

2. Математические модели объектов проектирования

Математическая модель - совокупность математических объектов (чисел, скалярных переменных, векторов, матриц, множеств, графов и т.д.) и соотношения между ними, отражающая свойства физического объекта проектирования

Математические модели классифицируют по следующим признакам:

- 1) По характеру отражаемых свойств объекта – абстрактные, функциональные, структурные, технологические.
- 2) По способу получения модели (теоретические – полученные на основе изучения физических закономерностей функционирования объекта и эмпирические – на основе изучения внешних проявлений свойств объекта).
- 3) По отношению к иерархическому уровню проектирования (микроуровня, макроуровня, метауровня). Применительно к иерархическим уровням РЭА - структурного, функционального, логического, схмотехнического, компонентного и конструкторского проектирования..
- 4) По степени детализации описаний внутри одного иерархического уровня – полные и макромоделли..
- 5) По способу представления свойств объекта - аналитические, алгоритмические, имитационные, табличные, графические, схемы замещения.
- 6) По характеру зависимостей - линейные, нелинейные, кусочные, непрерывные, дискретные.
- 7) По виду представляемых параметров – аналоговые и дискретные.
- 8) По типу решаемых уравнений - формулы, линейные , нелинейные уравнения, обыкновенные дифференциальные уравнения, дифференциальные уравнения в частных производных, логические уравнения, имитационные уравнения.
- 9) В зависимости от присутствия случайных параметров – случайные и детерминированные соответственно.

Методы

К методам построения математических моделей **на компонентном уровне** (микроуровне) относятся методы *конечных разностей, конечных элементов*. На функционально-логическом (макроуровне) - *обобщенный, табличный, узловой, переменных состояний*. На метауровне - методы *теории графов, табличный, имитационный*.

Методы **структурного синтеза** включают методы *перебора вариантов* из каталога типовых структур и генерируемых из библиотечных элементов, *последовательный синтез* варианта структуры постепенным включением новых элементов и связей с оценкой промежуточных решений, метод *выделения варианта* из обобщенной структуры (основан на последовательном исключении элементов из некоторой избыточной структуры), методы *дискретного программирования*, для выбора оптимального состава, размещения и связей элементов системы.

$$Q_{\text{полн}}(t) = Q_1(t) \cdot Q_2(t)$$

Структурное проектирование РЭА

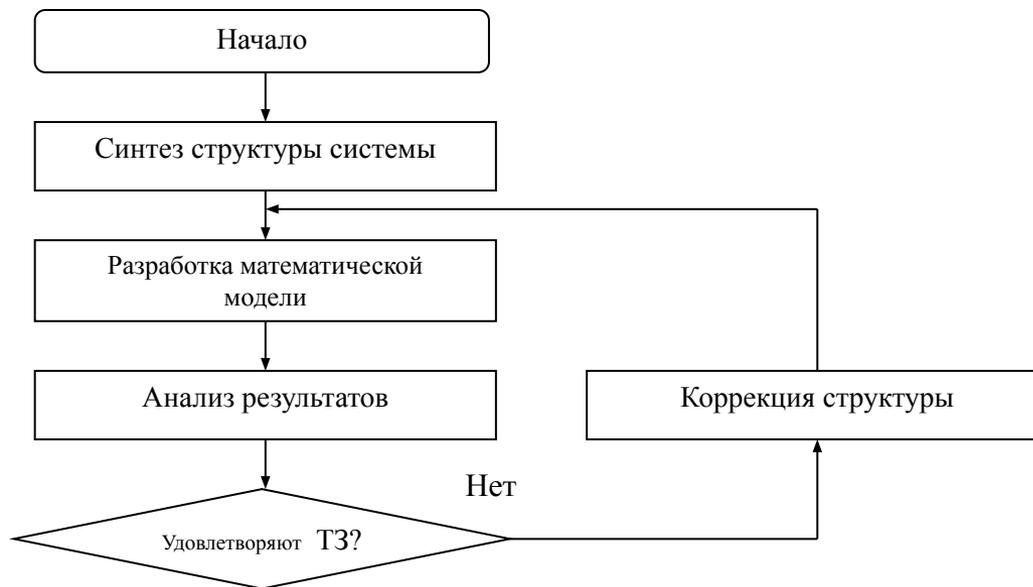
Исходными данными для проектирования структурной схемы являются: типы блоков с известными параметрами и характеристиками (надежность, точность, пропускная способность, время срабатывания и т. д.); требования к выходным параметрам и характеристикам всей структурной схемы (производительности, стоимости, надежности, точности и т. д.).

Задача структурного проектирования заключается в том, чтобы варьируя типами, параметрами и связями блоков, найти такую структуру, которая бы обладала заданными выходными параметрами и характеристиками.

Анализ структурных схем проводится либо **аналитическими** методами, либо методами **имитационного моделирования**.

При **аналитическом моделировании** анализ работы каждого блока системы может быть описан в виде аналитического выражения, соответствующего решаемой задаче. Например, при определении вероятности безотказной работы системы каждый из блоков характеризуется собственной вероятностью безотказной работы.

Имитационное моделирование. В настоящее время наиболее часто при анализе структурных схем используют методы имитационного моделирования. Это вызвано тем, что имитационная модель в отличие от алгоритмической может быть создана практически для любой системы, а внесение изменений в имитационную модель существенно проще, чем в аналитическую.



Переход к функциональному проектированию

Рис. 3.— Блок схема процесса проектирования структуры

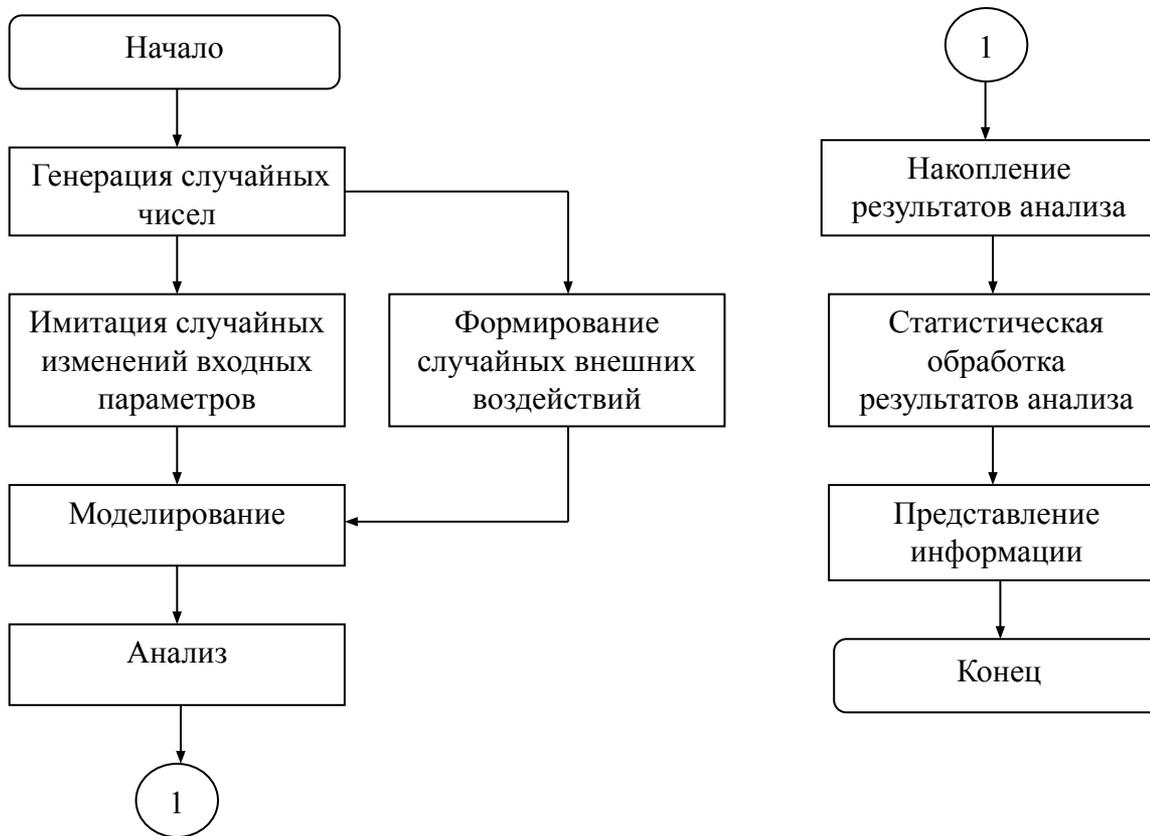


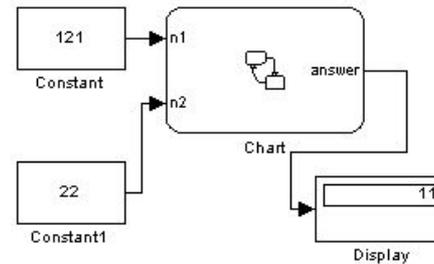
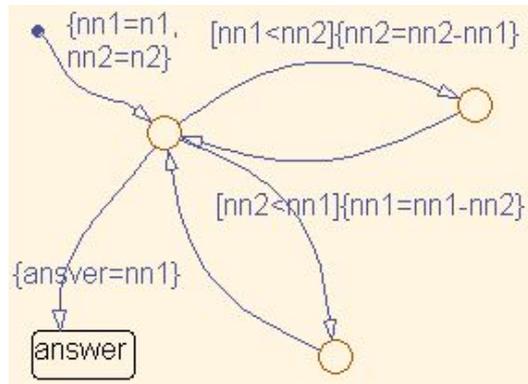
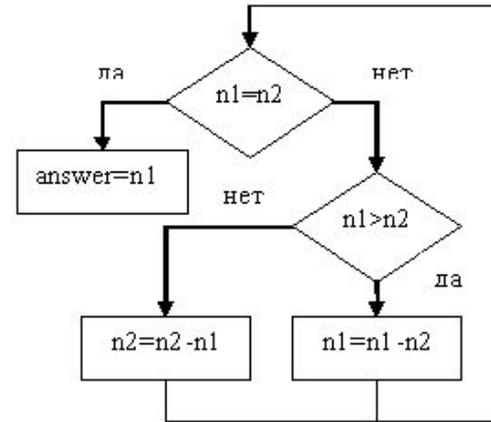
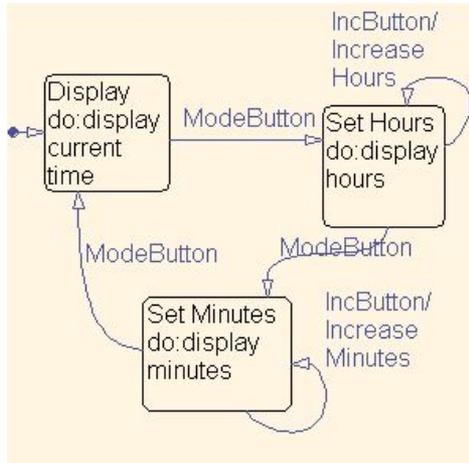
Рис. 2.— Блок схема статистического эксперимента

Понятие блок-схемы (BLOCK DIAGRAM) в среде SIMULINK

Классическая блок-схема модели динамической системы состоит из блоков и линий связи (сигналов). Каждый блок в блок-схеме является элементарной динамической системой. Взаимные связи между блоками изображаются с помощью сигналов, соединяющих блоки. Вместе они образуют блок-схему.

В среде SIMULINK классическая модель блок-схемы дополнена понятием виртуальности блока. **Невиртуальные блоки** представляют элементарные системы и соответствуют блокам классической модели. **Виртуальные блоки** введены с целью упрощения блок-схемы как графически, так и структурно — они не влияют на систему уравнений, которая определяется блок-схемой модели.

ИМИТАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РЕАКТИВНЫХ СИСТЕМ



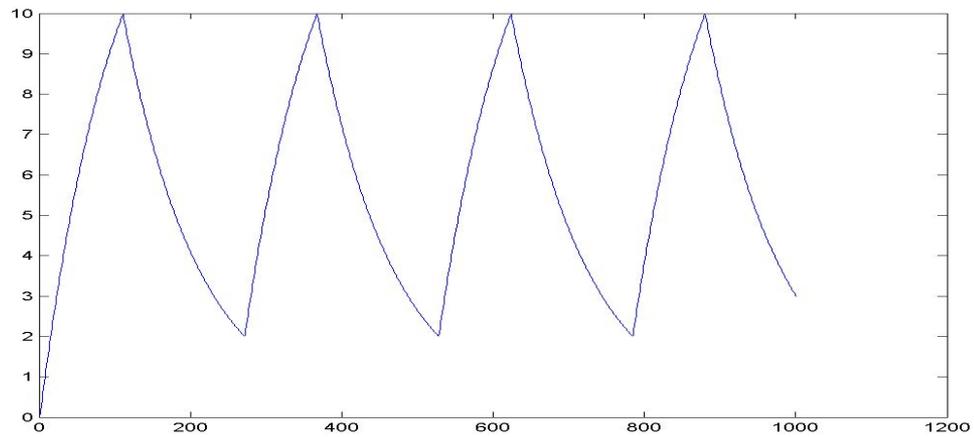
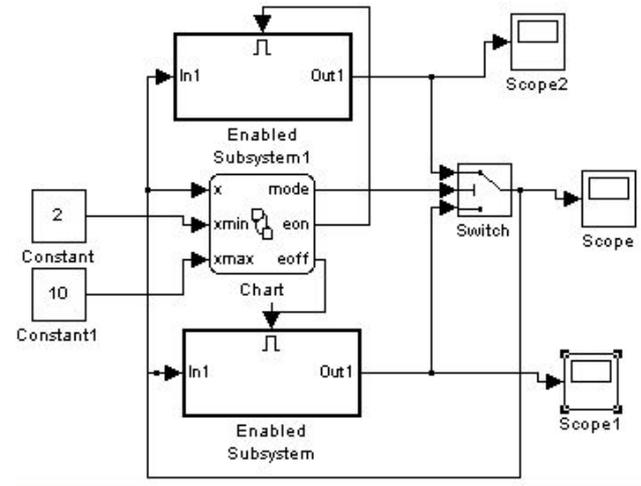
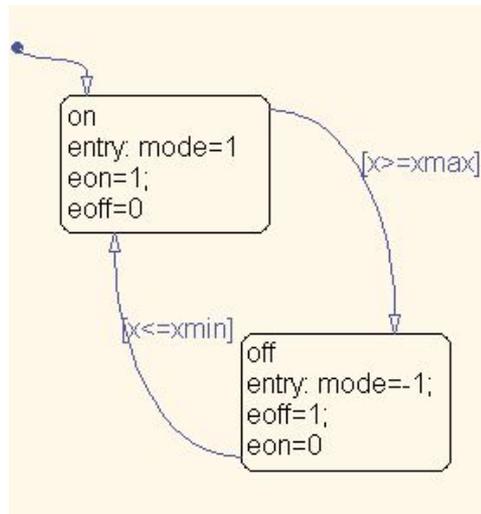
В среде SIMULINK блок-схемы описывают во времени зависимости между сигналами и переменными состояниями. Моделирование блок-схемы выполняется оценкой этих соотношений в течение временного интервала, который начинается в момент **start time**, а заканчивается в момент **stop time**.

Время является неотъемлемым компонентом блок-схемы в том смысле, что результаты симуляции блок-схемы меняются во времени. Блок-схема отображает текущее состояние динамической системы в данный момент времени.

Определение поведения системы во времени представляет собой процесс решения системы уравнений, входящих в модель, повторяющийся через промежутки времени, называемые **time steps**. При этом сам процесс называется **симуляцией** системы, которую представляет модель.

Сигналы представляют собой величины, которые изменяются во времени и которые определены для всех моментов времени между **start time** и **stop time**.

Зависимости между сигналами и переменными состояния определяются через систему уравнений, представленных в виде блоков. Каждый блок состоит из подсистемы уравнений, называемых **block methods**. Эти уравнения определяют зависимость между входными сигналами, выходными сигналами и переменными состояния. С определением уравнения связано понятие параметров, которые являются коэффициентами в уравнении.



Понятие состояния (STATE) в среде SIMULINK

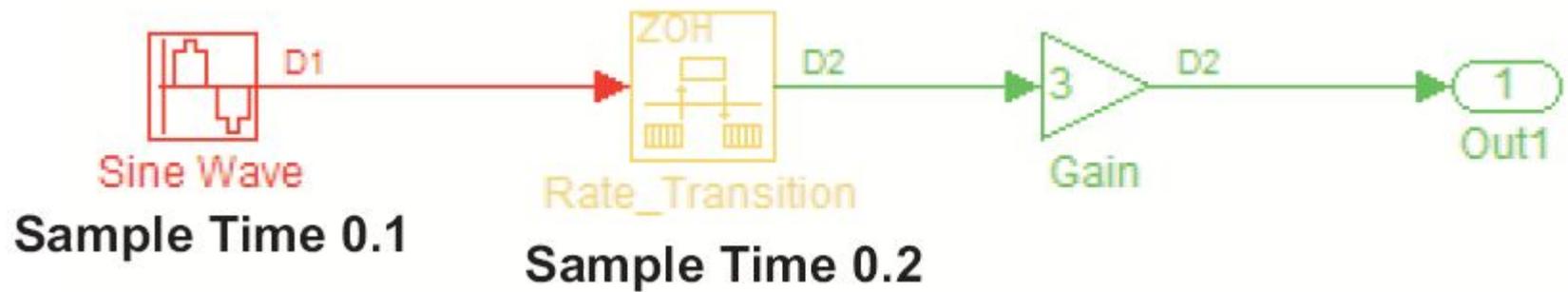
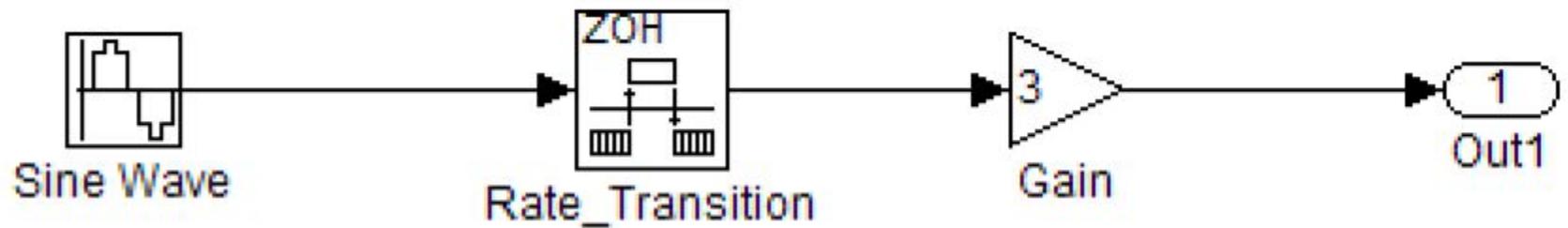
Обычно текущие значения выходных параметров системы и, соответственно, модели являются функциями, зависящими от предыдущих значений некоторых переменных времени. Эти переменные называются состояниями — **states**. При расчете выходных параметров модели по блок-схеме на текущем временном шаге выполняется сохранение значений состояний для использования при расчете выходных параметров на следующем временном шаге.

В SIMULINK модели используются состояния двух типов — дискретные (**discrete states**) и непрерывные (**continuous states**). Непрерывное состояние изменяется непрерывно.

Среди стандартных блоков SIMULINK непрерывные состояния имеют следующие блоки: Integrator, State-Space, Transfer Fcn, Variable transport Delay, Zero Pole.

На сегодняшний день не существует аналитических методов интегрирования состояний реальных динамических систем, описываемых обыкновенными дифференциальными уравнениями, за исключением наиболее простых динамических систем. Поэтому при симуляции интегрирование состояний выполняется численными методами с использованием анализаторов уравнений — ODE **solvers**.

Sample Time Type	Sample Time	Color	Annotation	Explicit
Discrete	$[\tau_s, \tau_o]$	red, green, blue, light blue, dark green, orange	D1, D2, D3, D4, D5, D6, D7, D8, etc.	Yes
Continuous	$[0, 0]$	black	Cont	Yes
Fixed in minor step	$[0, 1]$	gray	FiM	Yes
Inherited	$[-1, 0]$			Yes
Constant	Inf	magenta	Inf	Yes
Variable	$[-2, \tau_{vo}]$	brown	V1, V2, etc.	No
Triggered	$[-1, -1]$	cyan	T	No
Asynchronous	$[-1, -n]$	purple	A1, A2, etc.	No



Parameters

Sine type: **Time based**

Time (t): Use simulation time

Amplitude:
1

Bias:
0

Frequency (rad/sec):
1

Phase (rad):
0

Sample time:
0.1

Interpret vector parameters as 1-D

OK Cancel Help

Enter the sample time value in this field

Parameters

Ensure data integrity during data transfer

Ensure deterministic data transfer (maximum delay)

Initial conditions:

Output port sample time options:

Output port sample time:

OK Cancel Help Apply

Enter sample time
in Output port
sample time field

Format Tools Help

- Font...
- Text Alignment ▶
- Enable TeX Commands
- Show Name
- Show Drop Shadow
- Show Port Labels ▶
- Foreground Color ▶
- Background Color ▶
- Screen Color ▶
- Show Smart Guides
 - Align Blocks ▶
 - Distribute Blocks ▶
 - Resize Blocks ▶
 - Flip Name
 - Flip Block Ctrl+I
 - Rotate Block ▶
- Port/Signal Displays ▶
- Block Displays ▶
- Library Link Display ▶
- Sample Time Display ▶
 - None
 - Colors
 - Annotations
 - ✓ All

Sample Time Legend

SampleTimeSpecify | vdp_viewers

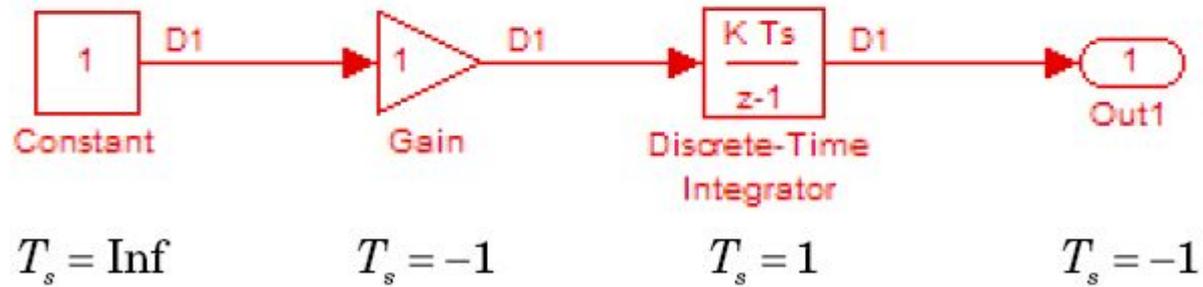
Sample Times for 'SampleTimeSpecify'

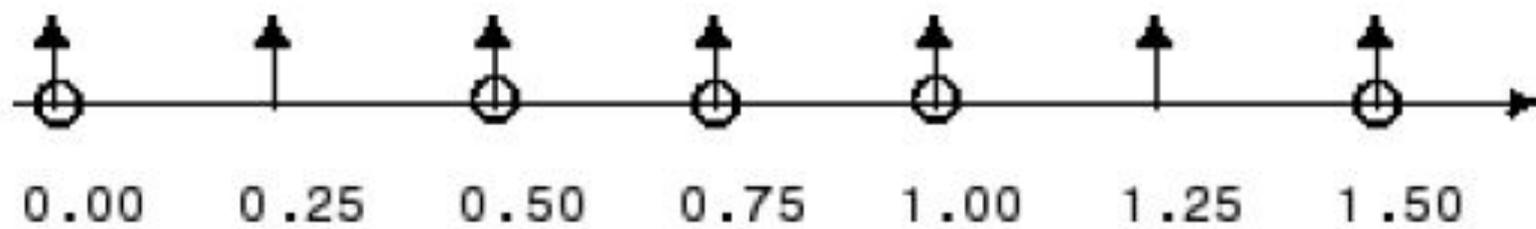
Color	Annotation	Description	Value
	D1	Discrete 1	0.1
	D2	Discrete 2	0.2
	H	Hybrid	Not Applicable

Print

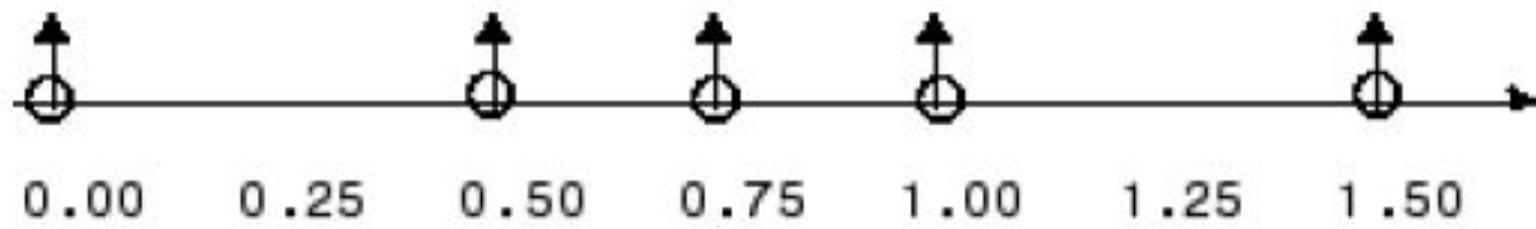
Help

Inline Parameters Off

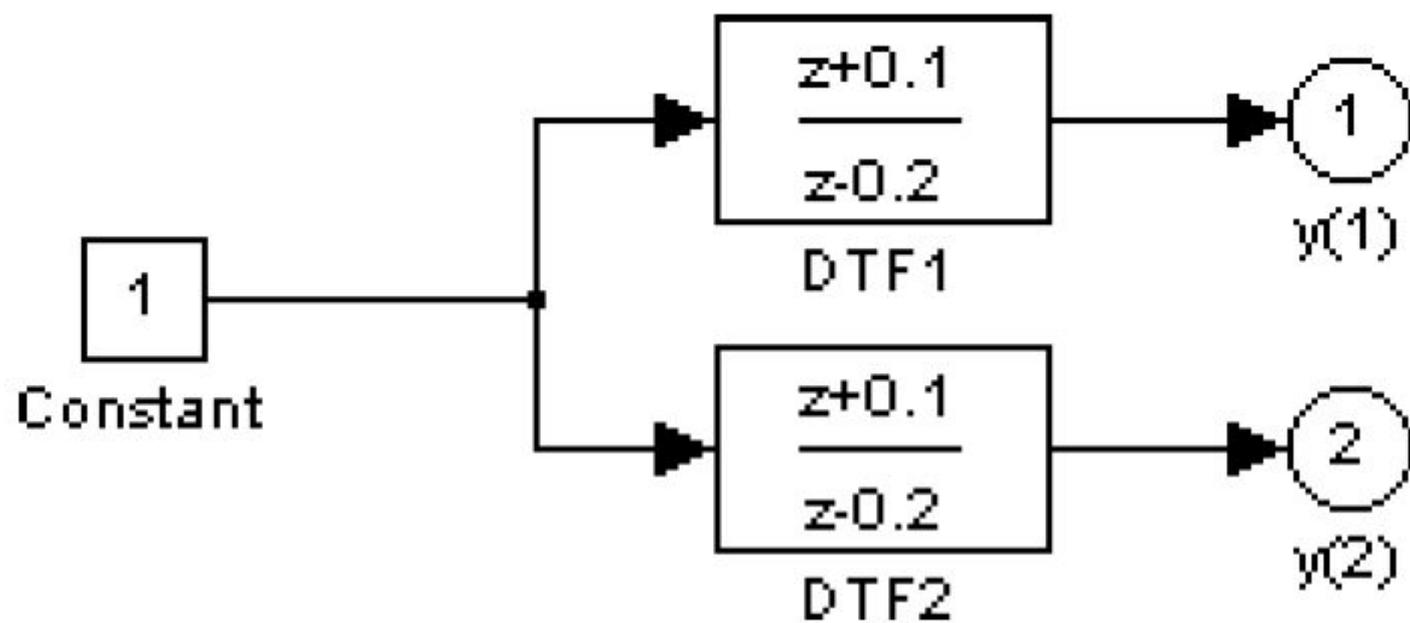


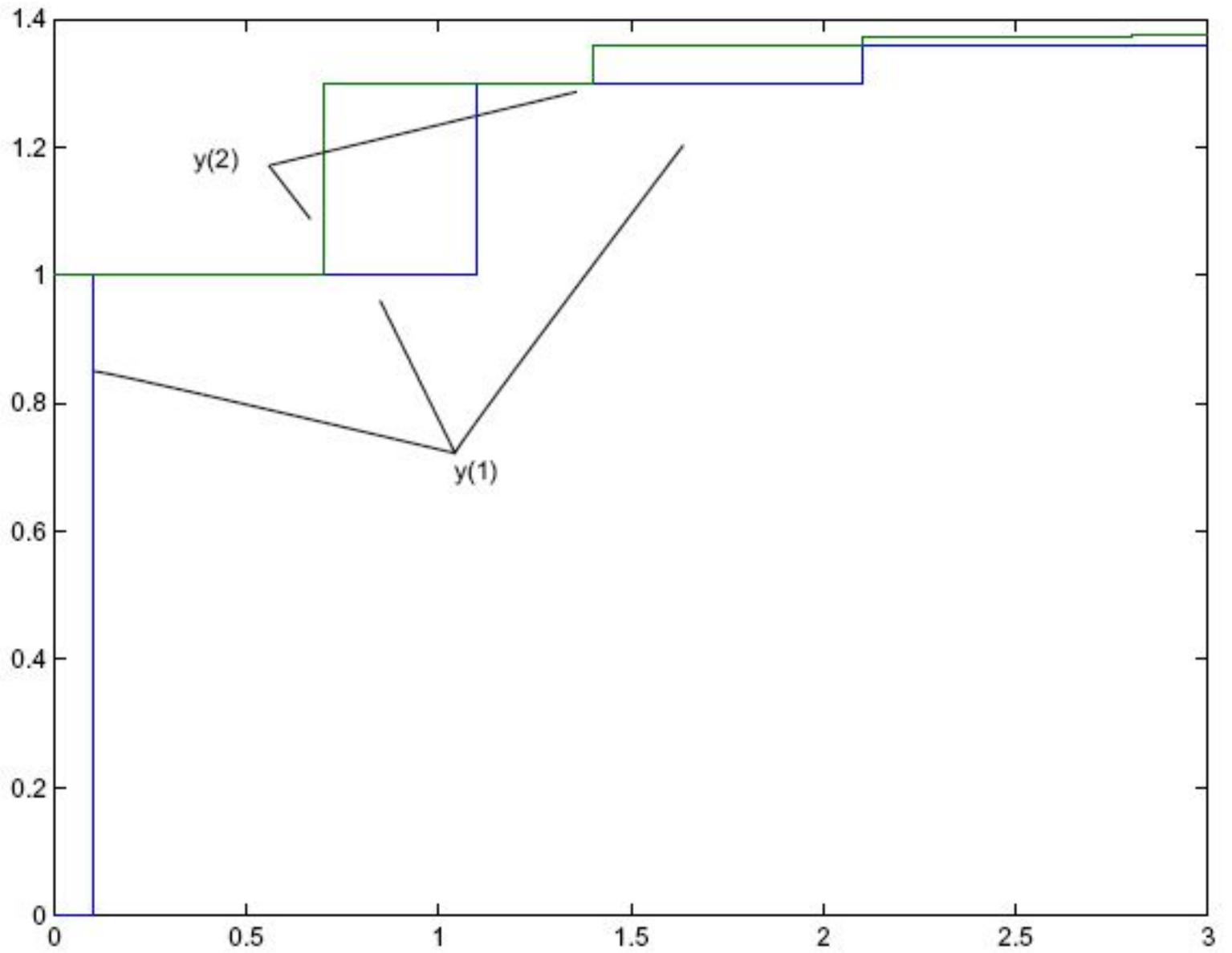


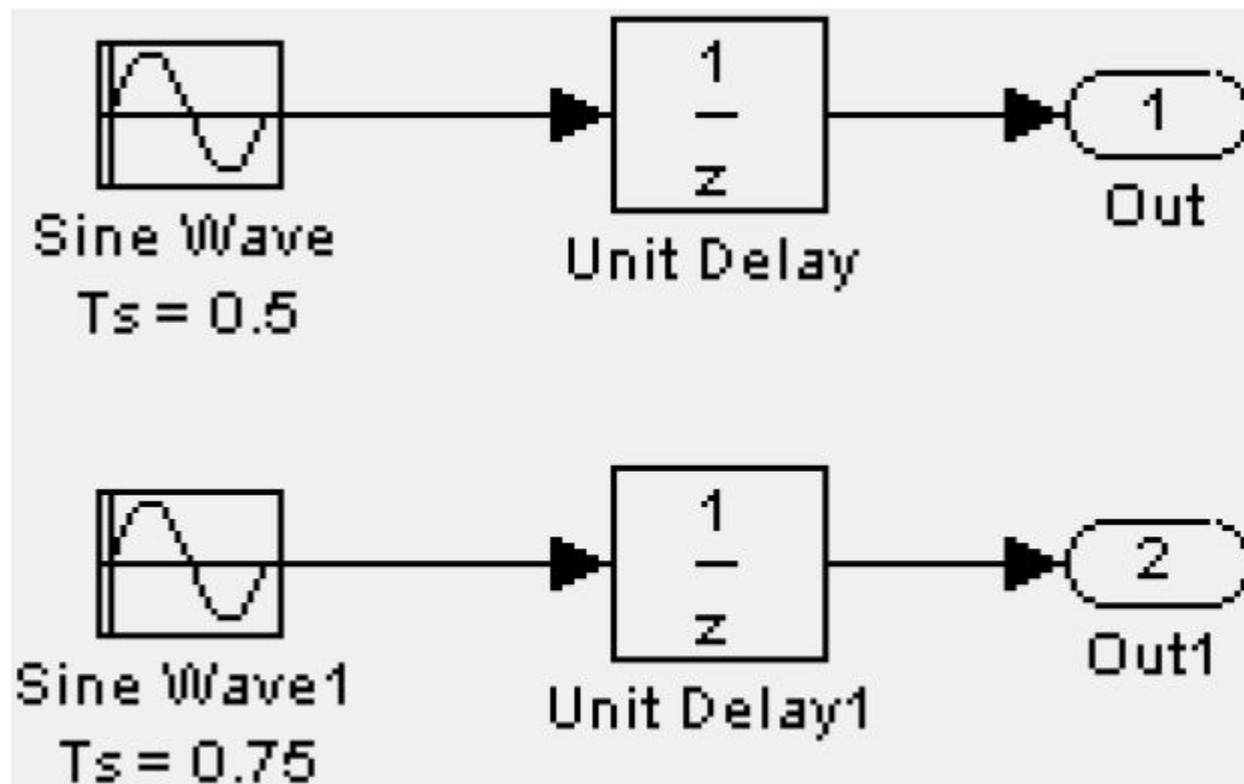
Fixed-Step Solver



Variable-Step Solver







[0.0 0.25 0.5 0.75 1.0 1.25 ...]

[0.0 0.5 0.75 1.0 1.5 2.0 2.25 ...]

