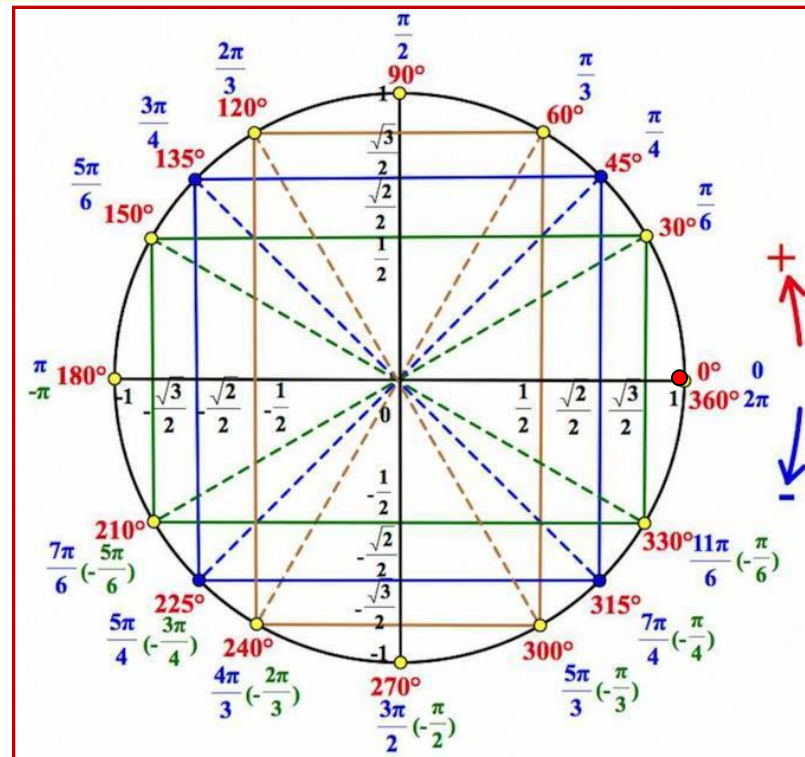


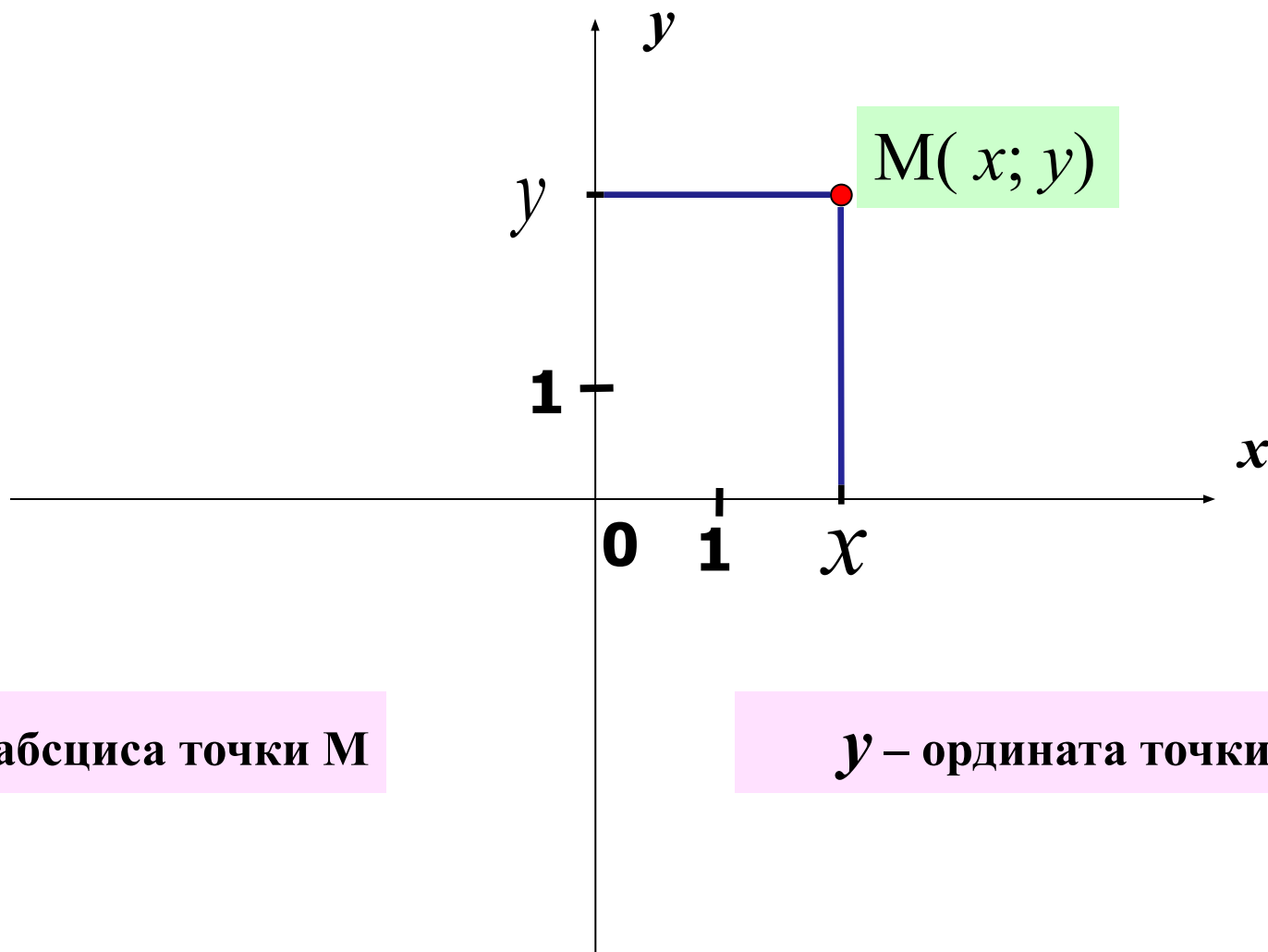
Алгебра і початки аналізу, 10 клас



Урок 1-2

Тригонометричні функції числового аргументу. Означення синуса, косинуса, тангенса і котангенса кутів повороту.

Пригадаємо, що будь-яка точка координатної площини має дві координати – абсцису і ординату:



x – абсциса точки M

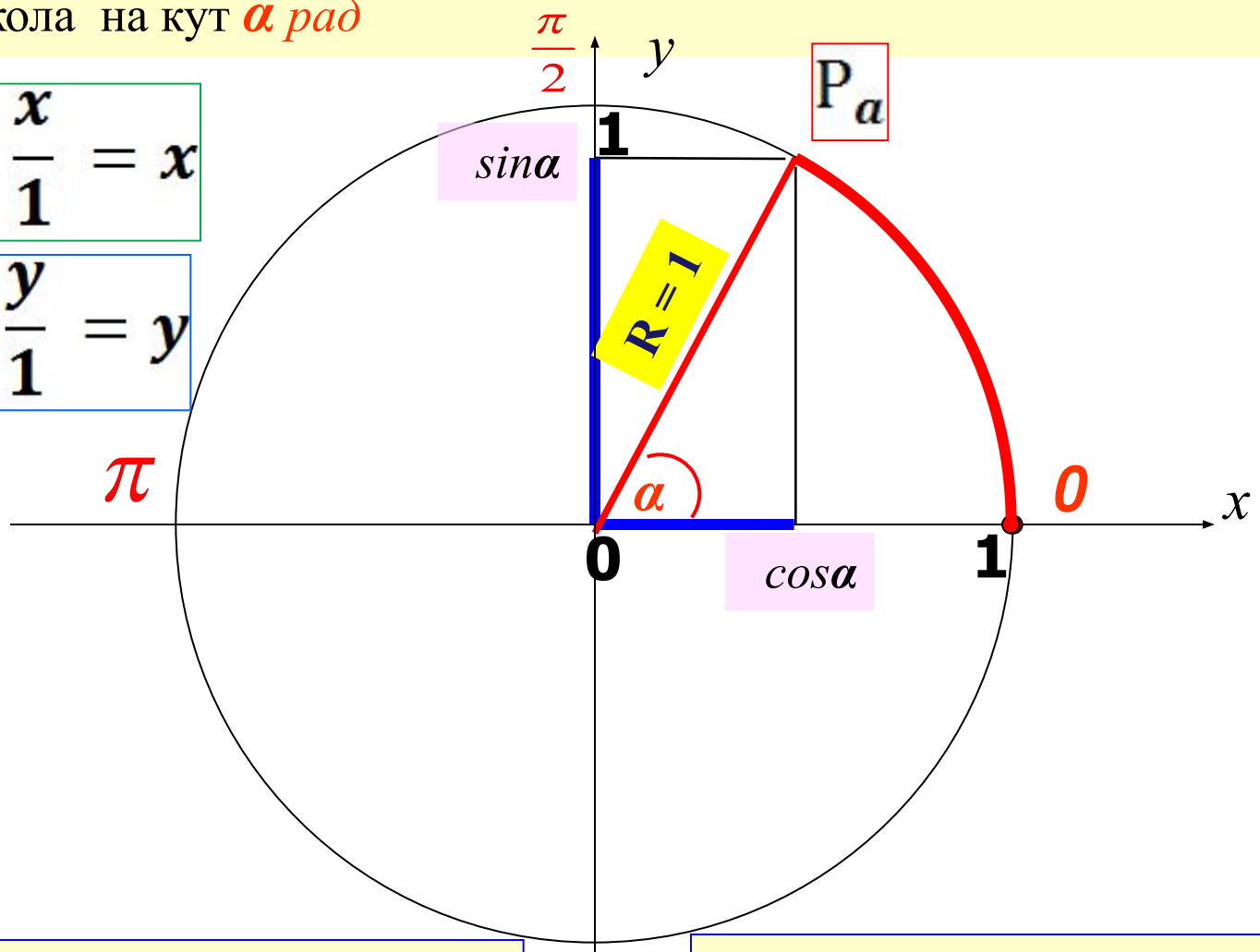
y – ордината точки M

$(x ; y)$ – координати точки M

Розглянемо одиничне тригонометричне коло і довільний гострий кут повороту α , який ми отримуємо в результаті повороту точки $P_0(1;0)$ навколо центра кола на кут α рад

$$\cos \alpha = \frac{x}{1} = x$$

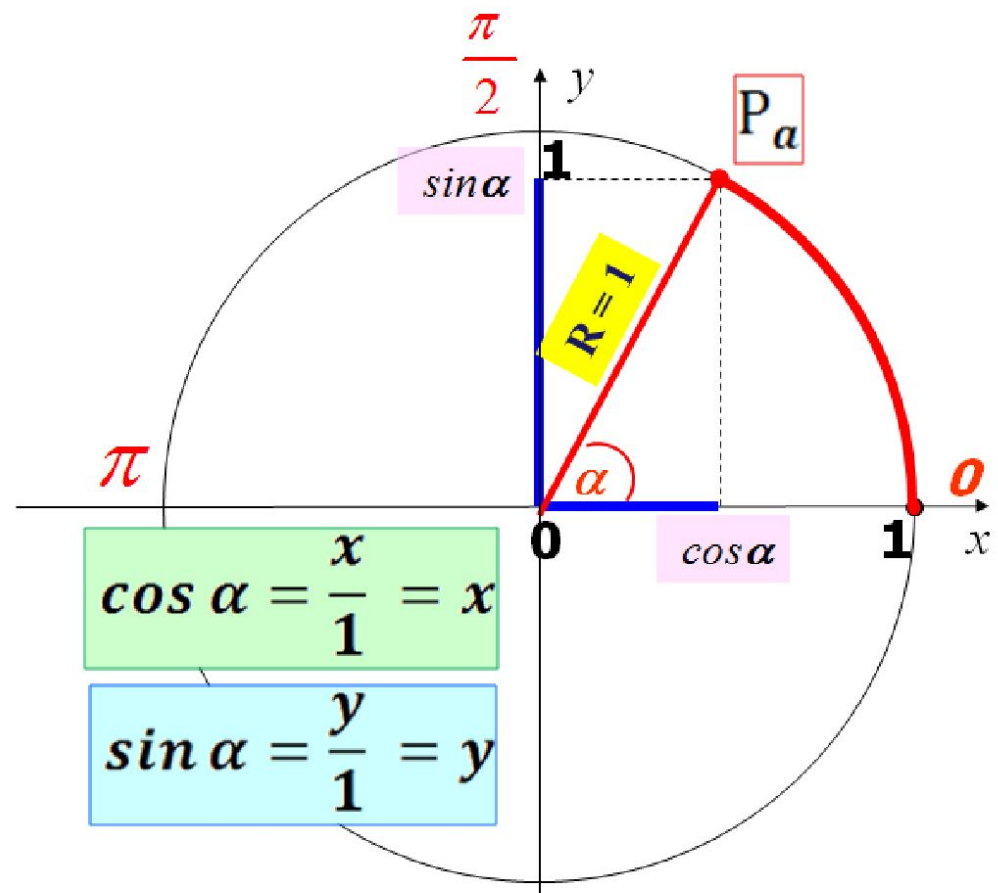
$$\sin \alpha = \frac{y}{1} = y$$



$\cos \alpha$ – абсциса точки повороту

$\sin \alpha$ – ордината точки повороту

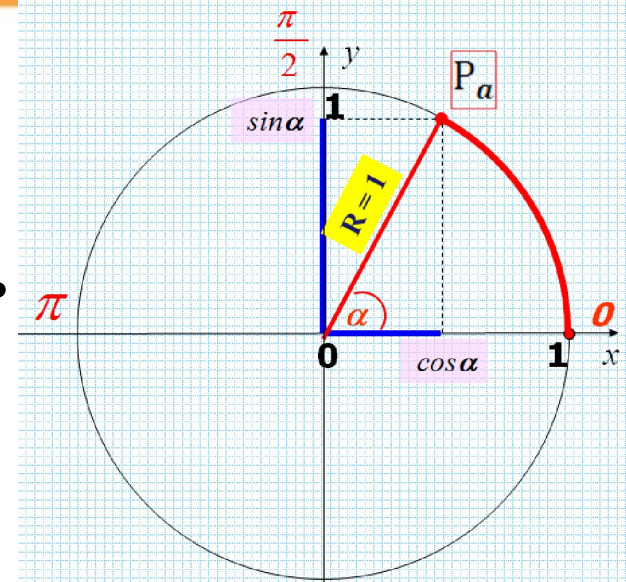
Отже, маємо залежність між дійсним числом α і абсцисою та ординатою відповідної точки одиничного кола, на яку відображується початкова точка $P_0(1;0)$ під час повороту навколо центра кола на кут α рад



Ці залежності дістали назву **тригонометричних функцій числа**, або **тригонометричних функцій числового аргументу**.

Синусом числа α

називається **ордината** точки P_α одиничного кола, в яку переходить початкова точка $P_0(1;0)$ під час повороту навколо центра кола на кут α рад, і позначається **$\sin \alpha$** .



Косинусом числа α називається **абсциса** точки P_α одиничного кола, в яку переходить початкова точка $P_0(1;0)$ під час повороту навколо центра кола на кут α рад, і позначається **$\cos \alpha$** .

Тангенсом числа α називається відношення $\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$ а **котангенсом числа α** відношення $\frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$ і позначаються вони відповідно **$\operatorname{tg} \alpha$** і **$\operatorname{ctg} \alpha$** .

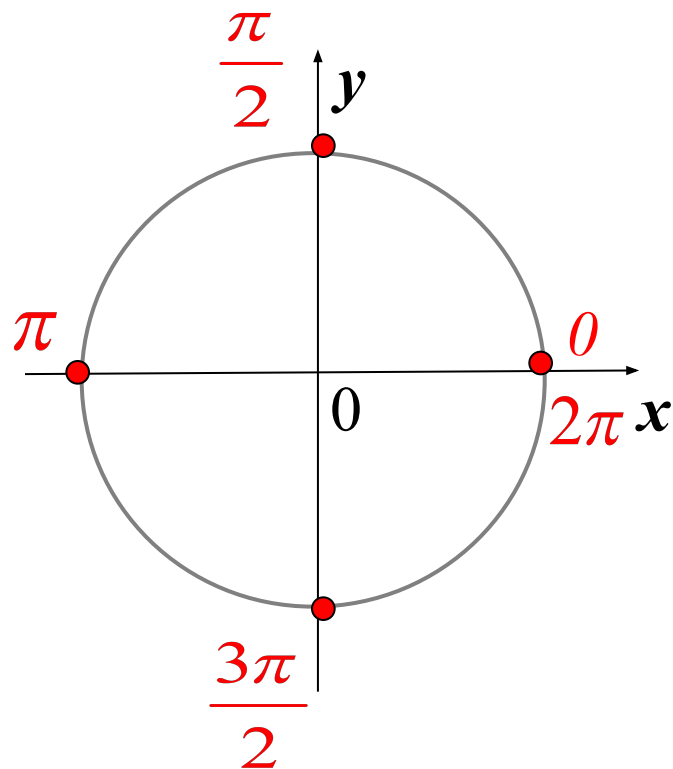
Отже, за означенням

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

$$\cos \alpha \neq 0 \Rightarrow \alpha \neq \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

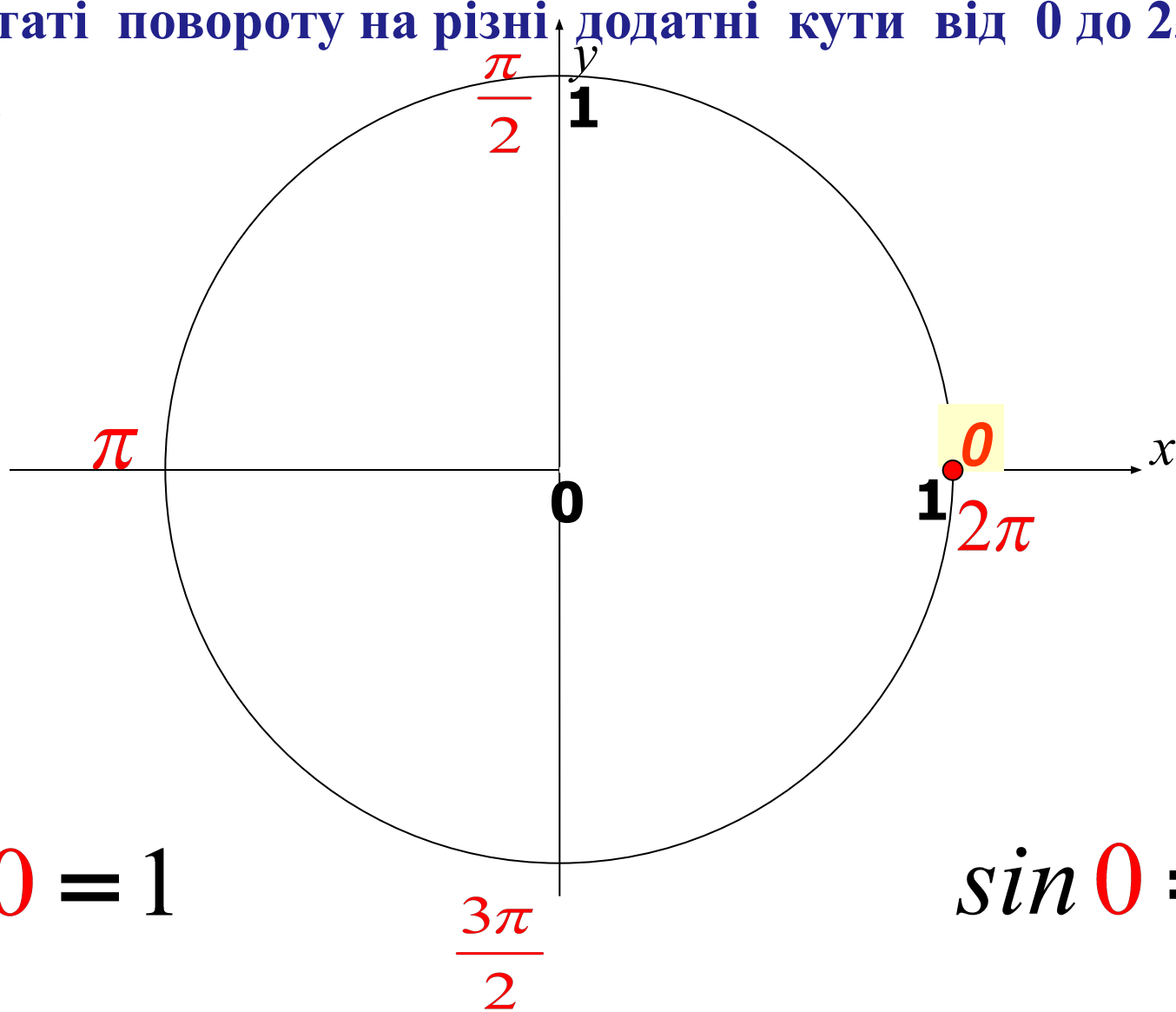
$$\operatorname{ctg} \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$$

$$\sin \alpha \neq 0 \Rightarrow \alpha \neq \pi n, n \in \mathbb{Z}$$



Прослідкуємо за координатами точки одиничного тригонометричного кола, яку будемо отримувати в результаті повороту на різні додатні кути від 0 до 2π :

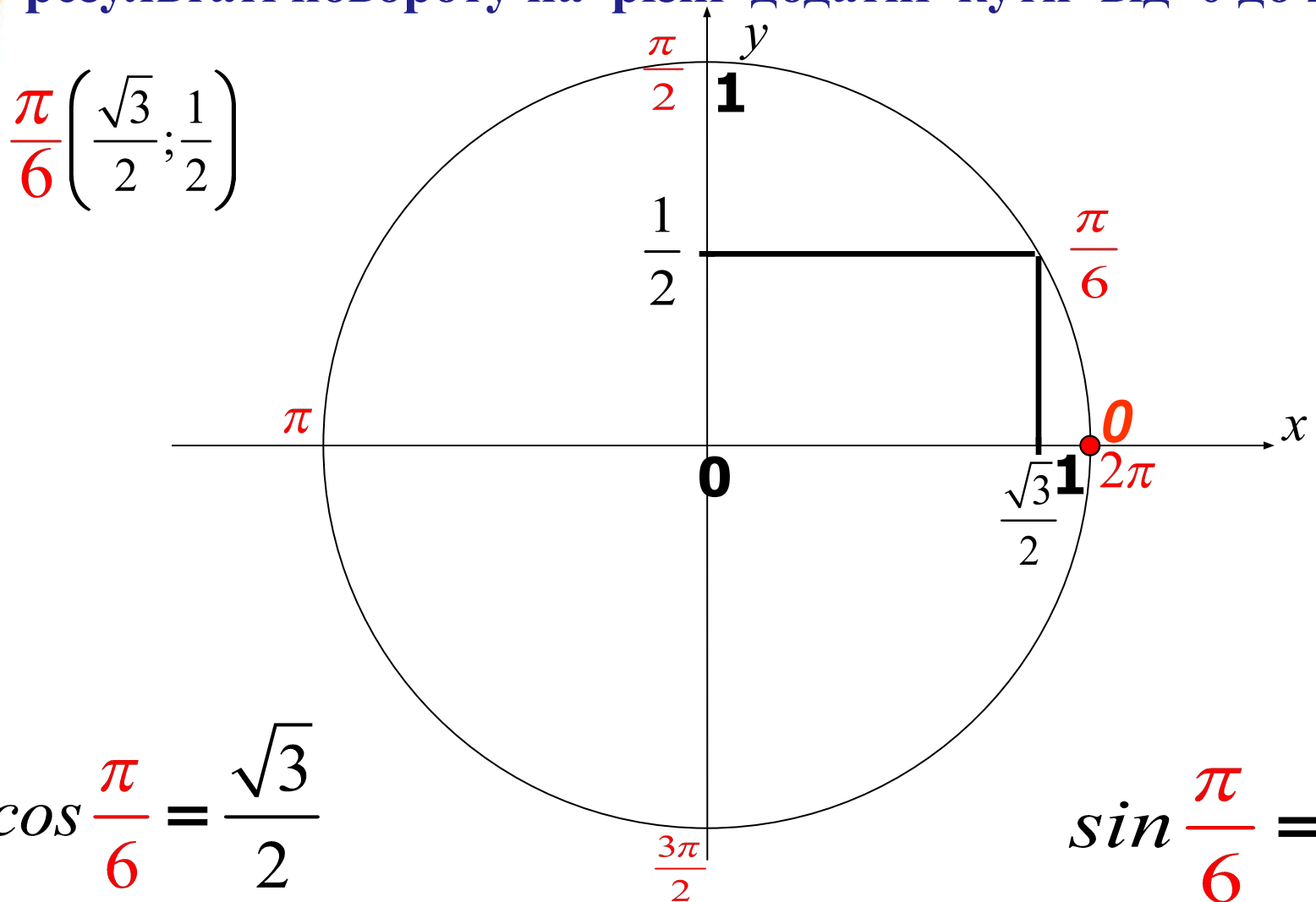
$$0(1; 0)$$



$$\cos 0 = 1$$

$$\sin 0 = 0$$

Прослідкуємо за координатами точки одиничного тригонометричного кола, яку будемо отримувати в результаті повороту на різні додатні кути від 0 до 2π :

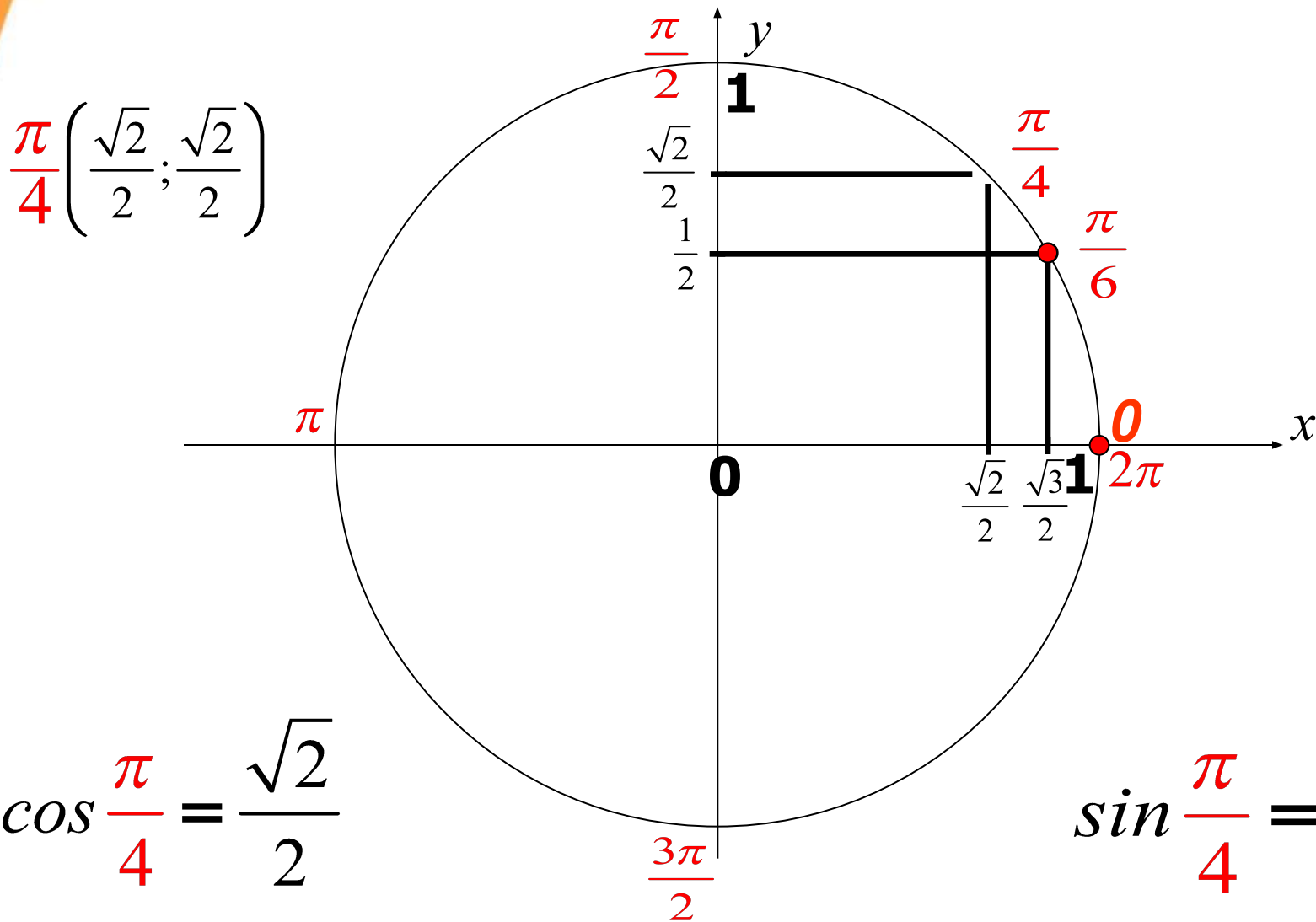


$$\frac{\pi}{6} \left(\frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{1}{2} \right)$$

$$\cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$$

Прослідкуємо за координатами точки одиничного тригонометричного кола, яку будемо отримувати в результаті повороту на різні додатні кути від 0 до 2π :

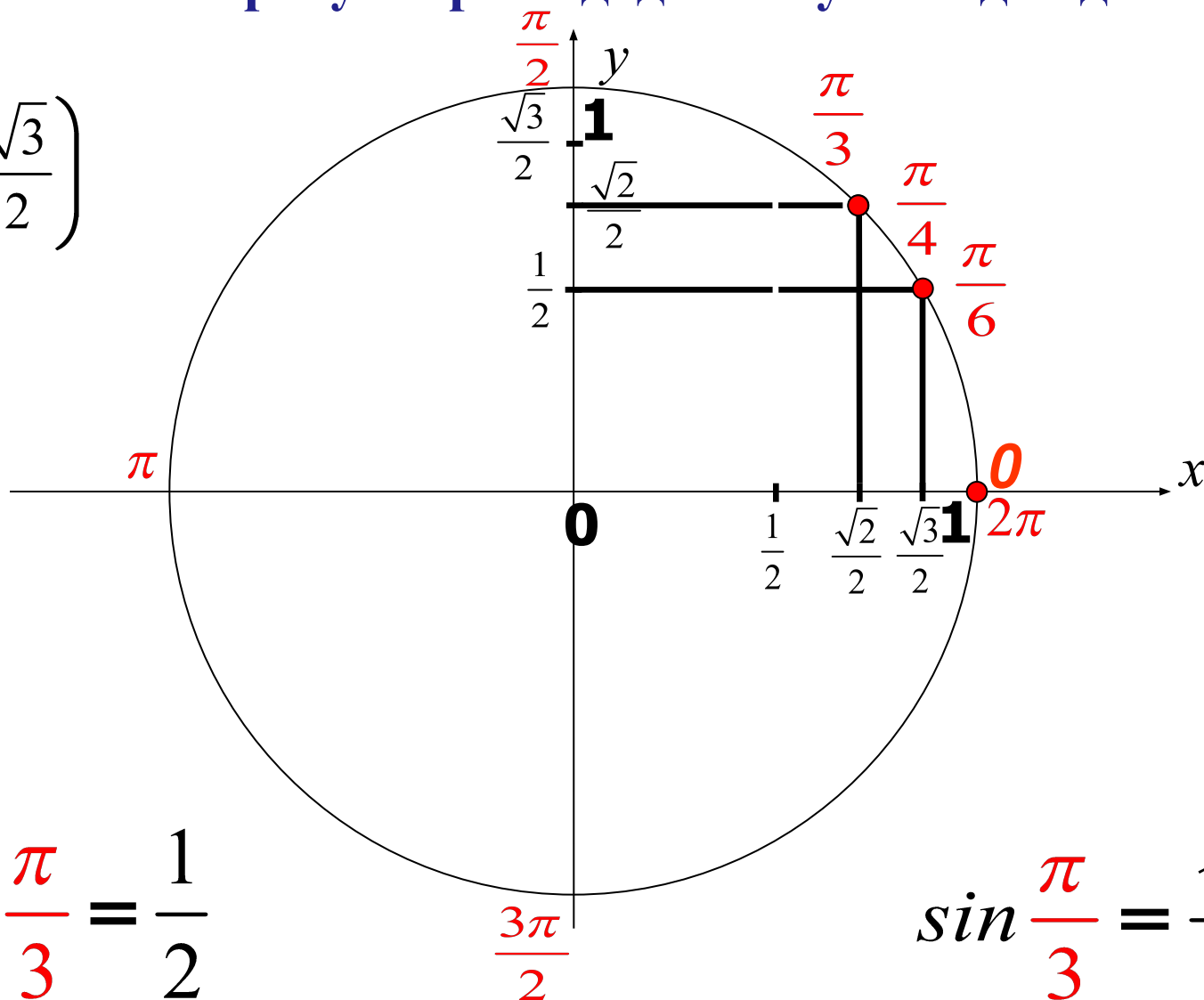


$$\cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Проблудкуємо за координатами точки одиницевого тригонометричного кола, яку будемо отримувати в результаті повороту на різні додатні кути від 0 до 2π :

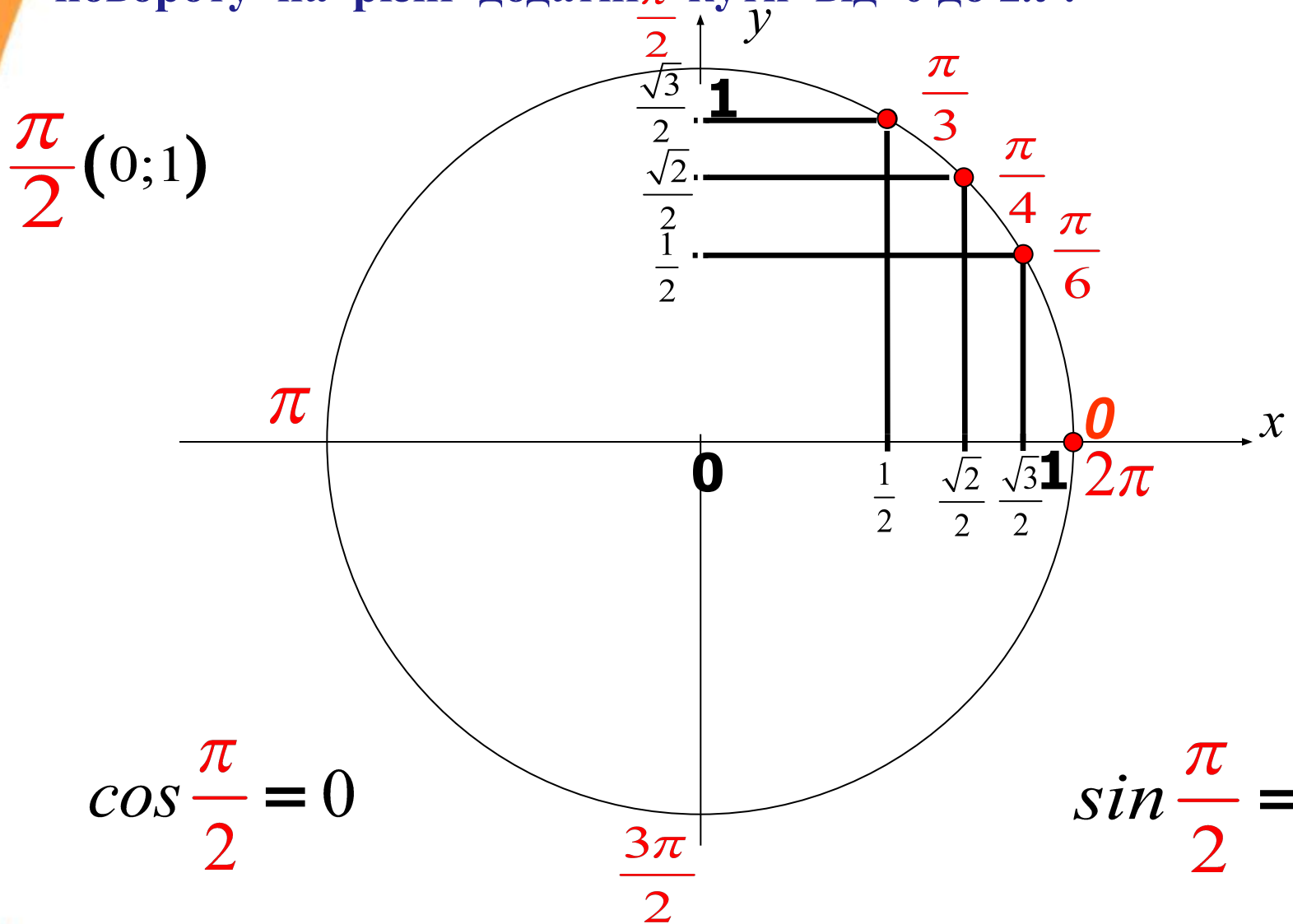
$$\frac{\pi}{3} \left(\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$$



$$\cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$$

$$\sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

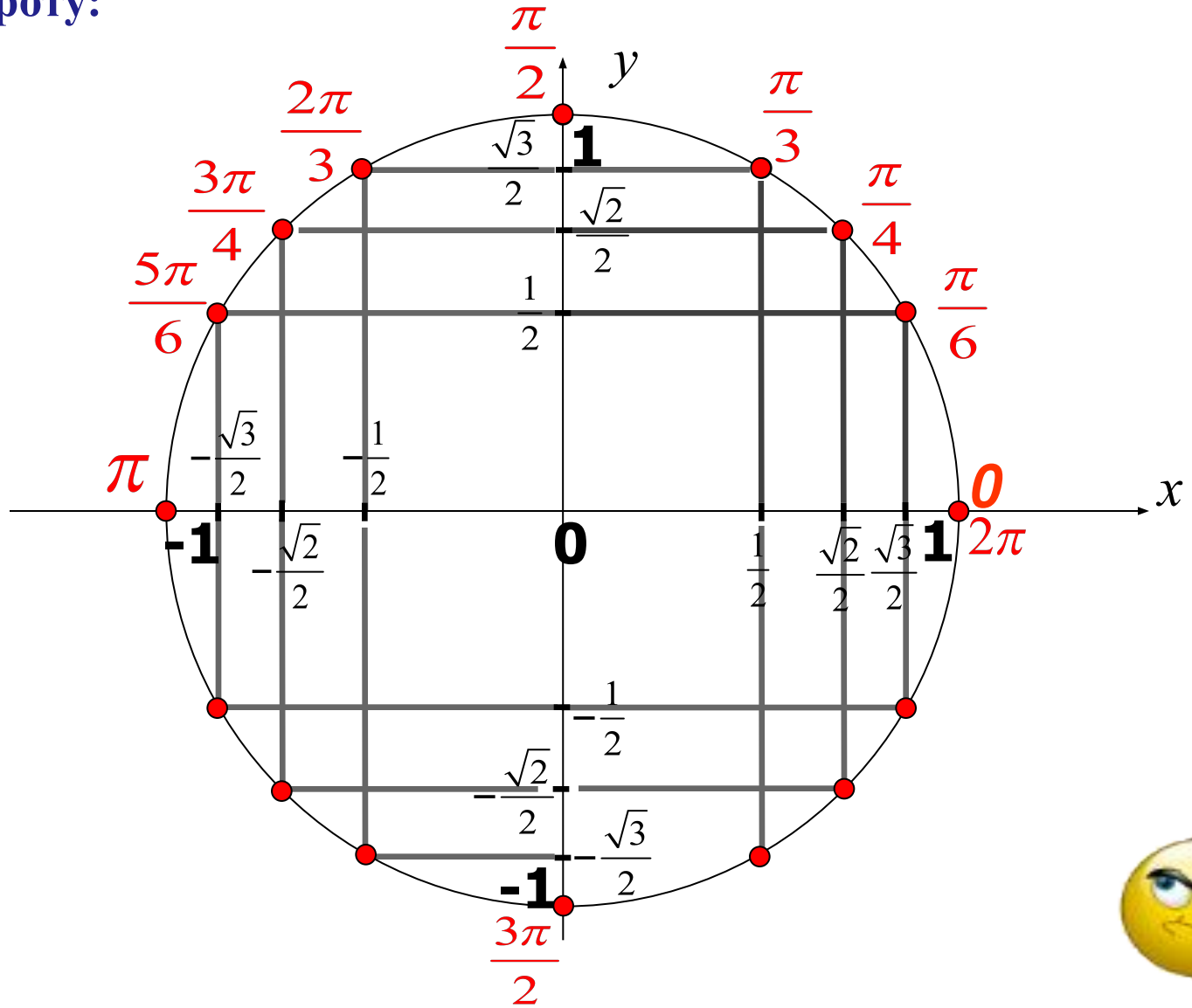
Прослідкуємо за координатами точки одиничного тригонометричного кола, яку будемо отримувати в результаті повороту на різні додатні π кути від 0 до 2π :



$$\cos \frac{\pi}{2} = 0$$

$$\sin \frac{\pi}{2} = 1$$

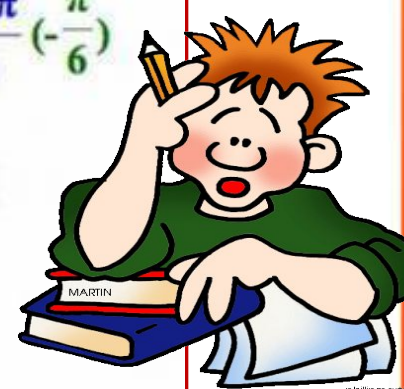
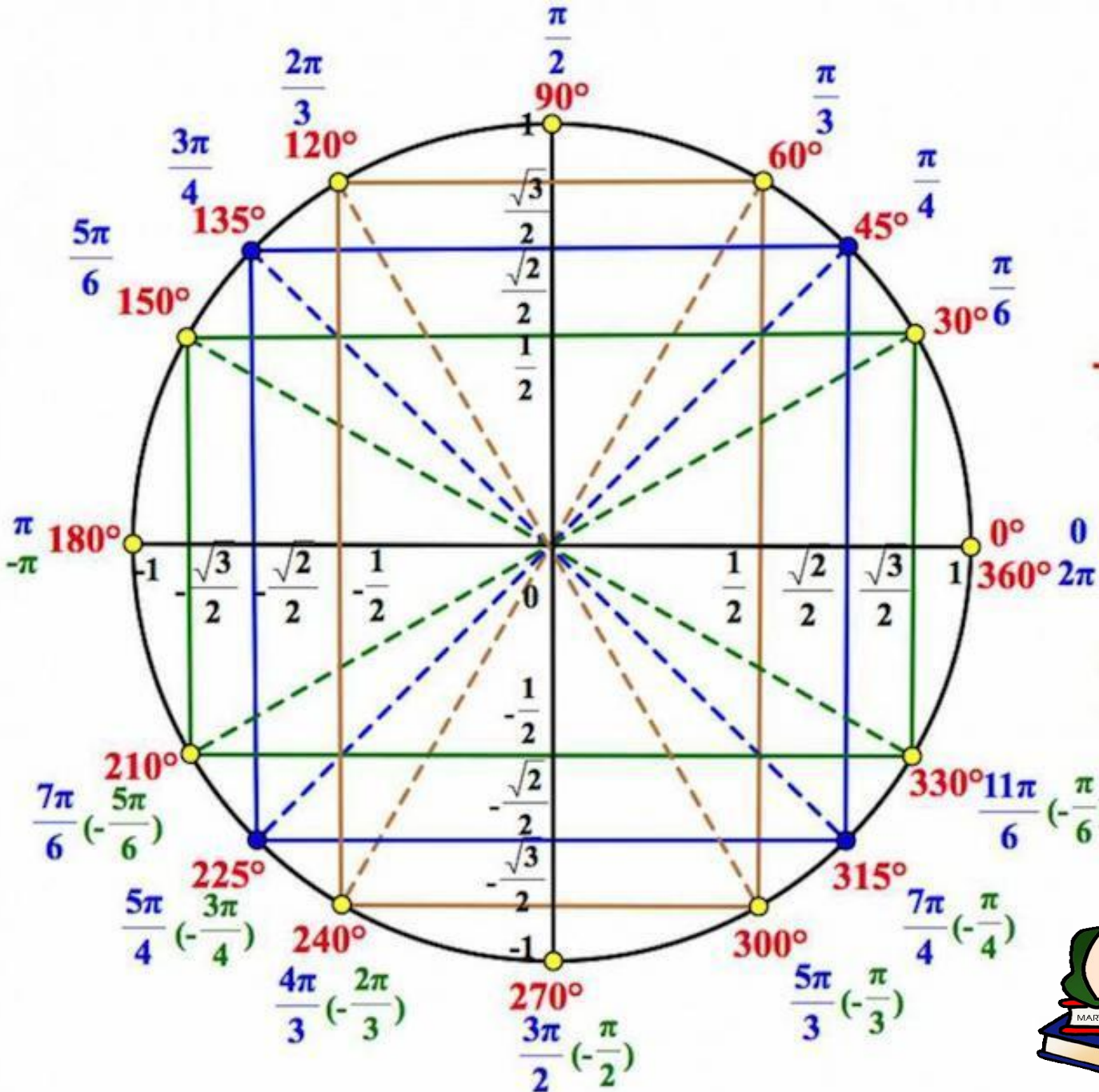
Самостійно запишіть значення синуса та косинуса інших кутів повороту:



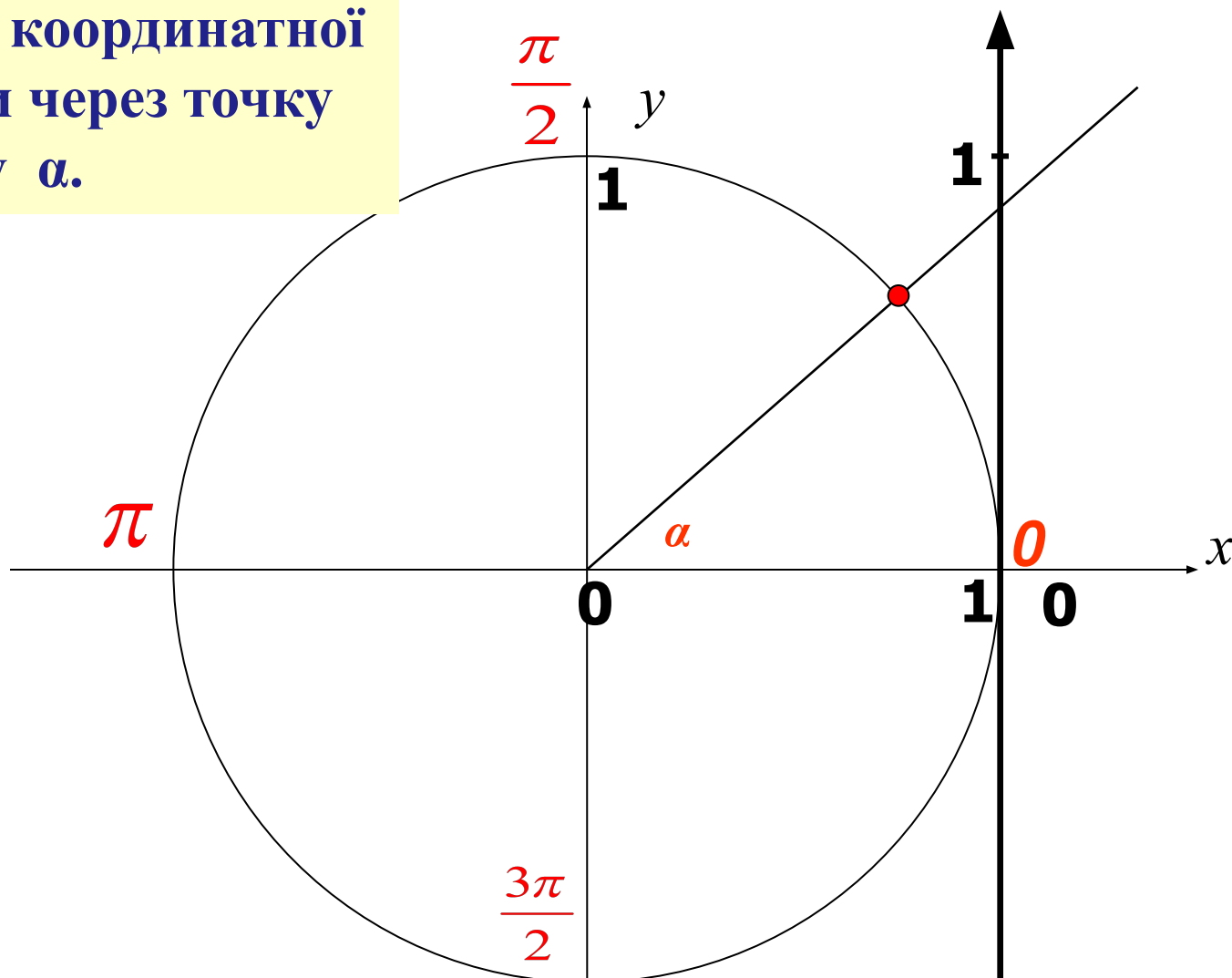
Визначте точки повороту для III та IV координатних чвертей.

Перевірте:

$0(1;0)$	$\frac{\pi}{6} \left(\frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{1}{2} \right)$	$\frac{\pi}{4} \left(\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2} \right)$	$\frac{\pi}{3} \left(\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$
$\frac{\pi}{2}(0;1)$	$\frac{2\pi}{3} \left(-\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$	$\frac{3\pi}{4} \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2} \right)$	$\frac{5\pi}{6} \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{1}{2} \right)$
$\pi(-1;0)$	$\frac{7\pi}{6} \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}; -\frac{1}{2} \right)$	$\frac{5\pi}{4} \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}; -\frac{\sqrt{2}}{2} \right)$	$\frac{4\pi}{3} \left(-\frac{1}{2}; -\frac{\sqrt{3}}{2} \right)$
$\frac{3\pi}{2}(0;-1)$	$\frac{5\pi}{3} \left(\frac{1}{2}; -\frac{\sqrt{3}}{2} \right)$	$\frac{7\pi}{4} \left(\frac{\sqrt{2}}{2}; -\frac{\sqrt{2}}{2} \right)$	$\frac{11\pi}{6} \left(\frac{\sqrt{3}}{2}; -\frac{1}{2} \right)$

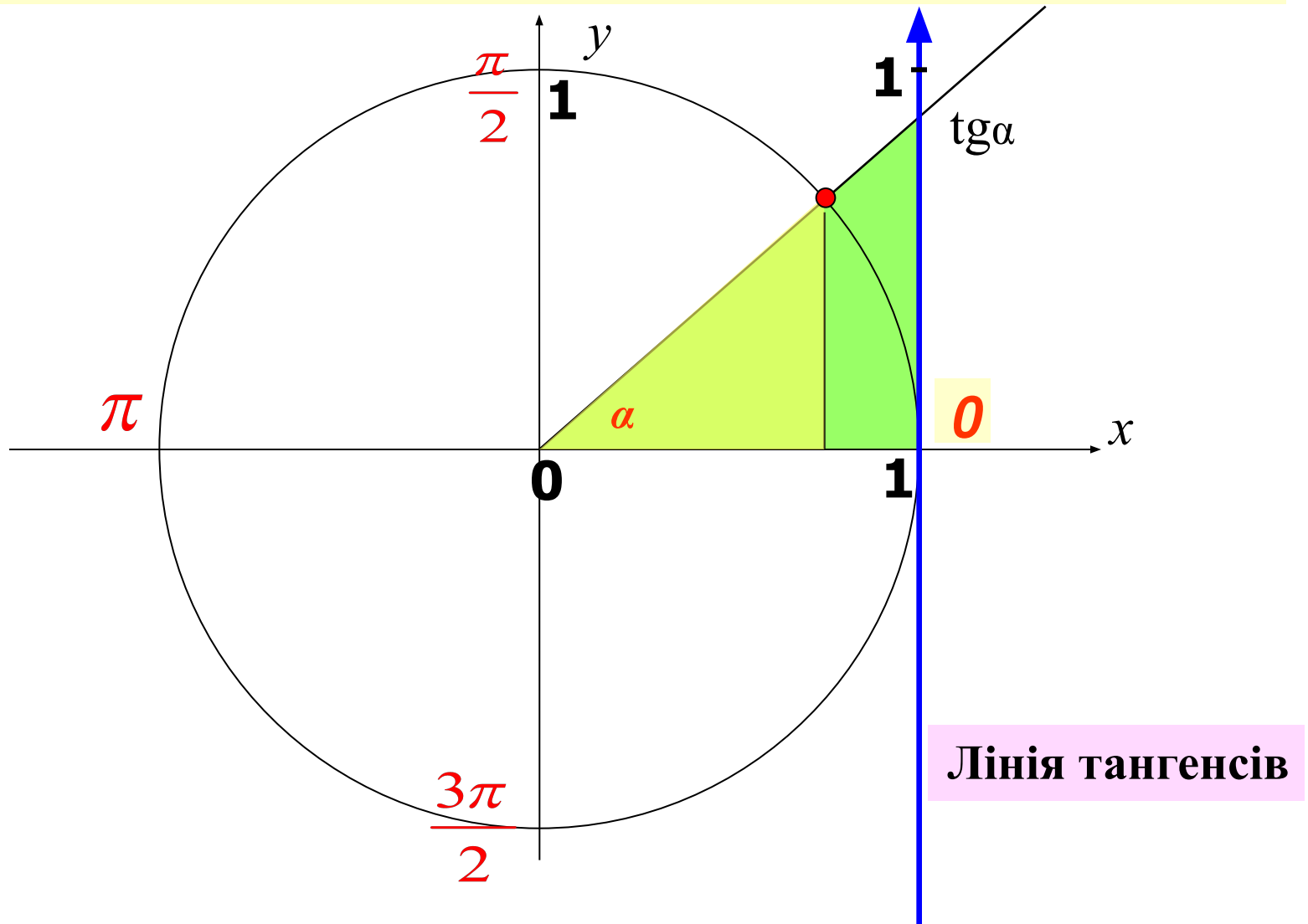


Проведемо промінь з початку координатної площини через точку повороту α .



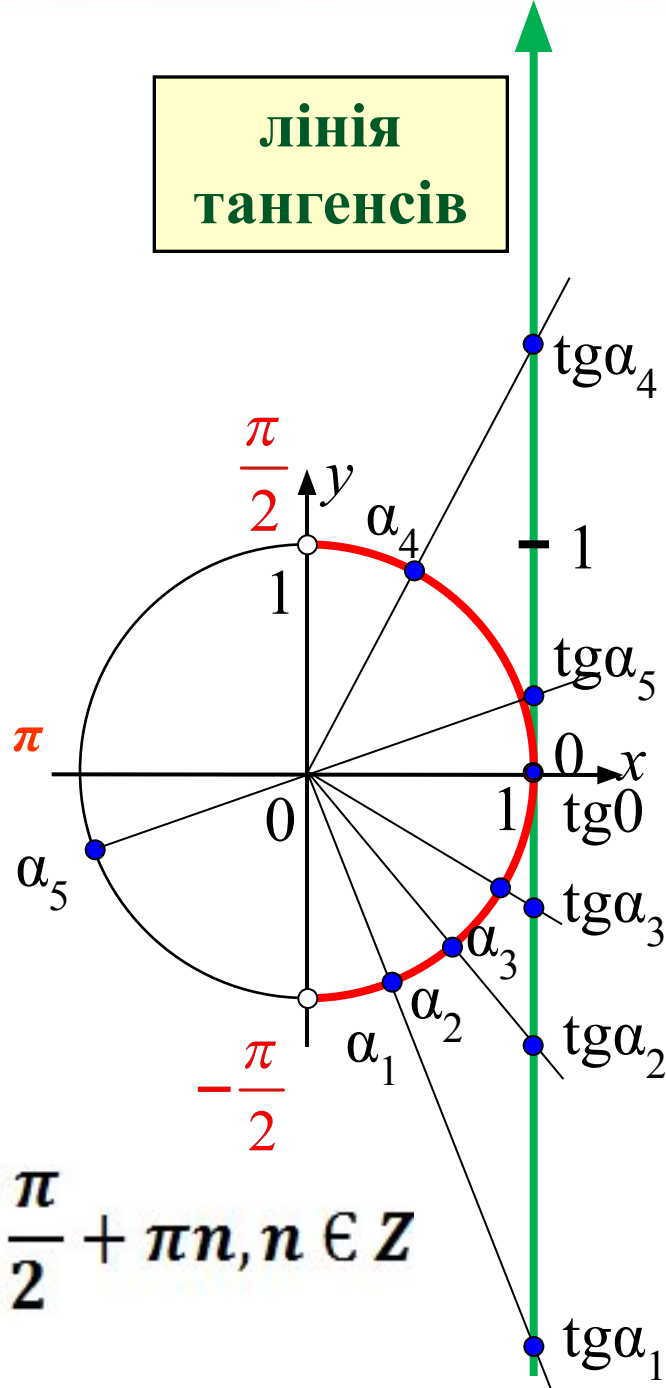
Тепер проведемо числову пряму, яка є дотичною до одиничного кола в точці α , з тим же початком відріку і таким же одиничним відрізком як на осі Oy .

Ця координатна пряма називається **лінією тангенсів**, бо в точці перетину променя, проведеного з центра кола через точку повороту α знаходиться значення $\text{tg}\alpha$.



ЛІНІЯ
ТАНГЕНСІВ

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

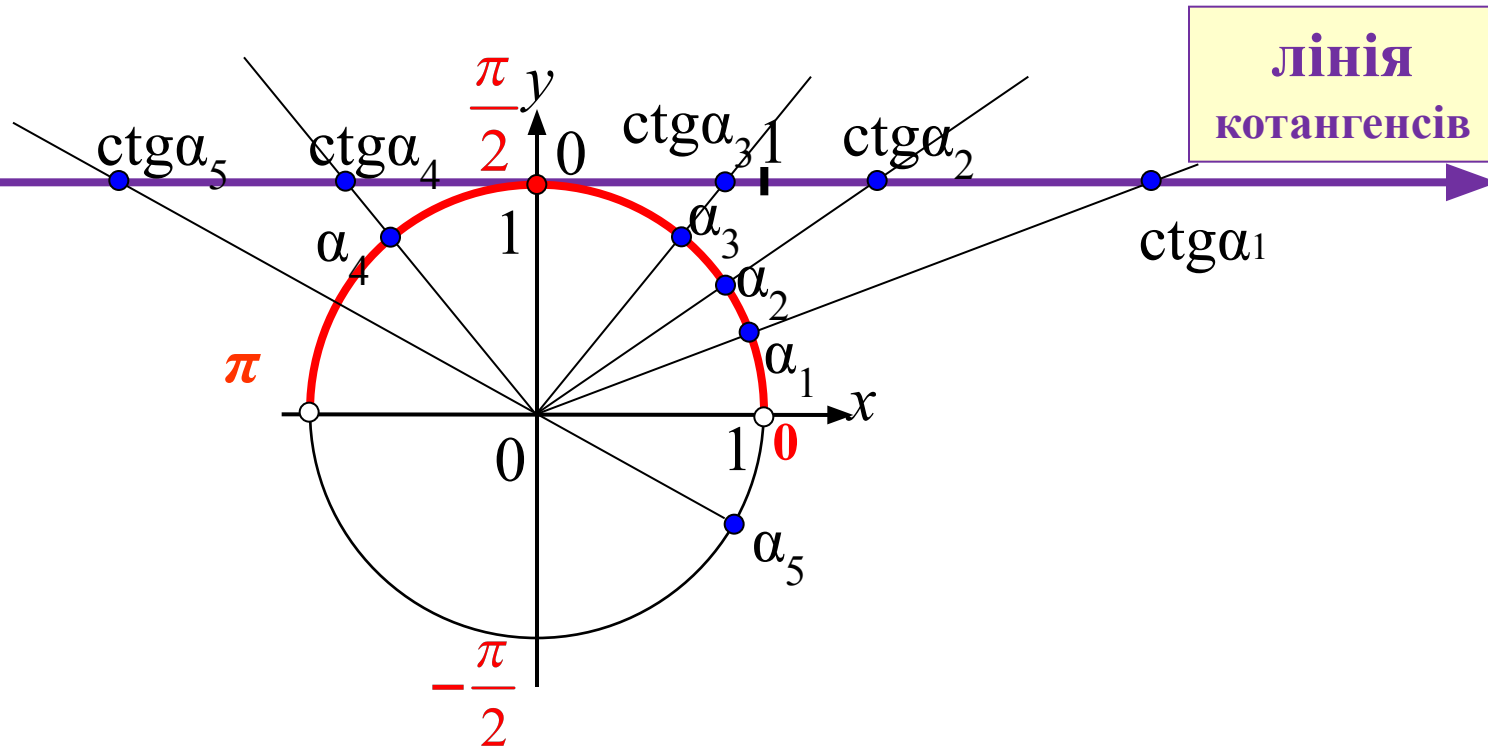


$$\cos \alpha \neq 0 \Rightarrow \alpha \neq \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

Аналогічно побудуємо **ЛІНІЮ КОТАНГЕНСІВ**

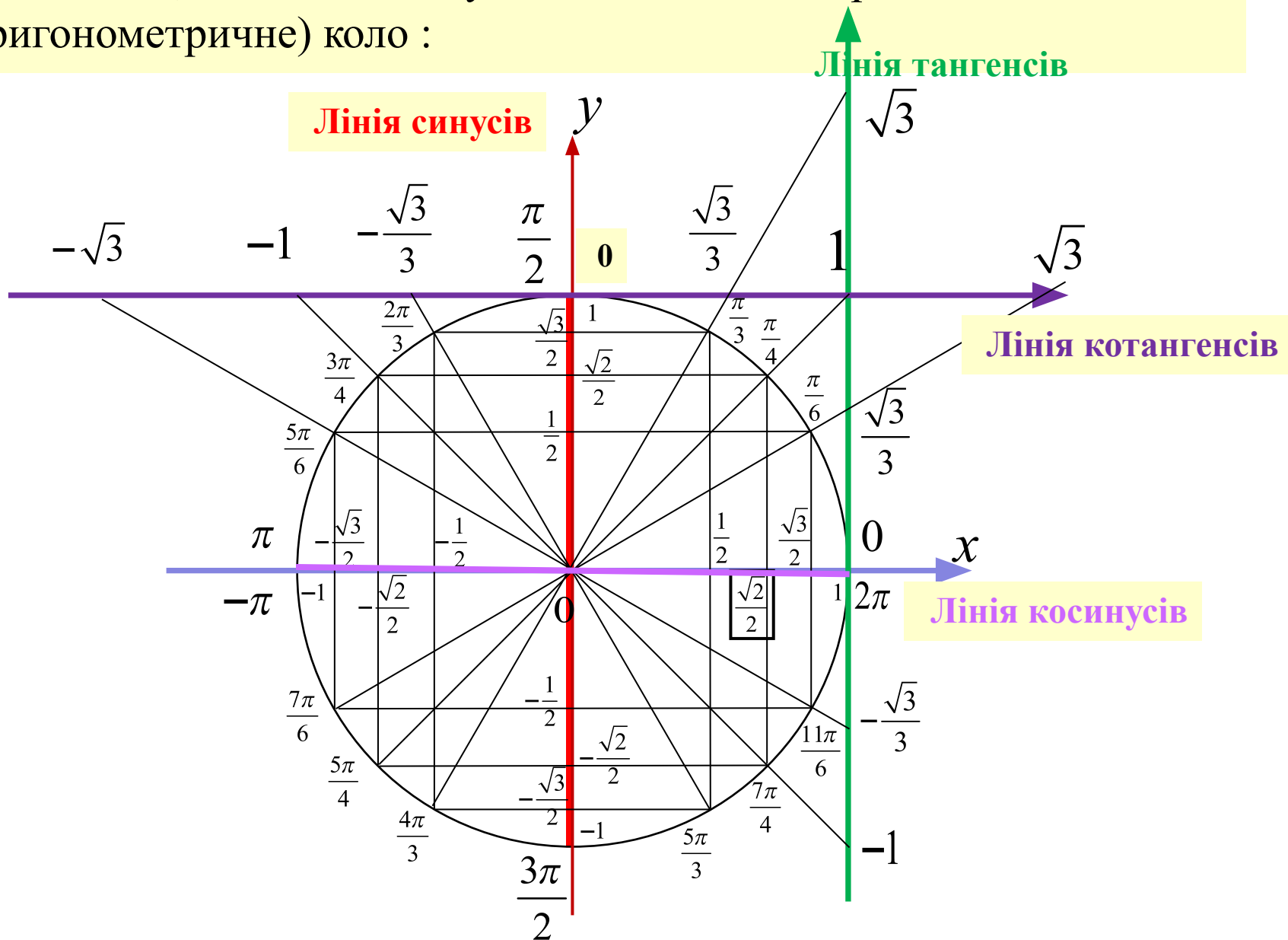
$$\operatorname{ctg} \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$$

$$\sin \alpha \neq 0 \Rightarrow \alpha \neq \pi n, n \in \mathbb{Z}$$



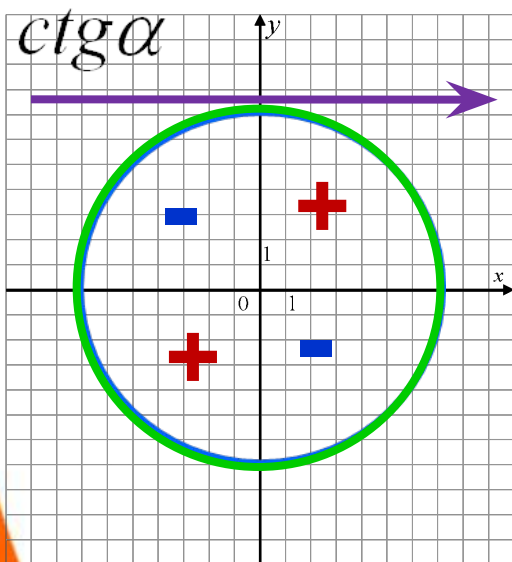
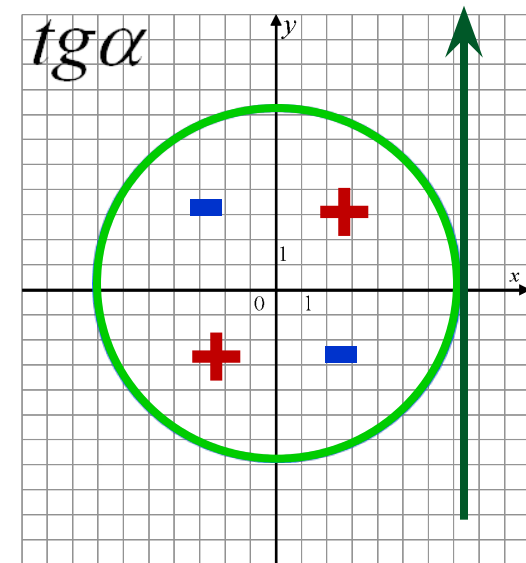
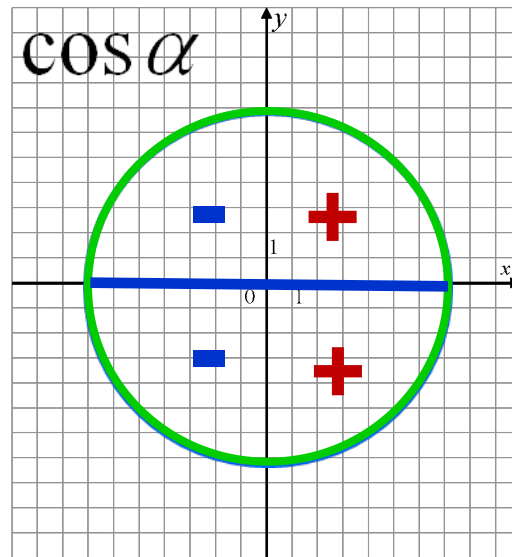
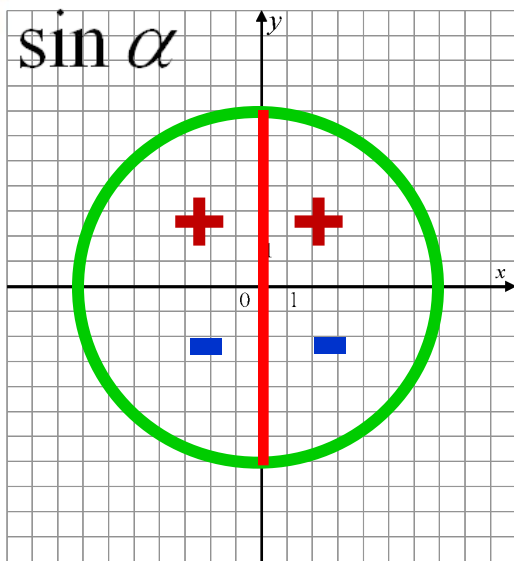
Проведемо числову пряму, яка дотичною до одиничного кола в точці $\frac{\pi}{2}$, з тим же початком відріку і таким же одиничним відрізком як на осі Ox .

Отже, кожен з Вас у зошиті повинен отримати одиничне (тригонометричне) коло :



Перевірте його правильність

Поясніть знаки тригонометричних функцій у кожній з чотирьох координатних чвертей



$$\sin 68^\circ > 0$$

$$\sin 153^\circ > 0$$

$$\sin 249^\circ < 0$$

$$\sin 315^\circ < 0$$

$$\cos 76^\circ > 0$$

$$\cos 236^\circ < 0$$

$$tg 127^\circ < 0$$

$$ctg 195^\circ > 0$$

Який знак має вираз :

III чверть

-

$$\sin 200^\circ < 0$$

IV чверть

+

$$\cos 310^\circ > 0$$

II чверть

+

$$\sin 97^\circ > 0$$

III чверть

+

$$\operatorname{tg} 190^\circ > 0$$

II чверть

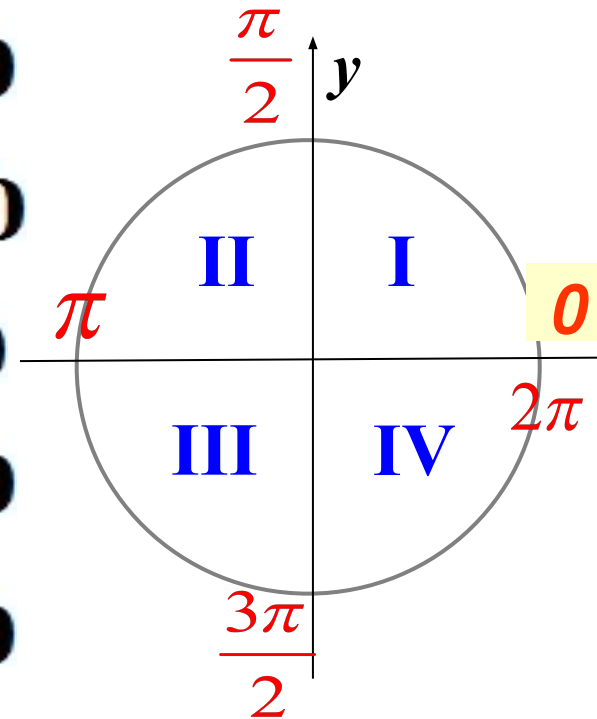
-

$$\cos 110^\circ < 0$$

I чверть

+

$$\operatorname{ctg} 80^\circ > 0$$



Запишіть у градусній мірі кут:

$$1) \frac{7\pi}{5} \cdot \frac{180^0}{\pi} = 252^0$$

$$a = \frac{a^0 \cdot \pi}{180^0}$$

$$a^0 = \frac{a \cdot 180^0}{\pi}$$

Запишіть у радіанній мірі кут:

$$2) 300^0 \cdot \frac{\pi}{180} = \frac{5\pi}{3}$$

У якій чверті закінчується кут?

$$3) \frac{13\pi}{6}; \frac{5\pi}{4}; \frac{8\pi}{7}$$

$$\frac{7\pi}{7} = \pi$$

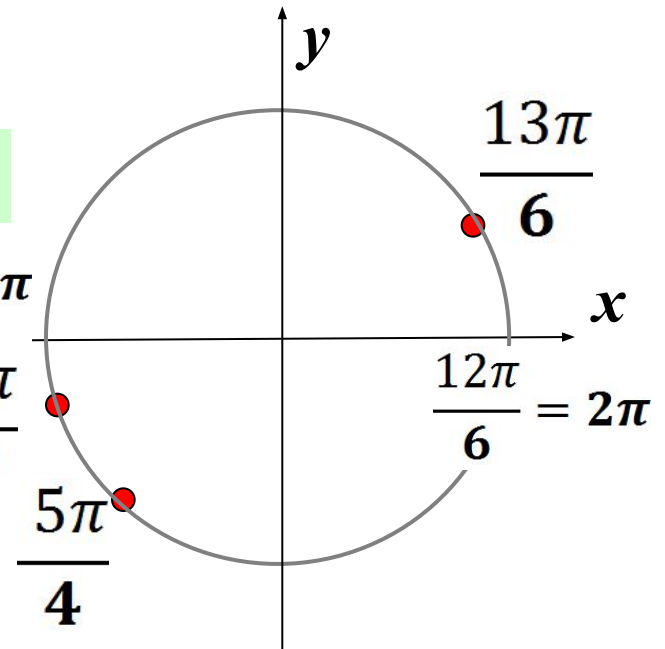
$$\frac{8\pi}{7}$$

$$\frac{5\pi}{4}$$

$$\frac{13\pi}{6}$$

$$\frac{12\pi}{6} = 2\pi$$

Відповідь: I чверть, : III чверть, : III чверть

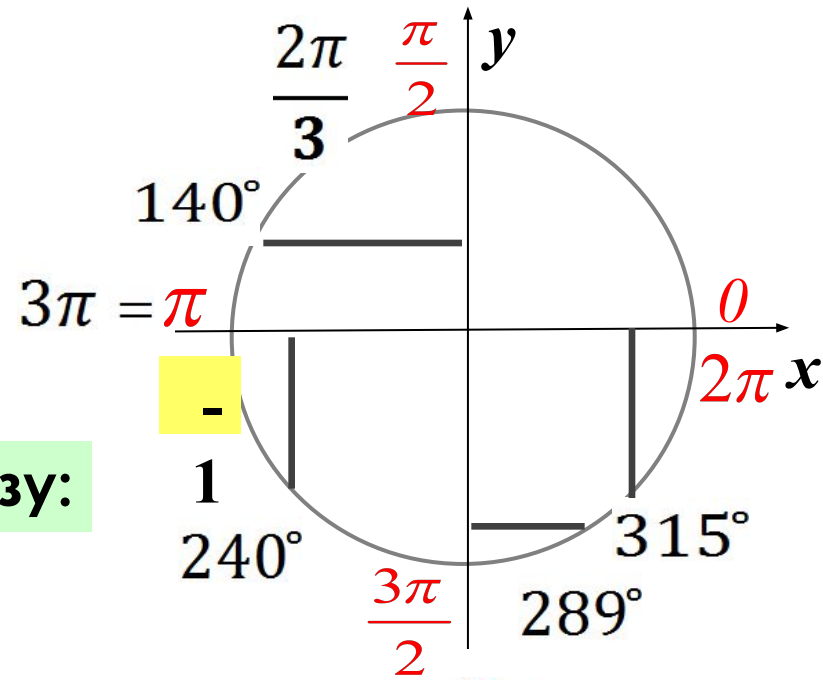


Який знак має вираз :

4) $\cos 240^\circ \sin 140^\circ \sin 289^\circ \cos 315^\circ > 0$

$\cos 240^\circ < 0$ $\sin 140^\circ > 0$

$\sin 289^\circ < 0$ $\cos 315^\circ > 0$



5) Знайдіть значення виразу:

$$\cos 2\pi + \sin \frac{3\pi}{2} + \cos(-3\pi) - \cos \frac{2\pi}{3} =$$

$$= 1 + (-1) + \cos 3\pi - \left(-\frac{1}{2}\right) = (-1) + \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}$$

6)

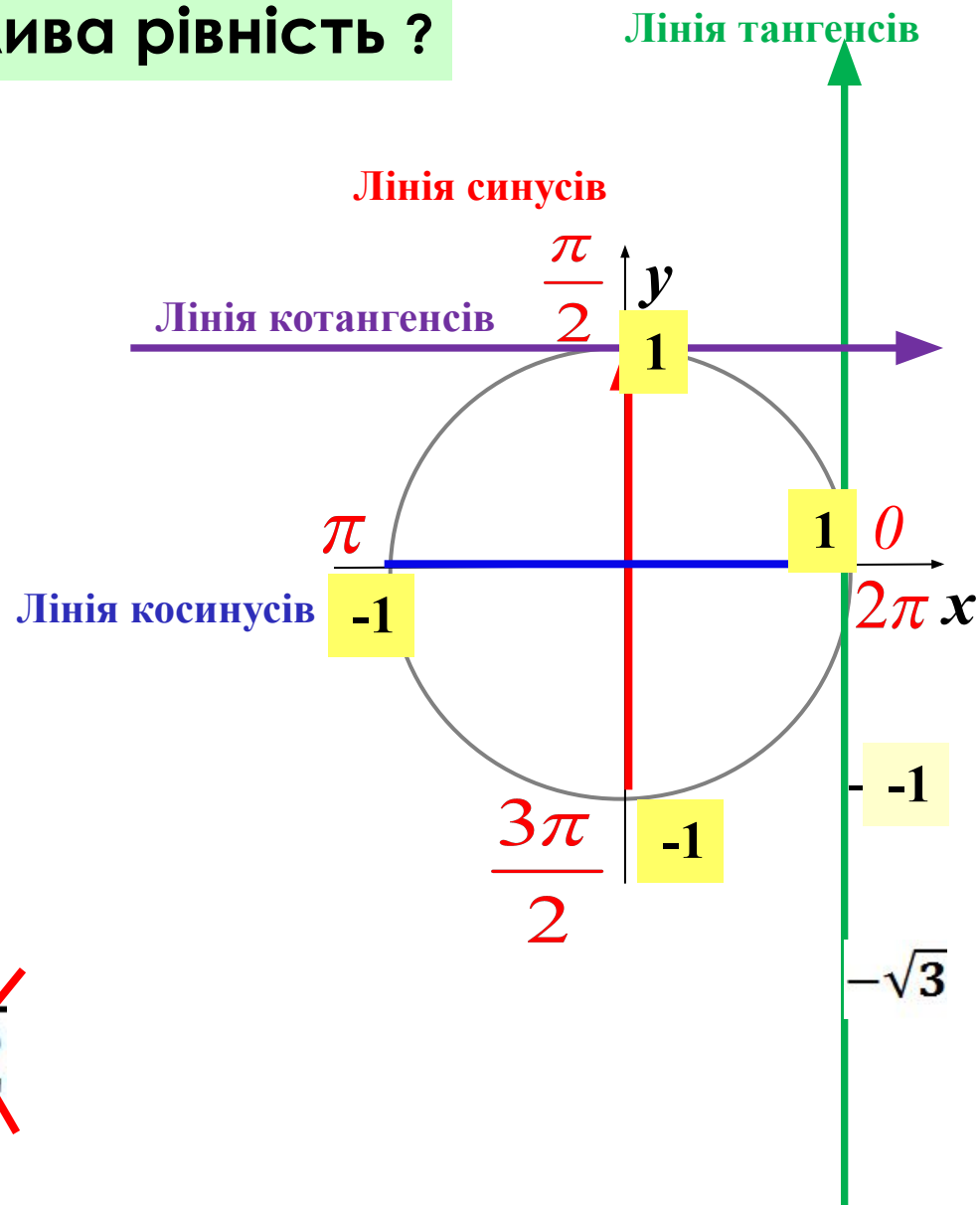
Чи можлива рівність ?

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{2}$$

$$\sin \alpha = \frac{5}{4}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = -\sqrt{3}$$

$$\cos \alpha = -\sqrt{2}$$





Математичний диктант

Тригонометричні функції числового аргументу. Означення синуса, косинуса, тангенса і котангенса кутів повороту.

I варіант

II варіант

Запишіть у градусній мірі кути:

1) а) $\frac{\pi}{2}$; б) $\frac{3\pi}{5}$

а) $\frac{3\pi}{2}$; б) $\frac{4\pi}{9}$

Запишіть у радіанній мірі кути:

2) а) 270° ; б) 36°

а) 180° ; б) 40°

У якій чверті закінчується кут?

3) $\frac{7\pi}{4}$

$\frac{11\pi}{6}$

Математичний диктант

Тригонометричні функції числового аргументу. Означення синуса, косинуса, тангенса і котангенса кутів повороту.

I варіант

II варіант

Який знак має вираз :

4) а) $\cos 320^\circ$; б) $\sin \frac{7\pi}{6}$ | а) $\cos 210^\circ$; б) $\sin \frac{4\pi}{3}$

Знайдіть значення виразу:

5) $\sin \pi$

$\cos \pi$

Знайдіть значення виразу:

6) $\cos \frac{\pi}{2} + \sin \frac{11\pi}{6}$

$\sin 2\pi + \cos \frac{4\pi}{3}$



Математичний диктант

Тригонометричні функції числового аргументу. Означення синуса, косинуса, тангенса і котангенса кутів повороту.

I варіант

II варіант

7)

$$\cos \frac{3\pi}{2}$$

Знайдіть значення виразу:

$$\sin \frac{3\pi}{2}$$

Кутом якої чверті є кут α , якщо відомо, що

8)

$$\sin \alpha > 0 \text{ і } \cos \alpha < 0$$

$$\cos \alpha > 0 \text{ і } \sin \alpha < 0$$

Порівняйте значення виразів.

Відповідь поясніть за допомогою тригонометричного кола:

9)

а) $\cos 70^\circ$ і $\sin 340^\circ$

а) $\cos 340^\circ$ і $\sin 189^\circ$

б) $\cos \frac{5\pi}{6}$ і $\sin \frac{3\pi}{2}$

б) $\cos \frac{3\pi}{2}$ і $\sin \frac{5\pi}{4}$



Математичний диктант

Тригонометричні функції числового аргументу. Означення синуса, косинуса, тангенса і котангенса кутів повороту.



Взаємоперевірка

I варіант

II варіант

1)

$$\frac{\pi}{2} = 90^{\circ} \quad \frac{3\pi}{5} = 108^{\circ}$$

2 бали

$$\frac{3\pi}{2} = 270^{\circ} \quad \frac{4\pi}{9} = 80^{\circ}$$

2)

$$270^{\circ} = \frac{3\pi}{2} \quad 36^{\circ} = \frac{\pi}{5}$$

2 бали

$$180^{\circ} = \pi \quad 40^{\circ} = \frac{2\pi}{9}$$

3)

$$\frac{7\pi}{4}$$

IV чверть

1 бал

$$\frac{11\pi}{6}$$

IV чверть



Математичний диктант

Тригонометричні функції числового аргументу. Означення синуса, косинуса, тангенса і котангенса кутів повороту.

Взаємоперевірка

I варіант

II варіант

4) а) $\cos 320^\circ$; б) $\sin \frac{7\pi}{6}$

+

-

1

бал
5)

$$\sin \pi = 0$$

1

бал

6)

$$\cos \frac{\pi}{2} + \sin \frac{11\pi}{6}$$

1

бал

$$= 0 + \left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{2}$$

а) $\cos 210^\circ$; б) $\sin \frac{4\pi}{3}$

-

-

$$\cos \pi = -1$$

$$\sin 2\pi + \cos \frac{4\pi}{3}$$

$$= 0 + \left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{2}$$

Математичний диктант

Тригонометричні функції числового аргументу. Означення синуса, косинуса, тангенса і котангенса кутів повороту.

I варіант

Взаємоперевірка

II варіант



7) $\cos \frac{3\pi}{2} = 0$

1

8) $\sin \alpha > 0$ і $\cos \alpha < 0$

1

II чверть

бал

+

-

9) а) $\cos 70^\circ > \sin 340^\circ$

2 бали

б) $\cos \frac{5\pi}{6} > \sin \frac{3\pi}{2}$

-

-1

$\sin \frac{3\pi}{2} = -1$

$\cos \alpha > 0$ і $\sin \alpha < 0$

IV чверть

+

-

а) $\cos 340^\circ > \sin 189^\circ$

б) $\cos \frac{3\pi}{2} > \sin \frac{5\pi}{4}$

0

-

Порахуйте загальну кількість балів та оцініть роботу відповідно таблиці

Кількість балів	1	2-3	4	5	6-7	8	9	10	11	12
Оцінка за 12-бальною шкалою	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12



Я ВМІЮ!



Я



ВМІЮ. Я ВМІЮ?

Домашнє завдання

Збірник задач

Алгебра і початки аналізу 10 клас

А.Г.Мерзляк

Сторінка 26

№ 114,

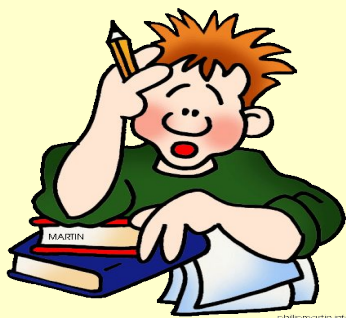
115,

117(1-8),

118,

124(1-4),

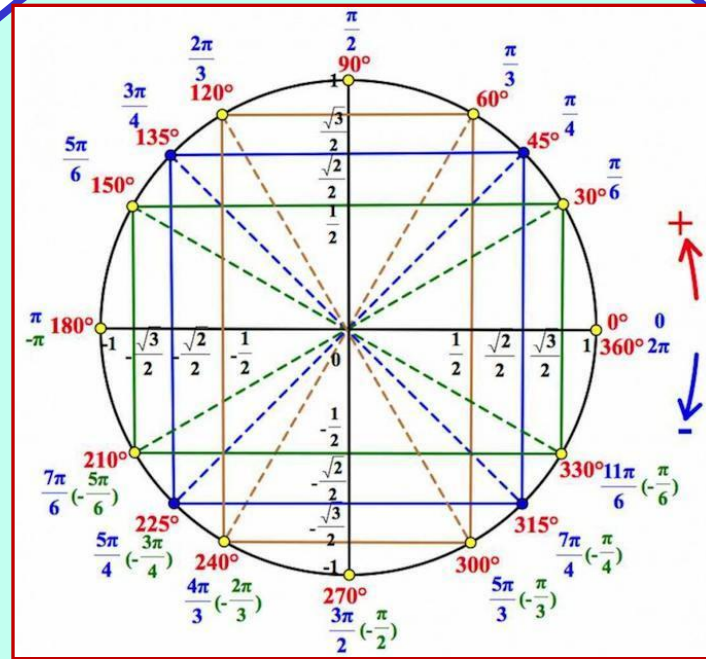
130



Твій настрій:



Дякую за урок!



САМООЦІНКА:

ОЦІНКА ВЧИТЕЛЯ: