Письменный опрос

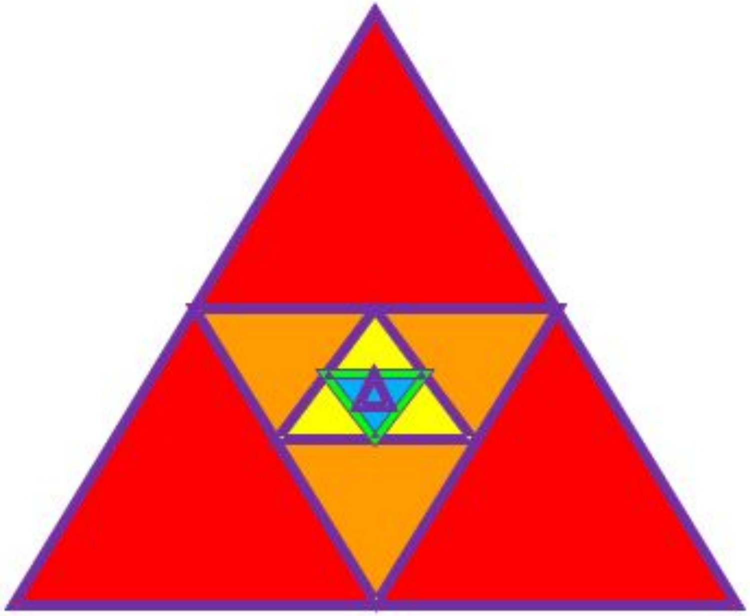
Вариант 1	**Вариант 2**
1) Определение возрастающей последовательности	1)Определение убывающей последовательности
2)Последовательность задана формулой $a_n = \dfrac{3n-2}{n+1}$ Найти $a_1;\ a_5; a_{10}$	2)Последовательность задана формулой $a_n = \dfrac{3-2n}{n+2}$ Найти $a_1;\ a_5; a_{10}$
3)Вычислите $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{1}{n}-\dfrac{4}{n^2}+7\right)$	3) Вычислите 2) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{4}{n}-\dfrac{2}{n^2}-6\right)$

Проверь себя

Вариант 1	**Вариант 2**
1) *Последовательность* $\{y_n\}$ *называют возрастающей последовательностью, если каждый ее член больше предыдущего*	1) *Последовательность* $\{y_n\}$ *называют возрастающей последовательностью, если каждый ее член больше предыдущего*
2) $a_1 = 0{,}5$ $a_5 = \frac{13}{6}$ $a_{10} = \frac{28}{11}$	2) $a_1 = \frac{1}{3}$ $a_5 = -1$ $a_{10} = -\frac{17}{12}$
3) 7	3) -6

Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия

10 класс



I. Арифметическая и геометрическая прогрессии. Вопросы

1. Определение арифметической прогрессии.

2. Формула *n*-го члена арифметической прогрессии.

последовательность, каждый член которой, начиная со

3. Формула суммы первых *n* членов арифметической прогрессии .

$$a_n = a_1 + d(n-1)$$

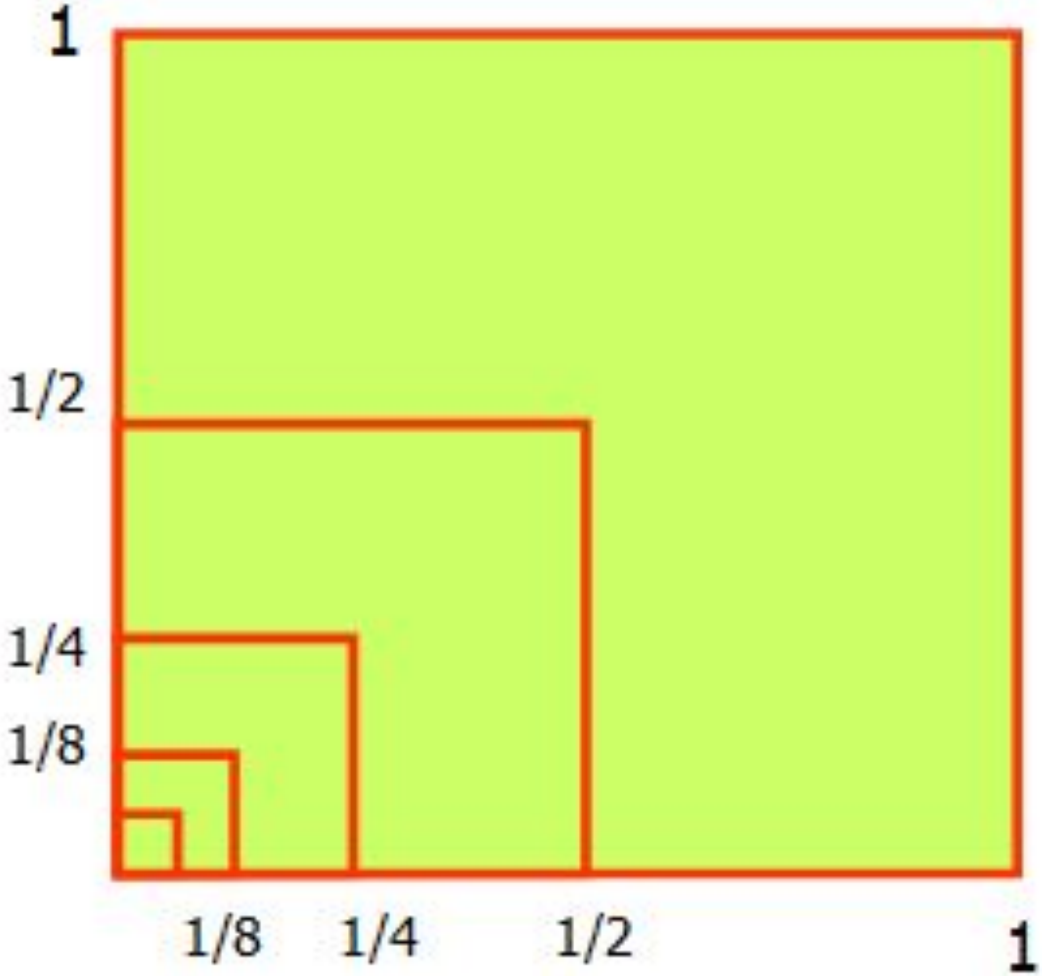
4. Определение геометрической прогрессии.

5. Формула *n*-го члена геометрической прогрессии.

последовательность отличных от нуля чисел, каждый

6. Формула суммы первых *n* членов геометрической прогрессии .

$$S_n = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1}, q \neq 1$$

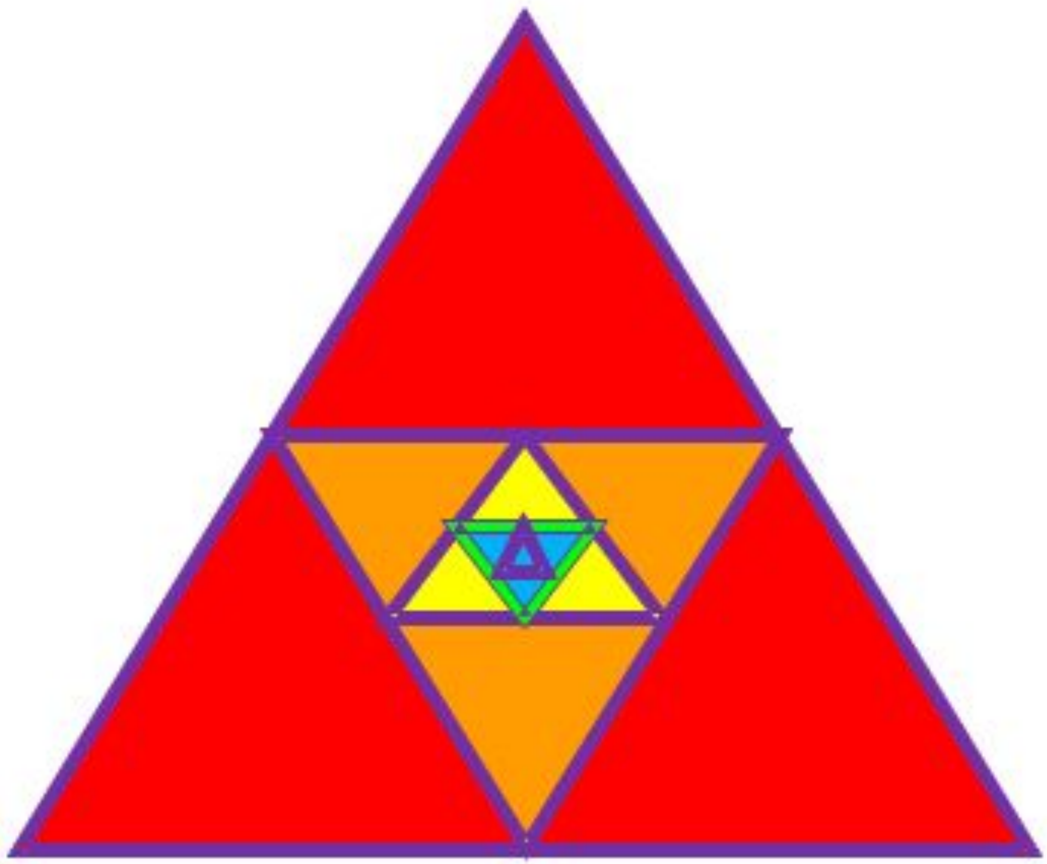


$n = 15,\ \frac{1}{2^{n\ 1}} = \frac{1}{2^{14}} = \frac{1}{16384};$

$n = 20,\ \frac{1}{2^{n\ 1}} = \frac{1}{2^{19}} = \frac{1}{524288};$

$n = 21,\ \frac{1}{2^{n\ 1}} = \frac{1}{2^{20}} = \frac{1}{1048576}.$

$$1; \frac{1}{2}; \frac{1}{2^2}; \frac{1}{2^3}; \ldots; \frac{1}{2^{n-1}}; \ldots ; \qquad q = \frac{1}{2} < 1$$



$$1; \frac{1}{2}; \frac{1}{2^2}; \frac{1}{2^3}; \ldots; \frac{1}{2^{n-1}}; \ldots \qquad q = \frac{1}{2} < 1 \qquad n \to \infty \quad \frac{1}{2^n} \to 0$$

$q=-\frac{1}{3};$ $1;\ -\frac{1}{3};\frac{1}{3^2};\ -\frac{1}{3^3};\ldots;\frac{(-1)^{n-1}}{3^{n-1}};\ldots$ $b_1=1, b_2=-\frac{1}{3}, b_3=\frac{1}{9}, b_4=-\frac{1}{27}$

определение:

Геометрическая прогрессия называется бесконечно убывающей, если модуль её знаменателя меньше единицы. $|q|<1$

Задача №1

Является ли последовательность бесконечно убывающей геометрической прогрессией, если она заданна формулой:

$$a) b_n = \frac{10}{7^n} \qquad б) b_n = (-4)^{n+2}$$

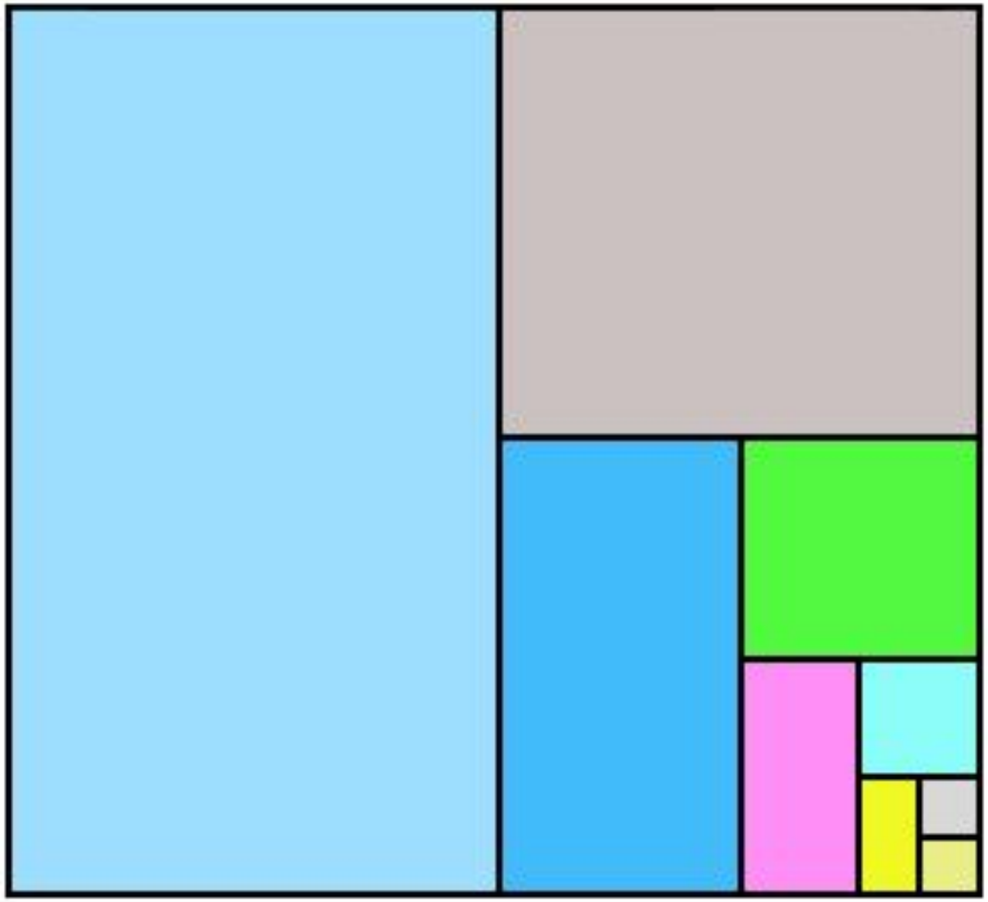
Решение: а)

$$b_1 = \frac{10}{7} \qquad b_2 = \frac{10}{49} \qquad q = \frac{10}{49} : \frac{10}{7} = \frac{1}{7} \qquad \left|\frac{1}{7}\right| < 1$$

данная геометрическая прогрессия является бесконечно убывающей.

б) $b_n=(-4)^{n+2}$; $b_1=(-4)^3= -64$; $b_2=(-4)^4=128$; $q=128:(-64)= -2$; $|-2|>1$, =>

данная последовательность не является бесконечно убывающей геометрической прогрессией.



$$\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{1}{8}; \frac{1}{16}; \frac{1}{32}; \ldots$$

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+\frac{1}{32}+\ldots=1$$

Сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии есть предел последовательности $S_1, S_2, S_3, \ldots, S_n, \ldots$.

Например, для прогрессии $1, -\frac{1}{3}, \frac{1}{9}, -\frac{1}{27}, \ldots, где\, b_1 = 1, q = -\frac{1}{3}$

имеем $S_1 = 1, S_2 = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}, S_3 = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{9} = \frac{7}{9}, \ldots,\quad S_n = \frac{1 \cdot \left(1 - \left(-\frac{1}{3}\right)^n\right)}{1 - \left(-\frac{1}{3}\right)} = \frac{3}{4} - \frac{3}{4} \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^n, \ldots$

Так как $\lim\limits_{n\to\infty} \left(-\frac{1}{3}\right)^n = 0, то \lim\limits_{n\to\infty} S_n = \frac{3}{4}.$

Сумму бесконечно убывающей геометрической прогрессии можно находить по формуле

$$S = \frac{b_1}{1 - q}$$

Вопросы

- С какой последовательностью сегодня познакомились?
- Дайте определение бесконечно убывающей геометрической прогрессии.
- Как доказать, что геометрическая прогрессия является бесконечно убывающей?
- Назовите формулу суммы бесконечно убывающей геометрической прогрессии.