

# Комплексные

---

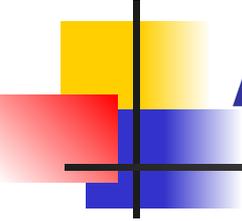
# числа



# Мнимая единица.

---

- Если  $i^2 = -1$ , то число  $i$  будем называть **МНИМОЙ единицей**.
- Значит  $i = \sqrt{-1}$
- Степени мнимой единицы:
- $i$ ;
- $i^2 = -1$ ;
- $i^3 = i^2 \cdot i = (-1)i = -i$ ;
- $i^4 = i^3 \cdot i = -i \cdot i = -i^2 = -(-1) = 1$ ;
- $i^5 = i^4 \cdot i = 1 \cdot i = i$ .



# Алгебраическая форма .

---

- Числа вида  $a+bi$ , где  $a$  и  $b$  – действительные числа,  $i$  – мнимая единица, будем называть **комплексными**.
- Число  **$a$**  – действительная часть.
- Число  **$bi$**  – мнимая часть.
- Число  **$b$**  – коэффициент при мнимой части.
- Два комплексных числа  **$a + bi$**  и  **$c + di$**  равны, если  **$a=c$**  и  **$b=d$** .
- Частные случаи:1) если  $a = 0$ , то  $bi$  – чисто мнимое число;  
2) если  $b = 0$ , то  $a$  – действительное число;  
3) если  $a = 0$  и  $b = 0$ , то комплексное число  $= 0$ .
- Два комплексных числа называются **сопряжёнными**, если они отличаются друг от друга только знаками перед мнимой частью.



# Историческая справка

---

Итальянский математик Джерсламс Кардано (1501-1576), решая задачу о представлении числа 10 в виде суммы двух слагаемых так, чтобы произведение этих слагаемых равнялось 40, встретился с ситуацией, что система

$$\begin{cases} x + y = 10 \\ xy = 40 \end{cases}$$

не имеет действительных решений. Величины, квадрат которых равен отрицательному числу Кардано назвал «софически отрицательными», считал, что они лишены всякого реального содержания. Писал: «Для осуществления таких действий нужна была бы новая арифметика, которая была бы настолько же утонченной, насколько бесполезной»

# Основатели

## теории комплексных чисел

Бомбелли-итальянский алгебраист в 1572г. ввёл правила арифметических действий

Р. Декарт- французкий математик и философ в 1637г. Дал название «мнимые числа»

Эйлер-русский математик, швейцарец по происхождению, ввёл символ  $i$ , а в 1748г. нашел формулу, носящую теперь его имя.

$$e^{ix} = \cos x + i \sin x, \text{ при } x = 2\pi$$
из формулы получается таинственное равенство единения арифметики, алгебры, геометрии и анализа.

**К.Гаусс** в 1799г. доказал основную теорему алгебры, в 1831г. предложил геометрическую интерпретацию,

Независимо от него датчанином Весселем (1797) и французом

Аргоном (1806) предложено геометрическое толкование комплексных чисел

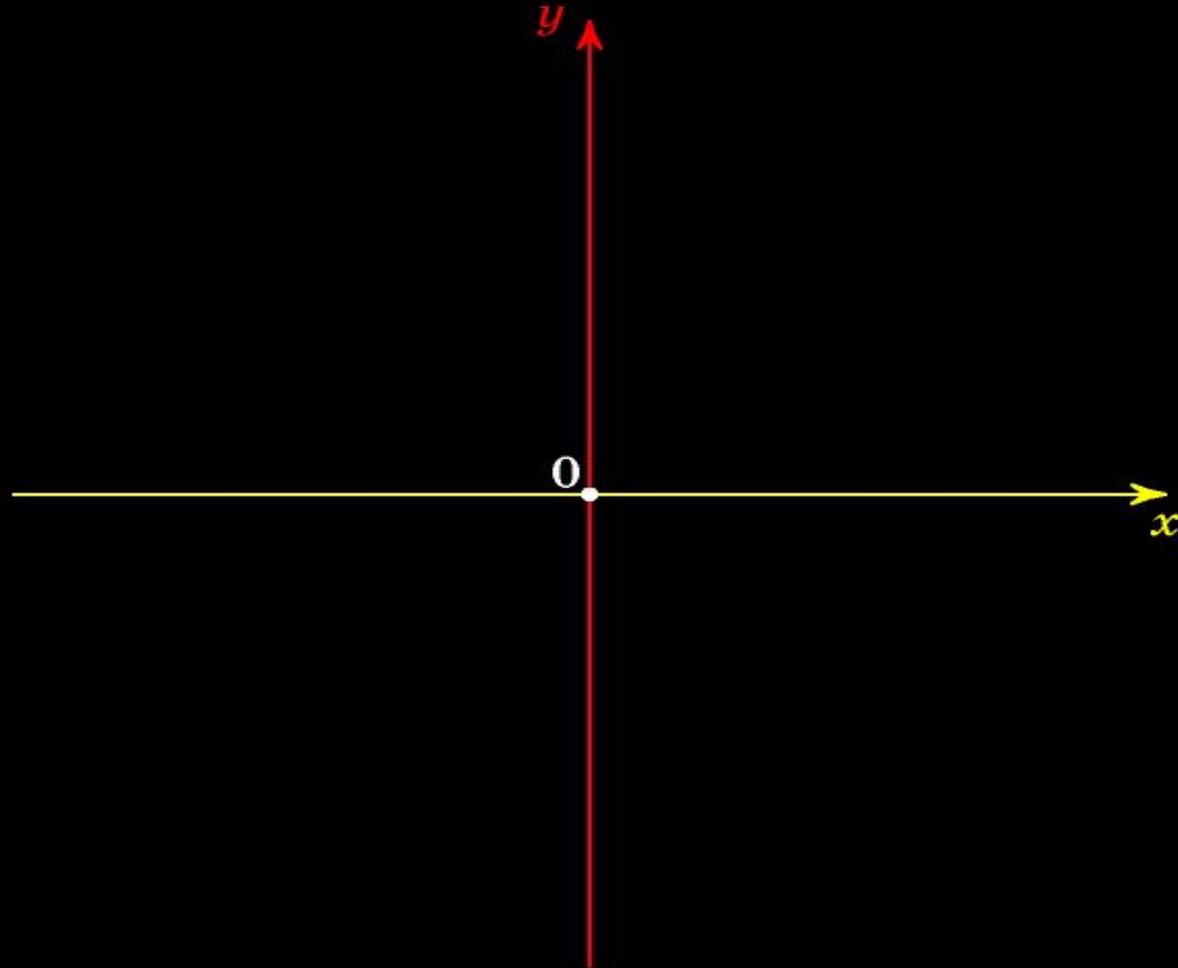
# Словарь терминов

- Комплексный-лат. составной, сложный. Термин введён Гауссом
- *i*-первая буква французского слова *imaginaire*, мнимый
- Инверсия, *inversio* - лат. переворачивание

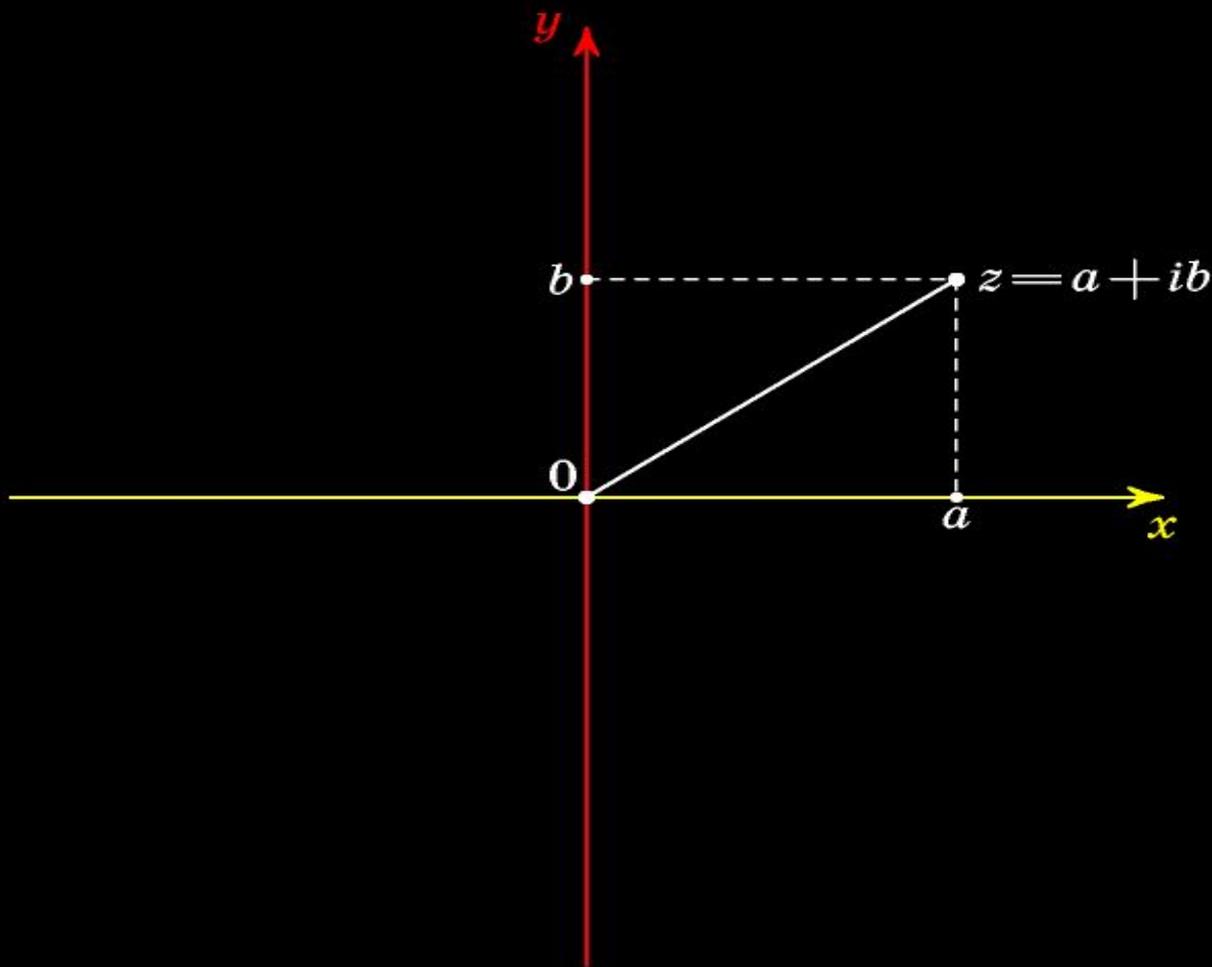


Карл Фридрих Гаусс  
1777—1855

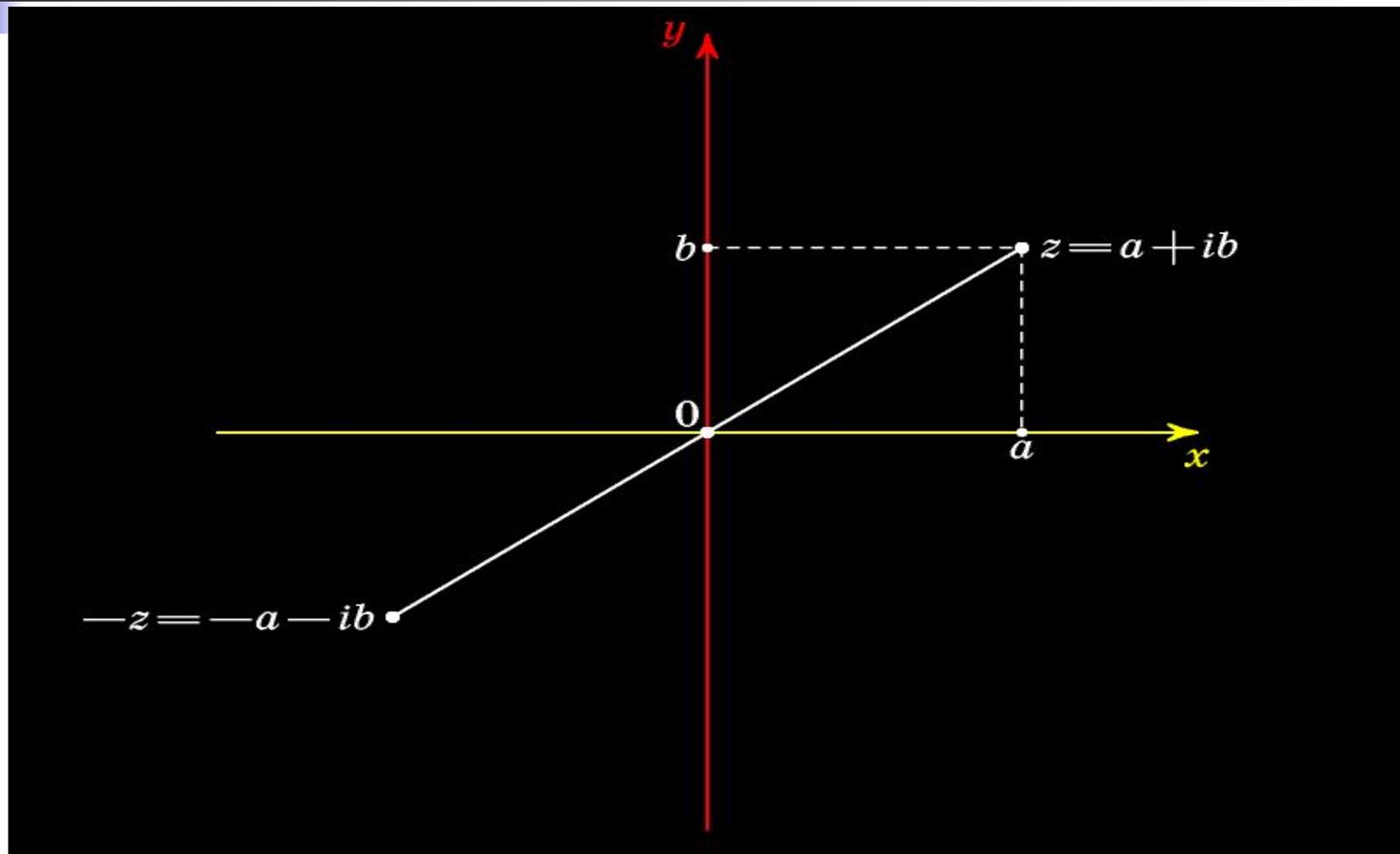
Рассмотрим плоскость с заданной на ней декартовой системой координат. Ось абсцисс назовём вещественной осью, ось ординат — мнимой осью.



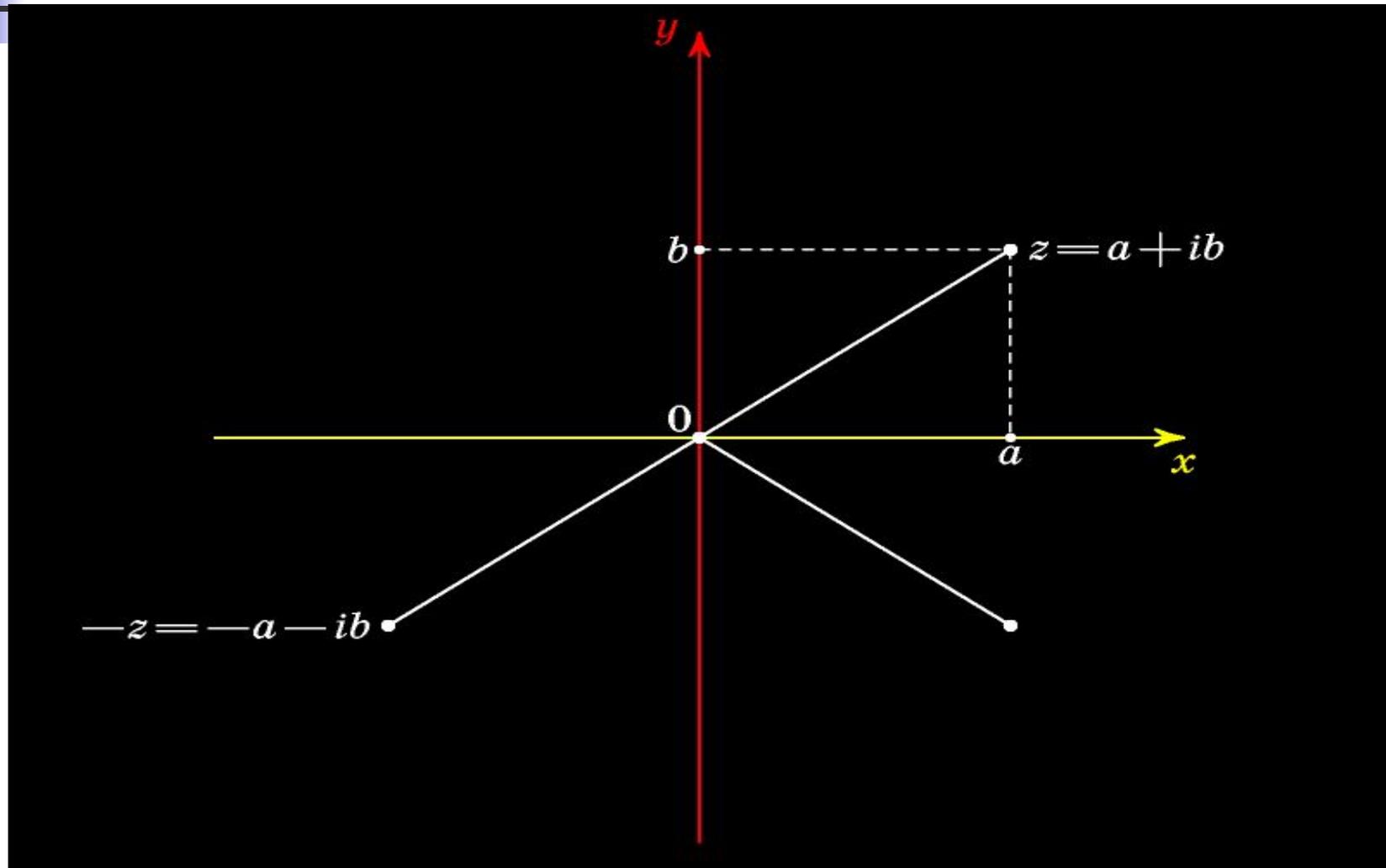
Точку  $(a; b)$  называют комплексным числом  $z = a + bi$ . Число  $a$  — вещественная часть, а число  $b$  — мнимая часть комплексного числа  $z$ . Запись  $a + bi$  называют алгебраической формой комплексного числа  $z$ .



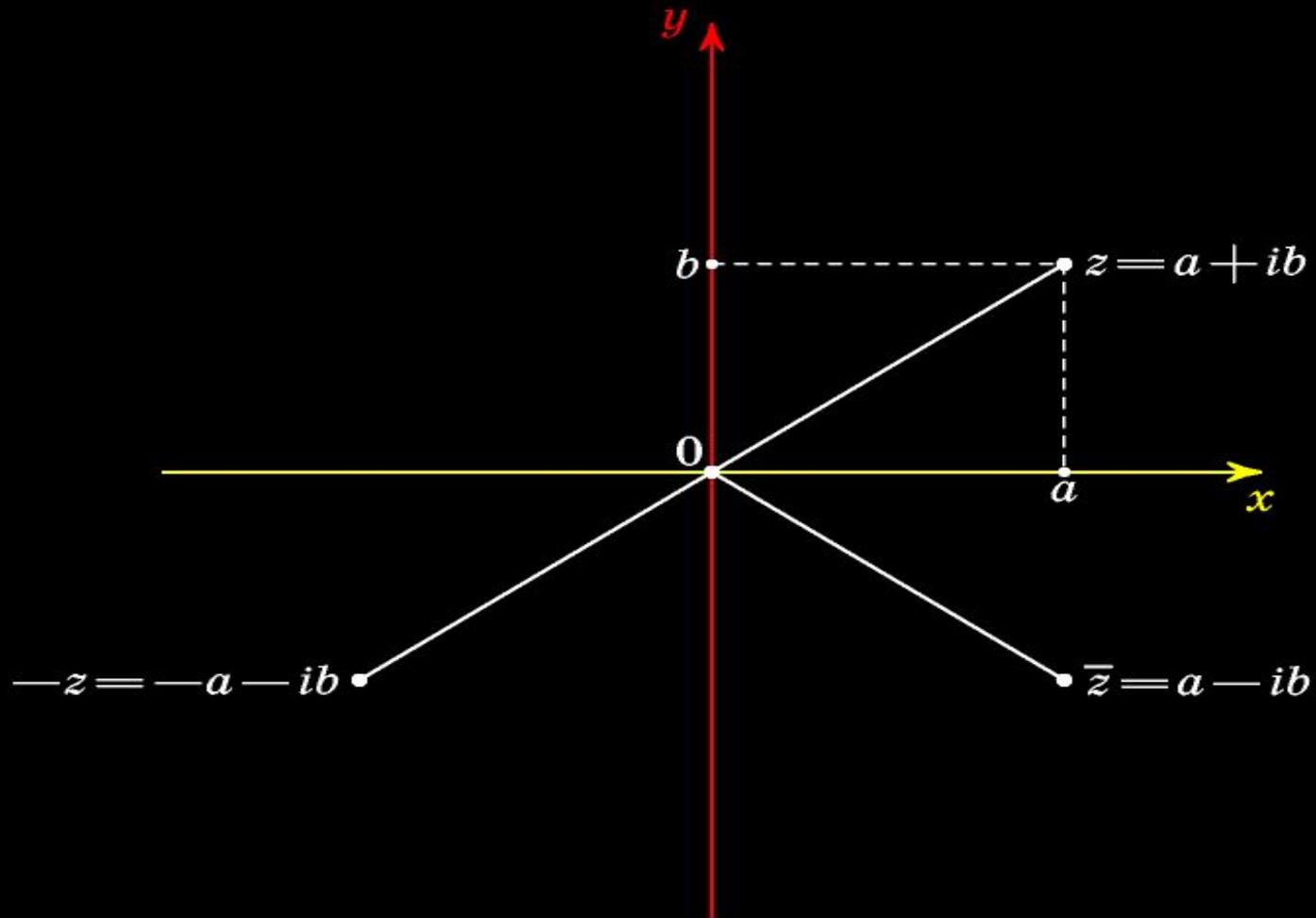
# Число $-z$ симметрично числу $z$ относительно начала координат



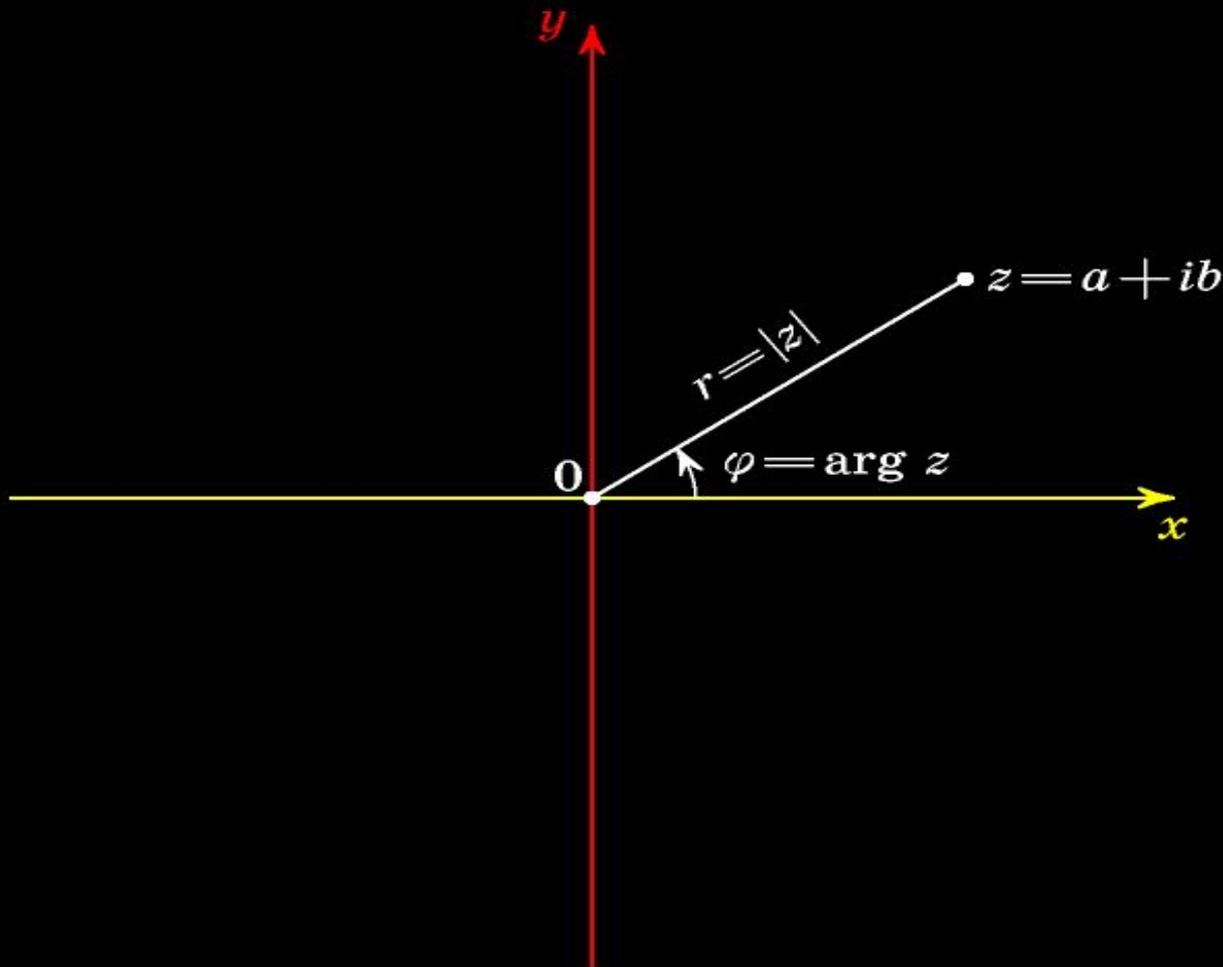
Число, симметричное числу  $z$  относительно оси абсцисс, называют сопряжённым к числу.



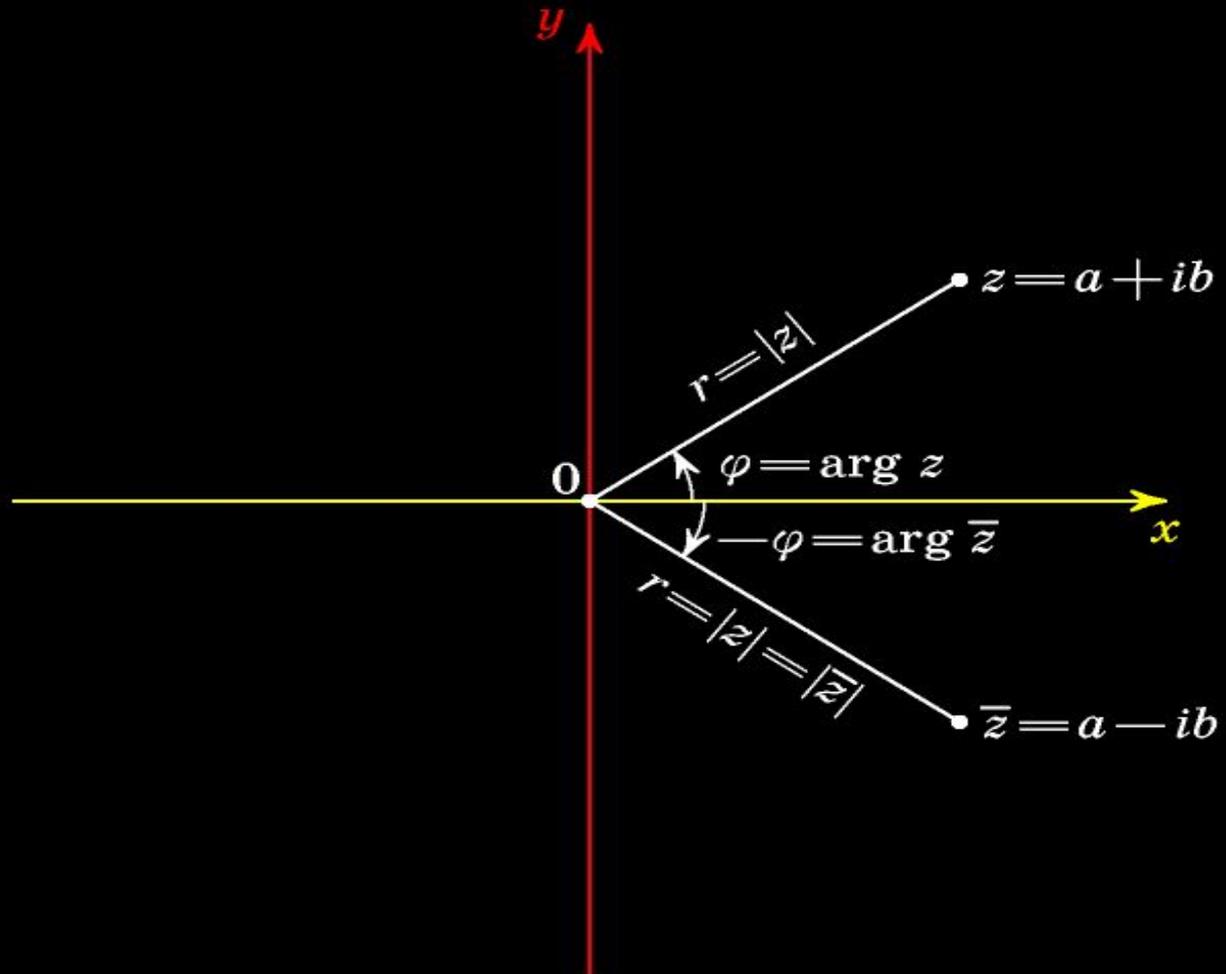
Это число  $a - bi$  обозначают так:  $\bar{z}$



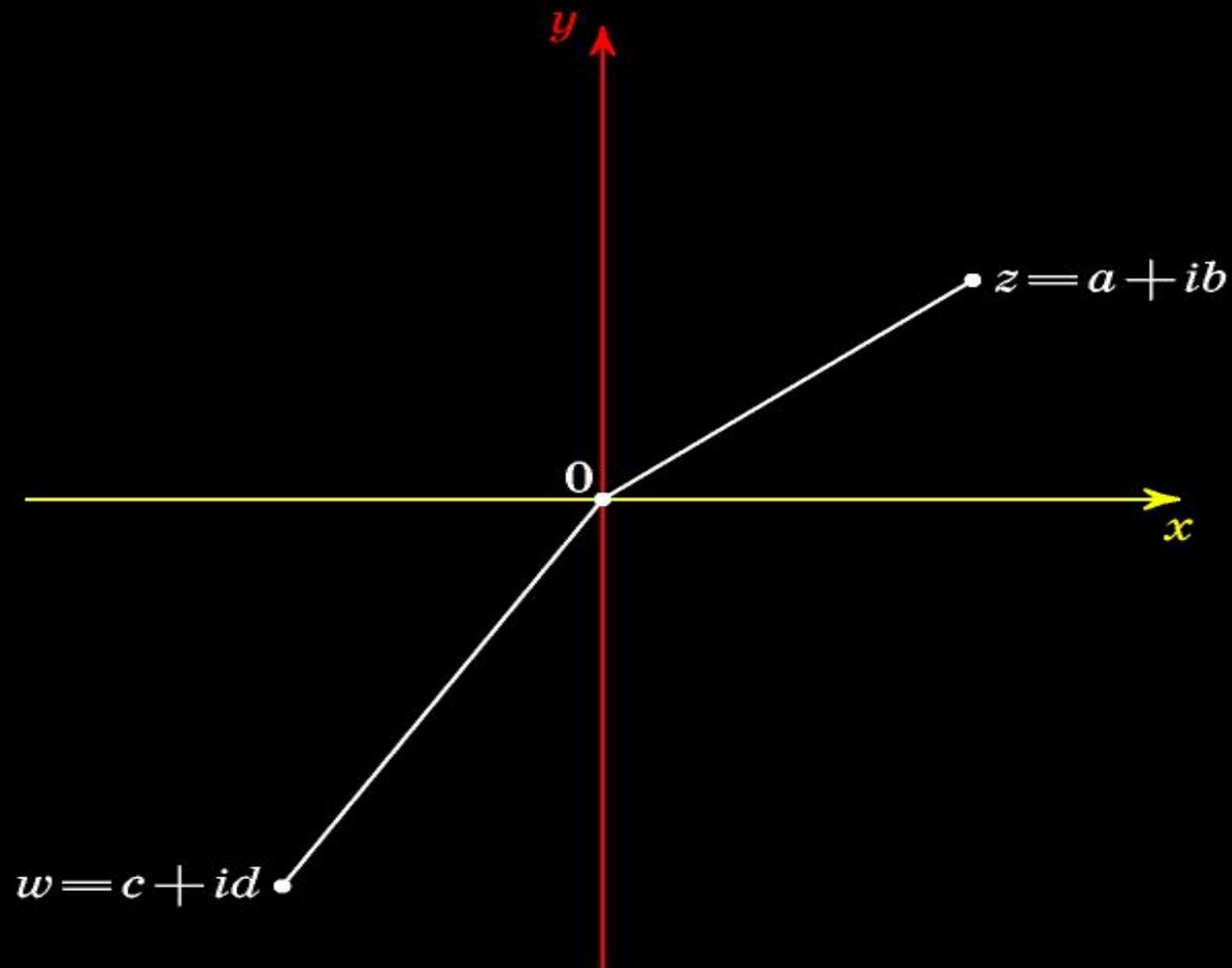
Модулем (абсолютной величиной) комплексного числа  $z$  называют расстояние от начала координат до точки  $(a; b)$ . Аргумент числа — величина угла между положительным направлением оси абсцисс и лучём, выходящим из начала координат и проходящим через точку  $(a; b)$ .



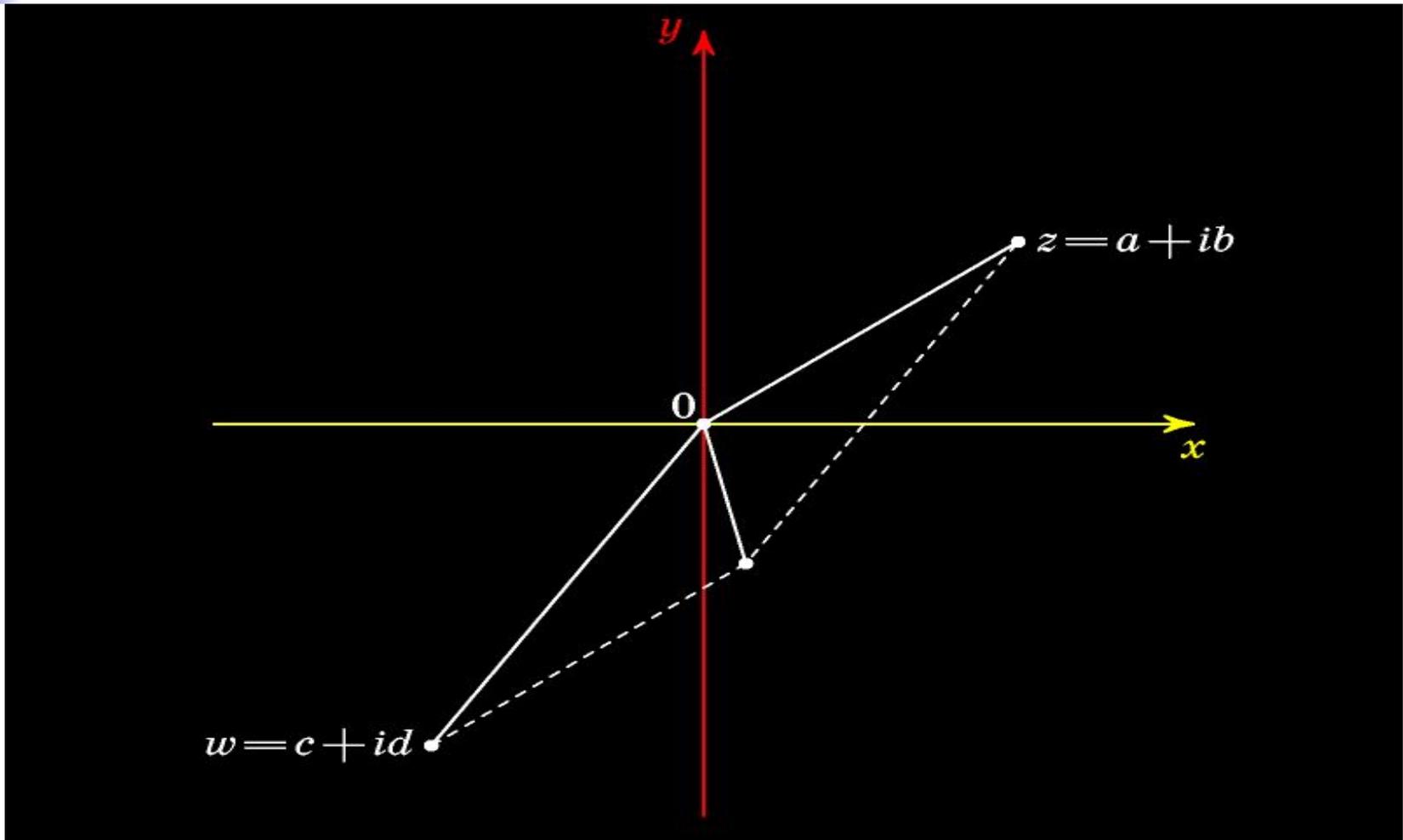
# Модули сопряжённых чисел равны, а аргументы противоположны



# Как складывать комплексные числа $z = a + bi$ и $w = c + di$ ?

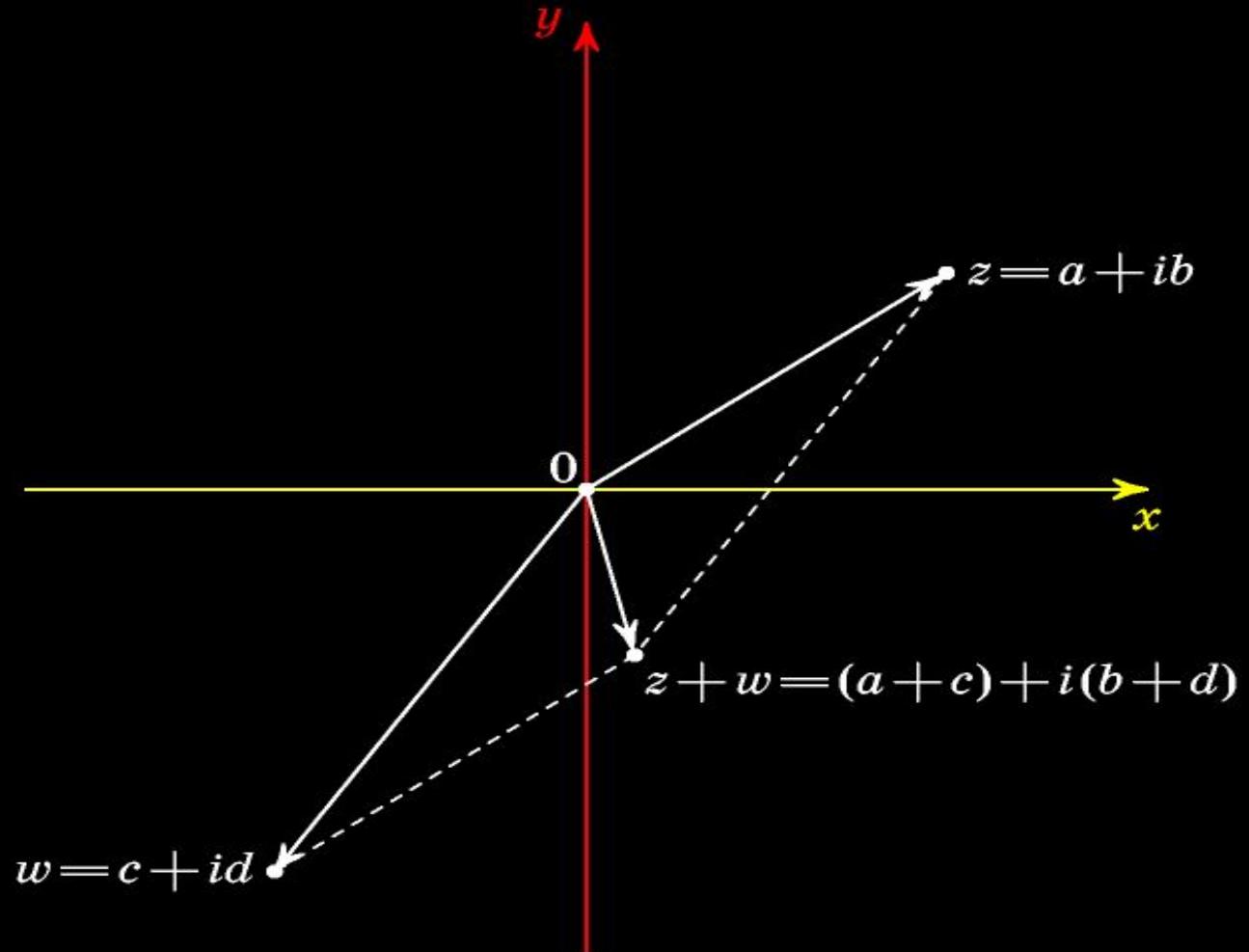


# Сумма комплексных чисел - это сумма векторов.



В алгебраической форме:

$$z + w = (a + c) + (b + d)i.$$



Тригонометрическая форма комплексного числа — это его выражение  $z = r(\cos \varphi + i \sin \varphi)$  через абсолютную величину  $r$  и аргумент  $\varphi$  комплексного числа  $z$ .

