Тольяттинский социально-педагоги

Преподаватель: Лихачева Е.С.

Учебный модуль 3 ОСНОВНЫЕ ВОПРОСЫ ПРИБЛИЖЕННЫХ ВЫЧИСЛЕНИЙ. ЭЛЕМЕНТЫ СТАТИСТИКИ.

Тема 3.2. Элементы теории вероятностей. Элементы математической статистики

Основные комбинаторные конфигурации.

- Для формулировки и решения комбинаторных задач используют различные модели **комбинаторных конфигураций**. Примерами комбинаторных конфигураций являются:
- Размещением из n элементов по k называется упорядоченный набор из k различных элементов некоторого n-элементного множества.
- Перестановкой из n элементов (например чисел $1,2,\dots,n$) называется всякий упорядоченный набор из этих элементов. Перестановка также является размещением из n элементов по n.
- Сочетанием из n по k называется набор k элементов, выбранных из данных n элементов. Наборы, отличающиеся только порядком следования элементов (но не составом), считаются одинаковыми, этим сочетания отличаются от размещений.
- Композицией числа n называется всякое представление n в виде упорядоченной суммы целых положительных чисел.
- Разбиением числа n называется всякое представление n в виде неупорядоченной суммы целых положительных чисел.

Примеры комбинаторных задач:

- Сколькими способами можно разместить *n* предметов по *m* ящикам, чтобы выполнялись заданные ограничения?
- Сколько существует функций F из *m*-элементного множества в *n*-элементное, удовлетворяющих заданным ограничениям?
- Сколько существует различных перестановок из 52 игральных карт? Ответ: 52! (52 факториал), то есть, 80658175170943878571660636856403766975289505440883277824000000000000 или примерно $8{,}0658 \times 10^{67}$.
- При игре в кости бросаются две кости, и выпавшие очки складываются; сколько существует комбинаций, в которых сумма очков на верхних гранях равна двенадцати? Решение: Каждый возможный исход соответствует функции

$$F:\{1,2\} \rightarrow \{1,2,3,4,5,6\}.$$

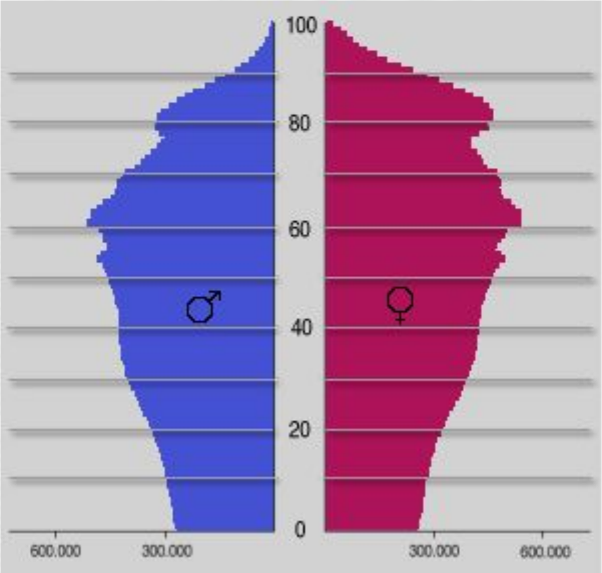
(аргумент функции — это номер кости, значение — очки на верхней грани). Очевидно, что лишь 6+6 даёт нам нужный результат 12. Таким образом, существует лишь одна функция, ставящая в соответствие 1 число 6, и 2 число 6. Или, другими словами, существует всего одна комбинация, при которой сумма очков на верхних гранях равна двенадцати.

Распределение данных по частотам

- **Частотное распределение** — метод статистического описания данных (измеренных значений, характерных значений). Математически распределение частот является функцией, которая в первую очередь определяет для каждого показателя идеальное значение, так как эта величина обычно уже измерена. Такое распределение можно представить в виде таблицы или графика, моделируя функциональные уравнения. В описательной статистике частота распределения имеет ряд математических функций, которые используются для выравнивания и анализа частотного распределения (например, нормальное распределение, распределение Гаусса).

Распределение данных по частотам

- Пример распределения частот (абсолютное): прогноз возрастного распределения в Германии в 2050 году.



Центральные тенденции, среднее значение, мода, медиана. Генеральные и выборочные совокупности, объём совокупности, основные виды выборок.

- В статистике исследуют различные совокупности данных — числовых значений случайных величин с учётом частот, с которыми они встречаются в совокупности.
- При этом совокупность всех данных называют **генеральной совокупностью**, а любую выбранную из неё часть — **выборкой**.
- **В статистических исследованиях выборку называют репрезентативной, если в ней присутствуют те и только те значения случайной величины, что и в генеральной совокупности, причём частоты имеющихся в ней данных находятся практически в тех же отношениях, что и в генеральной совокупности.**
- Совокупность данных иногда бывает полезно охарактеризовать (оценить) одним числом — мерой центральной тенденции числовых значений её элементов. К таким характеристикам относятся **мода, медиана** и **среднее**.
- **Мода (обозначают** Mo**) — это значение случайной величины, имеющее наибольшую частоту в рассматриваемой выборке.**
- *Пример: Мода выборки* 7,6,2,5,6,1 *равна* 6;
  а выборка 2,3,8,2,8,5 *имеет две моды:* Mo=2, Mo=8.

Центральные тенденции, среднее значение, мода, медиана. Генеральные и выборочные совокупности, объём совокупности, основные виды выборок.

- **Медиана (обозначают** Me**) — это число (значение случайной величины), разделяющее упорядоченную выборку на две равные по количеству данных части.**
- Если в упорядоченной выборке нечётное количество данных, то медиана равна серединному из них. Если в упорядоченной выборке чётное количество данных, то медиана равна среднему арифметическому двух серединных чисел.
- *Пример: 1)* 5,9,1,4,5,−2,0*; 2)* 7,4,2,3,6,1.
- *1. Расположим элементы выборки в порядке возрастания:* −2,0,1,4,5,5,9. *Количество данных нечётно. Слева и справа от числа* 4 *находятся по* 3 *элемента, т. е.* 4 *— серединное число выборки, поэтому* Me =4.
- *2. Упорядочим элементы выборки:* 1,2,3,4,6,7.
- *Количество данных чётно. Серединные данные выборки:* 3 *и* 4, *поэтому* Me=(3+4)/2=3,5.

Центральные тенденции, среднее значение, мода, медиана. Генеральные и выборочные совокупности, объём совокупности, основные виды выборок.

- **Среднее (или среднее арифметическое) выборки — это число, равное отношению суммы всех чисел выборки к их количеству.**
- Если рассматривается совокупность значений случайной величины X, то её среднее обозначают $\overline{X}$.
- *Пример: Найти среднее выборки значений случайной величины X, распределение которых по частотам представлено в таблице:*

	2	3	4	8	10
	1	2	3	1	1

$$\overline{X} = \frac{2\cdot 1 + 3\cdot 2 + 4\cdot 3 + 8\cdot 1 + 10\cdot 1}{1+2+3+1+1} = \frac{38}{8} = 4{,}75$$

Центральные тенденции, среднее значение, мода, медиана. Генеральные и выборочные совокупности, объём совокупности, основные виды выборок.

- Одной из наиболее распространённых характеристик выборки значений случайной величины, чьё распределение по вероятностям известно, является так называемое **математическое ожидание**.
- Пусть распределение по вероятностям P значений некоторой случайной величины X задано таблицей
- **Тогда число** E**,** **где** $E=X_1 \cdot P_1+X_2 \cdot P_2+\ldots+X_{n-1} \cdot P_{n-1}+X_n \cdot P_n$ **называют математическим ожиданием (или средним значением) случайной величины** X**.**

X	X_1	X_2	...	X_{n-1}	X_n
P	P_1	P_2	...	P_{n-1}	P_n

Практическое занятие:

- решение задач на оценку неизвестных параметров случайной величины

Самостоятельная работа:

- решение элементарных практических задач