Урок математики

1курс ОГАОУ СПО «Белгородский индустриальный колледж» (10класс,16 лет)

Тема:

Использование координат и векторов при решении прикладных задач

разработала: преподаватель математики

Никонова Наталья Олеговна

шарада

Мой первый слог – почтенный срок,

Коль прожит он недаром.

Второй был тортом на столе,

Пока Т не убрали.

Меня вы встретите везде –

Такой я вездесущий.

А имя громкое мое –

Латинское «несущий».

от латинского vector, буквально несущий

Домашнее задание

Задача №1 Доказать, что треугольник с вершинами $A(-3, -2)$, $B(0, -1)$ и $C(-2, 5)$ прямоугольный.

Задача №2 Доказать, что треугольник, вершины которого $A(2, 3)$; $B(6, 7)$ и $C(-7, 2)$, - тупоугольный.

Задача №3 Найти векторное произведение векторов **а** (-1;2;-3), **в** (0;-4;1) и его длину.

Задача №4 Даны вершины А(2; -1; 4). В(3; 2; -6), С(-5; 0; 2) треугольника. Вычислить длину его медианы, проведенной из вершины А.

Ответим на вопросы:

1. Что называют вектором?
2. Какие вектора являются коллинеарными?
3. Нулевой вектор-это какой?
4. Можно ли умножить вектор на число? Как?
5. Что такое скалярное произведение векторов?
6. Что называют модулем вектора?
7. Какие вектора являются ортогональными?
8. Как найти координаты середины отрезка по координатам его концов?
9. Имеет ли физический смысл скалярное произведение векторов? Какой?
10. Чем задается плоскость и пространство?

Д/З. Задача №3

Дано: **а** (-1;2;-3), **в** (0;-4;1)

Найти: [illegible], |[illegible]|

Решение: 1) Найдём векторное произведение векторов:

[illegible]

=> [illegible]

=> [illegible]

Ответ: [illegible]

Д/З. Задача №4

Дано: A(2; -1; 4), B(3; 2; -6), C(-5; 0; 2), D –середина CB

Найти: AD

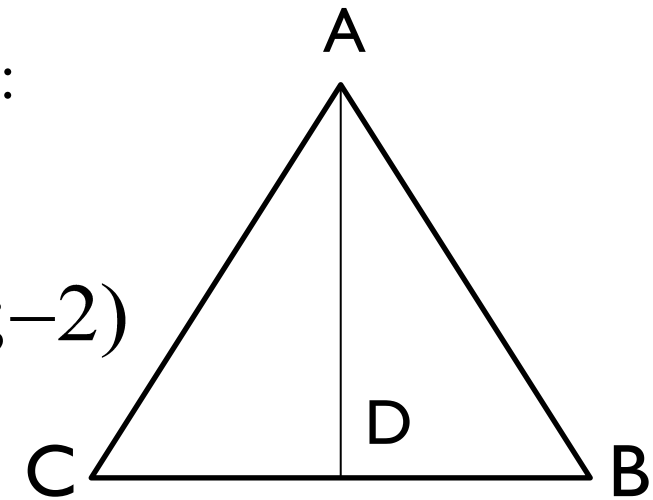
Решение: 1. найдем координаты D:

$$x = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{-5+3}{2} = -1$$

$$y = \frac{y_1 + y_2}{2} = \frac{0+2}{2} = 1$$

$$z = \frac{z_1 + z_2}{2} = \frac{2-6}{2} = -2$$

$$D(-1;1;-2)$$



2. Найдем длину AD:

$$AD = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2} =$$

$$= \sqrt{(-1-2)^2 + (1+1)^2 + (-2-4)^2} = \sqrt{9+4+36} = 7$$

Ответ: AD=7 ед.

Правильные ответы теста:

1 - а

2 - а

3 - б

4 - б

5 - б

6 - а

Задача №1 . А правда ль воз и ныне ТАМ???

Когда в товарищах согласья нет,

На лад их дело не пойдет,

И выйдет из него не дело, только мука.

Однажды Лебедь, Рак да Щука

Везти с поклажей воз взялись

И вместе трое все в него впряглись;

Из кожи лезут вон, а возу все нет ходу!

Поклажа бы для них казалась и легка:

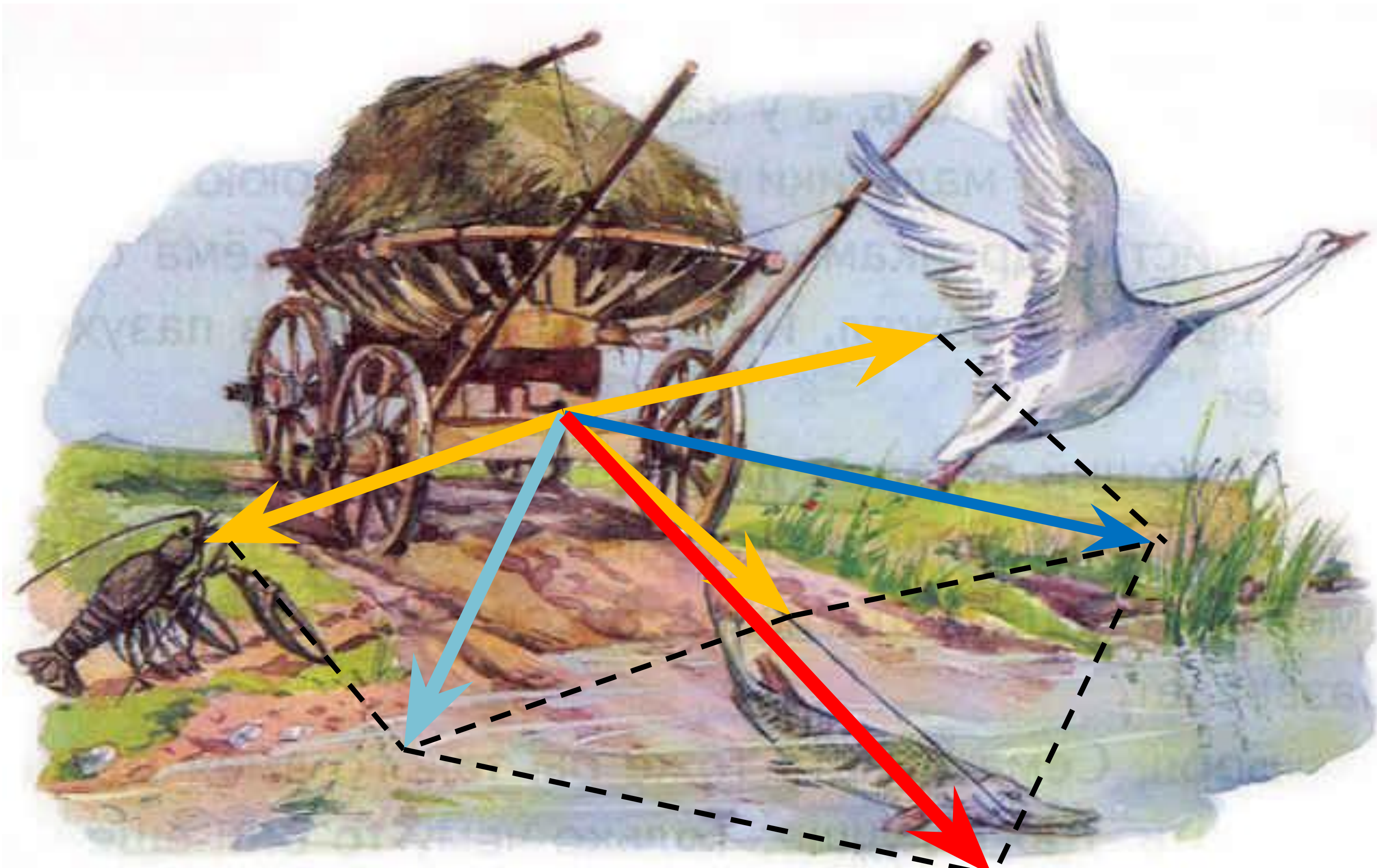
Задача №1 . А правда ль воз и ныне ТАМ???

Дано:

Да ***Лебедь рвется в облака***, ***Рак пятится назад***,

а ***Щука тянет в воду.*** Кто виноват из них, кто прав - судить не нам;

Да только воз и ныне там.



Задача № 2. Говорят, что колеса поездов вращаются не равномерно, т.е. есть точки на колесах которые перемещаются не вперед, а назад?

Любая точка колеса:

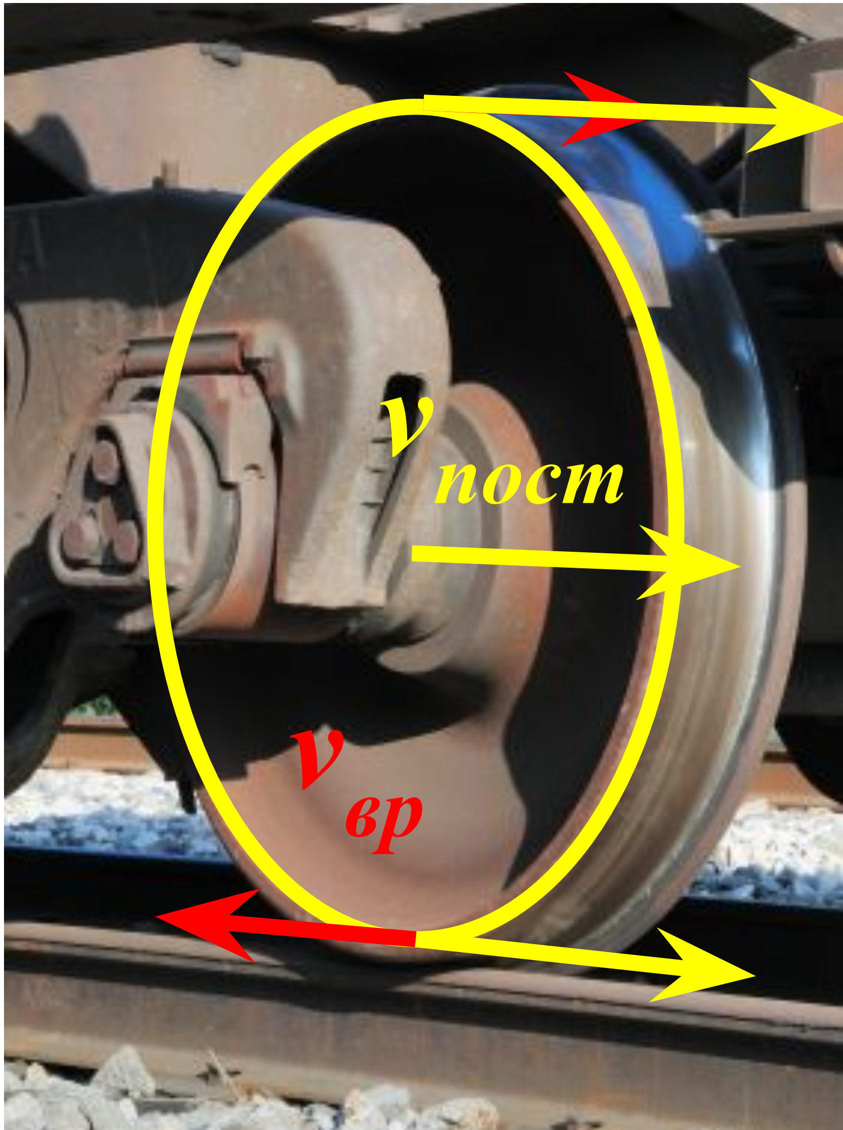
$$\vec{v} = \vec{v}_{\text{вр}} + \vec{v}_{\text{пост}}$$

Верхняя точка:

$$\vec{v}_{\text{вр}} \uparrow\uparrow \vec{v}_{\text{пост}}$$

Нижняя точка:

$$\vec{v}_{\text{вр}} \uparrow\downarrow \vec{v}_{\text{пост}}$$



Задача №3. Вычислить работу, совершаемую силой F=(1;2;3), при прямолинейном перемещении материальной точки из положения B(1;0;0) в положение C(10;1;2).

Физический смысл скалярного произведения векторов, есть ни что иное, как работа A совершенная силой $\vec{F}$ по перемещению из одной точки пространства в другую (из B в C)

$$\mathbf{A = |\vec{F}| \cdot |\vec{BC}| \cos(\vec{F}; \vec{BC})},$$

т. е. $\mathbf{A = \vec{F} \cdot \vec{BC}}$ **-** скалярному произведению

Так как: $\vec{F} = (1; 2; 3)$, $\vec{BC} = (9; 1; 2)$

Получаем: $A = 1 \cdot 9 + 2 \cdot 1 + 3 \cdot 2 = 17$ (ед. работы).

Таким образом, чтобы найти работу постоянной силы $\vec{F}$ при перемещении материальной точки вдоль отрезка $\vec{BC}$, достаточно вычислить скалярное произведение вектора силы $\vec{F}$ и вектора перемещения $\vec{BC}$.

Задача№4. Даны вершины треугольника A(0;2;0), B(-2;5;0), C (-2;2;6). Найти его площадь.

Решение: Сначала найдём векторы:

Затем векторное произведение векторов по формуле:

Вычислим длину вектора:

По определению, длина вектора есть площадь параллелограмма, а следовательно:

Ответ:

Задача№5. Найти площадь треугольника, вершины которого находятся в точках A(2;-3), B(1,1), C (-6,5)

Задачу очень просто решить, воспользовавшись формулой

$$S = \frac{1}{2}\left[(x_1 - x_3)(y_2 - y_3) - (x_2 - x_3)(y_1 - y_3)\right]$$

в которой нужно взять $x_1 = 2$, $x_2 = 1$, $x_3 = -6$,

$y_1 = -3$, $y_2 = 1$, $y_3 = 5$.

Подставляя эти числа в формулу, получим

$S = 12$ кв. ед.

Задача № 6. Вычислить площадь параллелограмма, три вершины которого A (1;2;0), B(3;0;-3), C(5;2;6) заданы своими координатами в прямоугольной системе

Так как $S_{\text{паралл.}} = |[AB^{>}, BC^{>}]|$,

Согласно формуле векторного произведения векторов:

$$[\overrightarrow{AB}; \ \overrightarrow{BC}] = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 2 & -2 & -3 \\ 2 & 2 & 9 \end{vmatrix} = -12i - 24j + 8k,$$

$$N^{>} = [AB^{>}, BC^{>}] = (12;24;8)$$

$$S_{\text{паралл}} = \left| \left[AB^{>}, BC^{>} \right] \right| = \sqrt{12^2 + 24^2 + 8^2} = \sqrt{784} = 28$$

Ответ: 28 ед.кв.

Перед тем как Вы приступите к самостоятельной работе, еще раз вспомним:

- **В каких областях науки можно применять знания о векторах?**
- **Физический смысл скалярного произведения векторов это…**
- **Длина вектора равна…**
- **Середина отрезка имеет координаты….**
- **Площадь треугольника найдем по формуле…**
- **А площадь параллелограмма?**

Самостоятельная работа:

Задание на «3». Какую работу совершает сила $F^{>}(3;2;1)$, если груз был доставлен из пункта $A(5;-2;0)$ в пункт $B(7;2;-4)$?

2.Задание на «4». Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах [illegible].

3. Задание на «5». На векторах [illegible] построен параллелограмм. Вычислите его площадь если его вершины [illegible]

Решение самостоятельной работы:

Задача на «3» балла: $F^{>}$ (3;2;1), A(5;-2;0), B(5;-2;0)

$A = |F^{>}| \cdot |AB^{>}| \cos(F^{>}; BC^{>})$, т. е. $A = F^{>} \cdot AB^{>}$

$AB^{>}$ (2;4;-4); A=3*2+2*4+1*(-4)=6+8-4=10 ед.

Задача на «4» балла:

$$[\bar{c} \times \bar{d}] = \begin{vmatrix} \bar{i} & \bar{j} & \bar{k} \\ 4 & -2 & 1 \\ 8 & -4 & 4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -2 & 1 \\ -4 & 4 \end{vmatrix} \cdot \bar{i} - \begin{vmatrix} 4 & 1 \\ 8 & 4 \end{vmatrix} \cdot \bar{j} + \begin{vmatrix} 4 & -2 \\ 8 & -4 \end{vmatrix} \cdot \bar{k} =$$

$$= (-8+4) \cdot \bar{i} - (16-8) \cdot \bar{j} + (-16+16) \cdot \bar{k} = -4\bar{i} - 8\bar{j} \neq \bar{0}$$

$$S_{mp} = \sqrt{16+64} = 4\sqrt{5}$$

Самостоятельная работа:

Задача на «5» баллов:

Решение: *Найдём вектор:*

Векторное произведение:

Площадь параллелограмма:

Ответ:

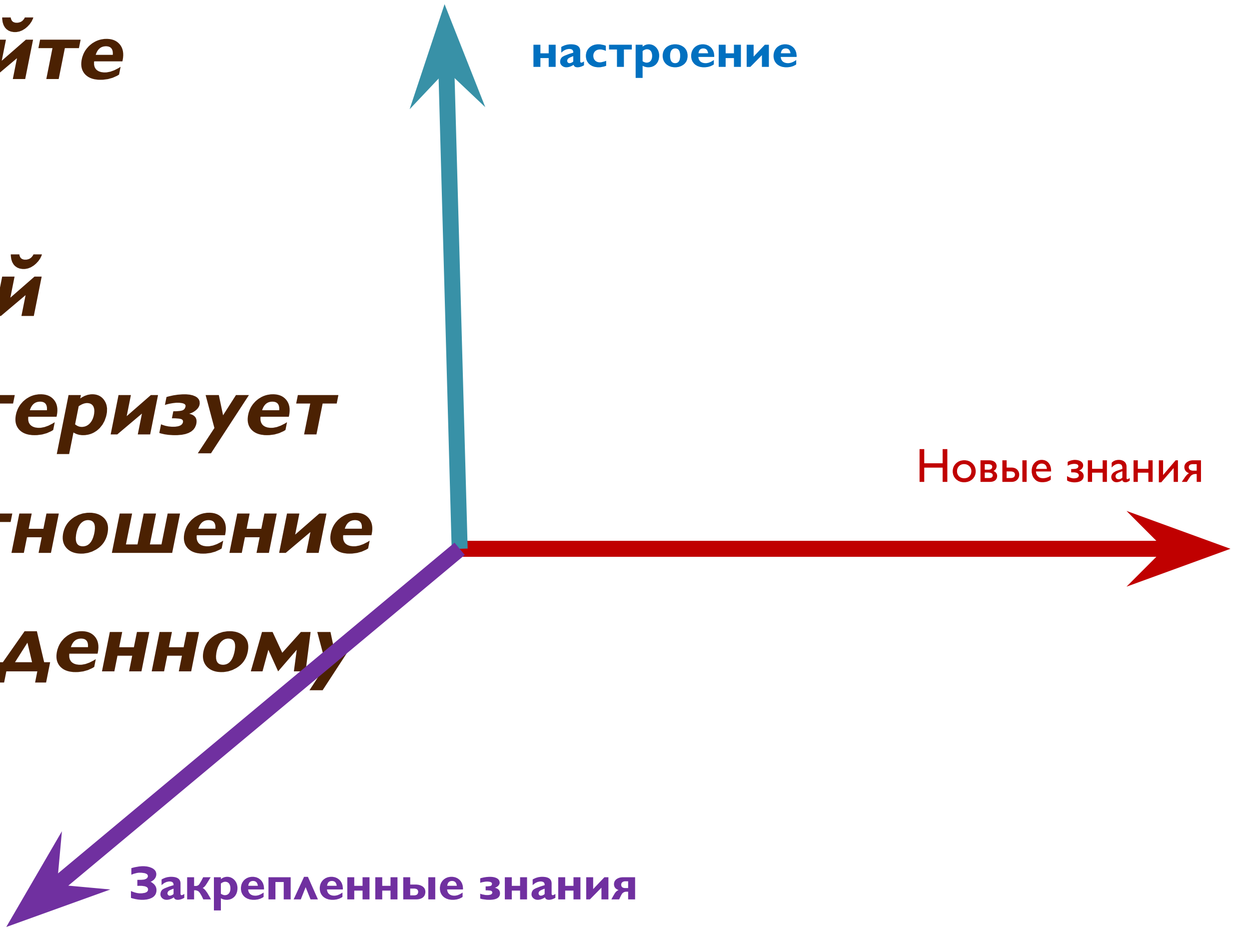
Домашнее задание:

Творческое задание:

Придумать, решить и оформить прикладную задачу на листах А4 и в электронном виде.

Наше оценочное пространство

Нарисуйте вектор который охарактеризует ваше отношение к проведенному уроку.



Какие координаты он будет иметь?

СПАСИБО ЗА УРОК!