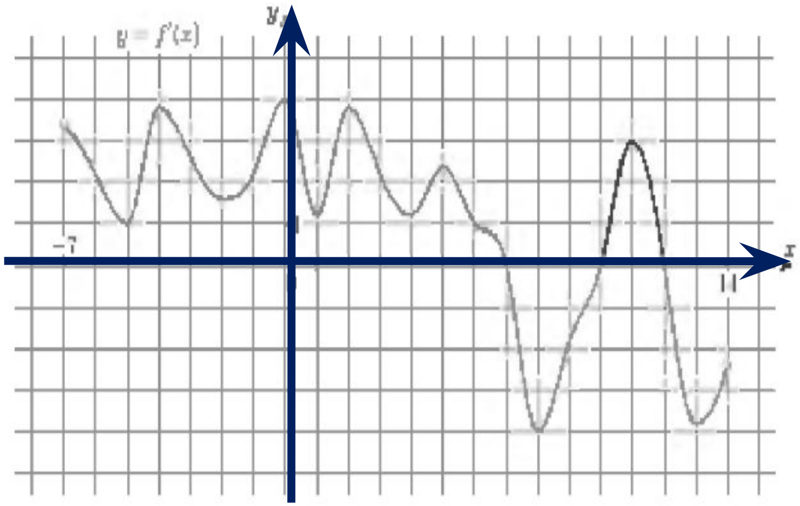
Задание №8

На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-18;6)$. Найдите количество точек минимума функции $f(x)$ на отрезке $[-13;1]$.



Задание №9

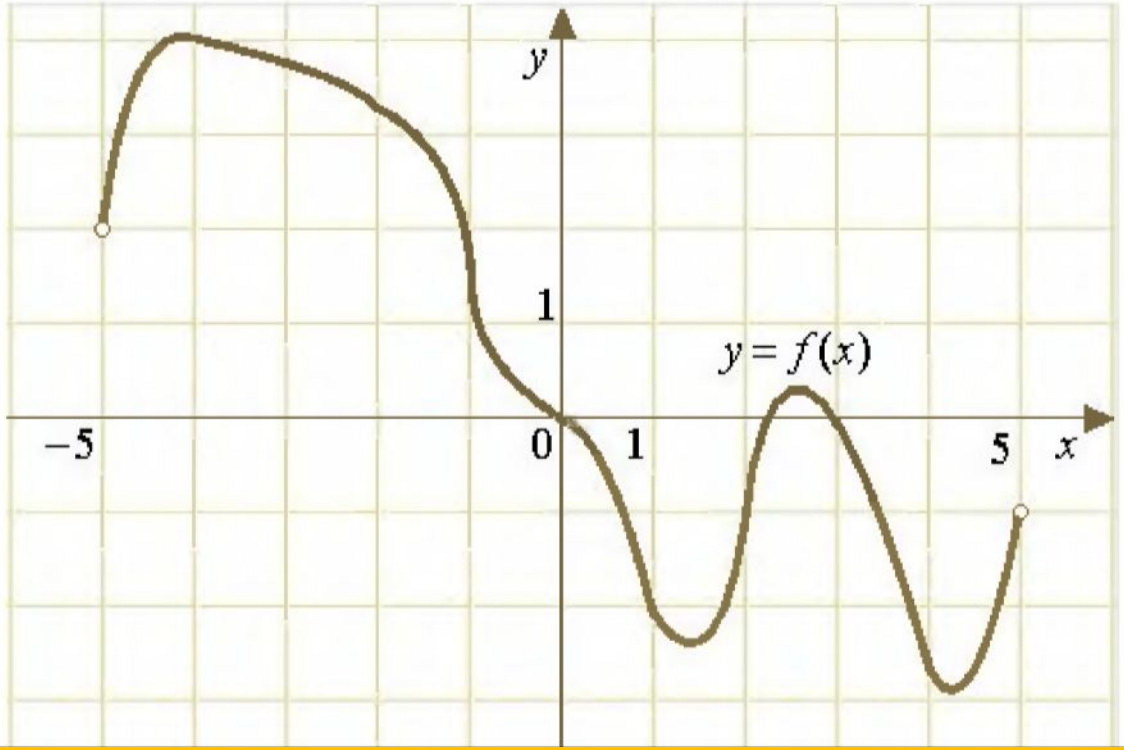
На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-7;14)$. Найдите количество точек максимума функции $f(x)$ на отрезке $[-6;9]$.



Учитель высшей категории Сильченкова С.Н., г. Белый Тверской обл.

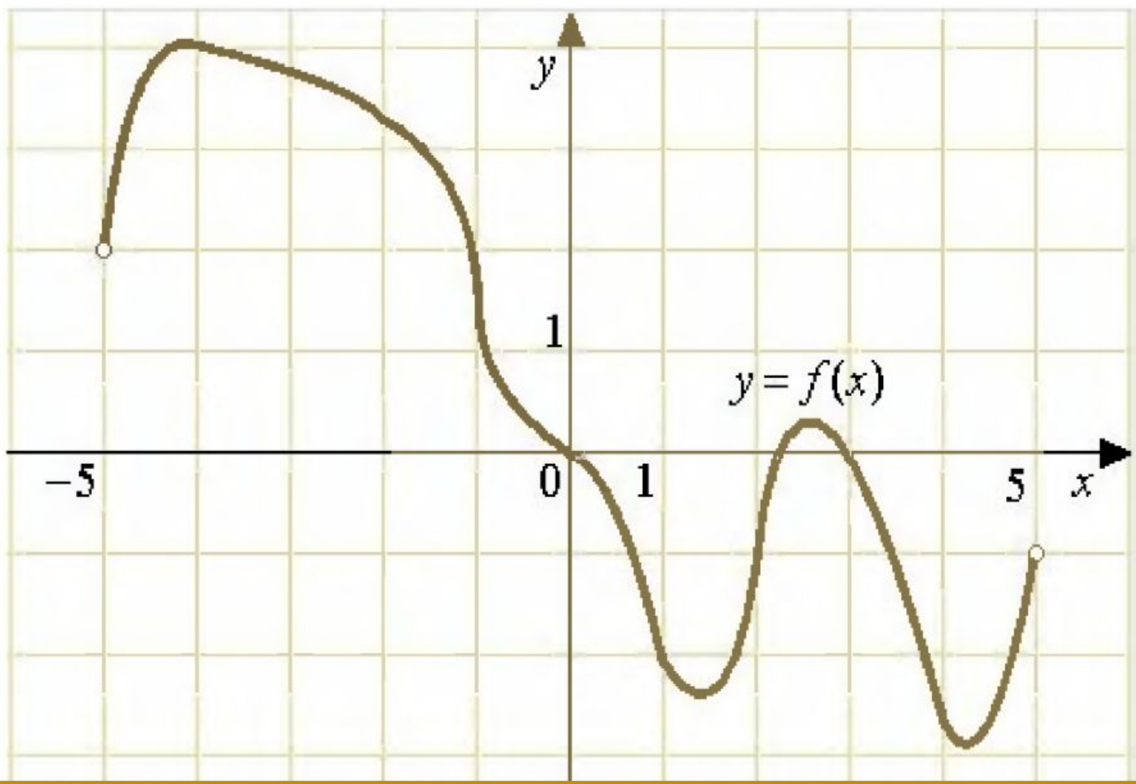
Задание №10

На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-5;5)$. Определите количество целых точек, в которых производная функции $f(x)$ отрицательна.



Задание №11

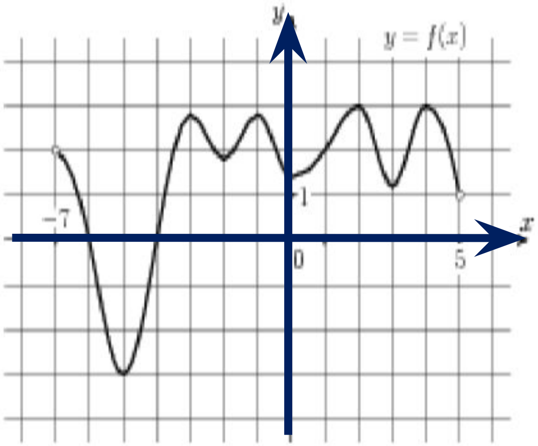
На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-5; 5)$. Определите количество целых точек, в которых производная функции $f(x)$ положительна.



Учитель высшей категории Сильченкова С.Н., г. Белый Тверской обл.

Задание №12

На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-7;5)$. Найдите сумму точек экстремума функции $f(x)$.



Учитель высшей категории Сильченкова С.Н., г. Белый Тверской обл.

Проверьте себя

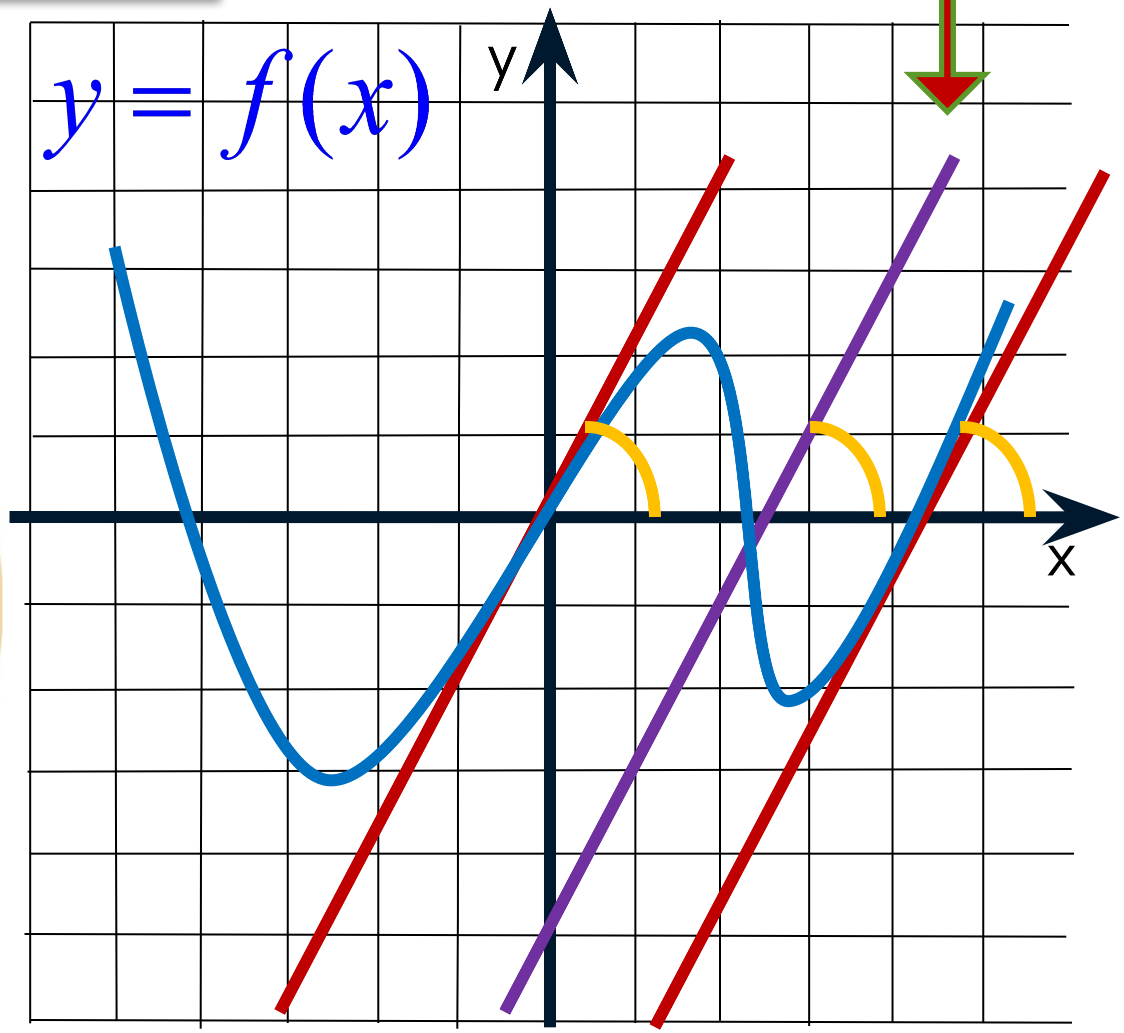
1	0,5	7	3
2	-1	8	1
3	7	9	1
4	7	10	8
5	25	11	1
6	-2	12	-2

Учитель высшей категории Сильченкова С.Н., г.Белый Тверской обл.

Угловые коэффициенты параллельных прямых равны

$$k_1 = k_2 = k_3 = 2$$

$$y = 2x - 5$$



$$y = 2x + b$$

$$f'(x_0) = tg\alpha = k$$

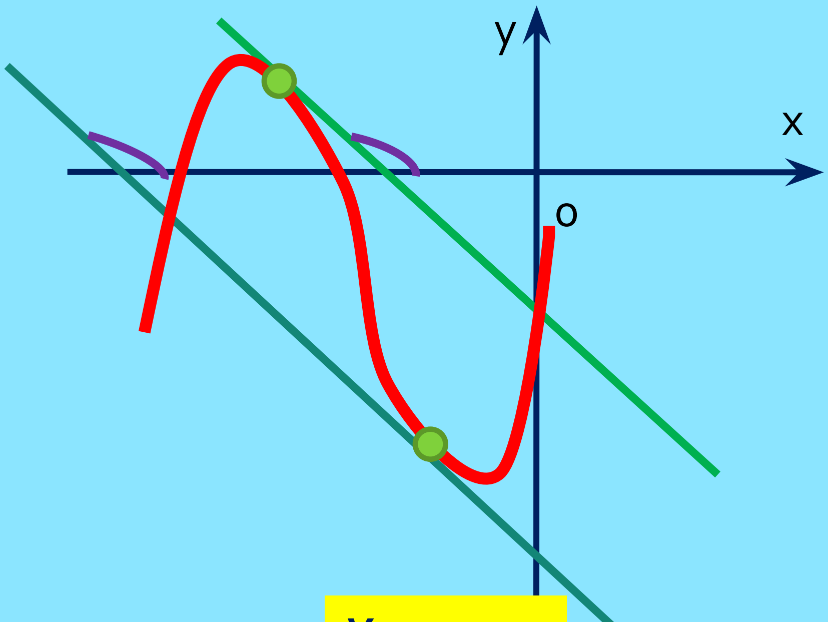
Для вычисления углового коэффициента касательной достаточно найти отрезок касательной с концами в вершинах клеток и, считая его гипотенузой прямоугольного треугольника, найти отношение катетов.

- Так как касательная параллельна прямой $y=8x+11$, то их угловые коэффициенты совпадают, т.е. угловой коэффициент касательной равен восьми **k = 8.**

$$f'(x_0) = tg\alpha = k$$

x_0 – абсцисса искомой точки касания

- *В результате решения будут найдены абсциссы двух точек касания, которые принадлежат графику данной функции.*
- *Но только одна из этих точек принадлежит касательной $y = -4x-11$, чтобы определить какая, нужно найденные абсциссы подставить в оба из данных уравнений. Должны получиться верные равенства.*



У = -4х-11

Поставьте себе оценку за самостоятельные работы

Балл	Оценка
19-20	5
15-18	4
10-14	3
0-9	2

Верно выполненное задание – 1 балл. Каждая консультация учителя во время самостоятельной работы снимает 0,5 балла

Памятка

- ***Чтобы найти угловой коэффициент касательной к графику функции в заданной точке или значение производной функции в точке, надо найти тангенс угла наклона касательной к положительному направлению оси Ох. Для этого достаточно найти отрезок касательной с концами в вершинах клеток и, считая его гипотенузой прямоугольного треугольника, найти отношение противолежащего катета к прилежащему.***

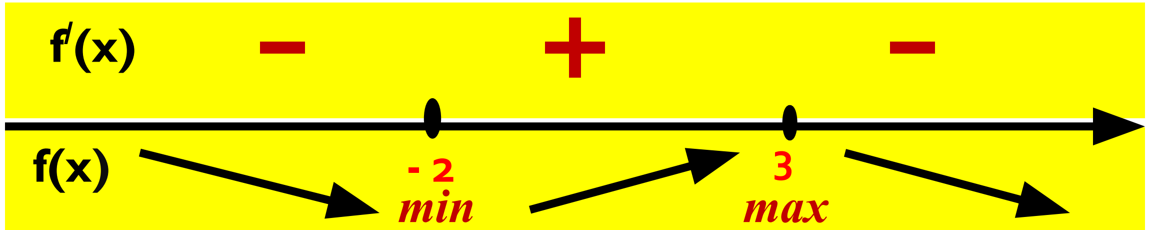
- ***Если на рисунке нет касательной, но известны точки, через которые она проходит, сначала надо провести касательную, а потом рассмотреть прямоугольный треугольник, в котором найти отношение катетов.***

- ***Если угол наклона касательной к положительному направлению оси Ох острый, то угловой коэффициент касательной и значение производной функции в точке положительны.***

- ***Если угол наклона касательной к положительному направлению оси Ох тупой, то угловой коэффициент касательной и значение производной функции в точке отрицательны.***

Учитель высшей категории Сильченкова С.Н. г. Белый Тверской обл.

- ***Вспомнить связь функции и её производной поможет рисунок***



- ***Точки экстремума(максимума и минимума) следует искать среди критических точек (производная равна нулю или не существует).***

- ***Если производная меняет свой знак с плюса на минус при переходе через точку*** Хо, ***то*** Хо – ***точка максимума.***

- ***Если производная меняет свой знак с минуса на плюс при переходе через точку*** Хо, ***то*** Хо – ***точка минимума.***

- ***Если функция на отрезке возрастает, то своё наименьшее значение она принимает на левом конце отрезка, а наибольшее - на правом.***

- ***Если функция на отрезке убывает, то своё наименьшее значение она принимает на правом конце отрезка, а наибольшее - на левом .***

Рефлексия

У меня всё получилось!!!

Надо решить ещё пару примеров.

Ну кто придумал эту математику !

Учитель высшей категории Сильченкова С.Н., г. Белый Тверской обл.

Учитель высшей категории Сильченкова С.Н..
г.Белый Тверской обл.

Спасибо за работу!

Автор: учитель высшей категории МОУ «Бельская СОШ» Тверской области Сильченкова Светлана Николаевна