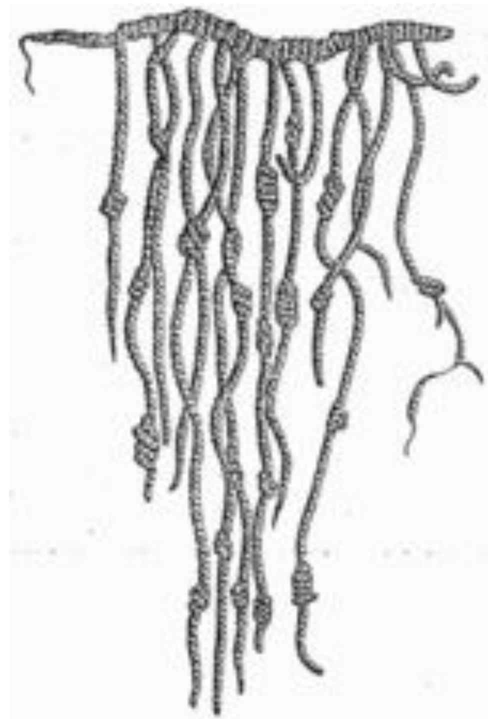
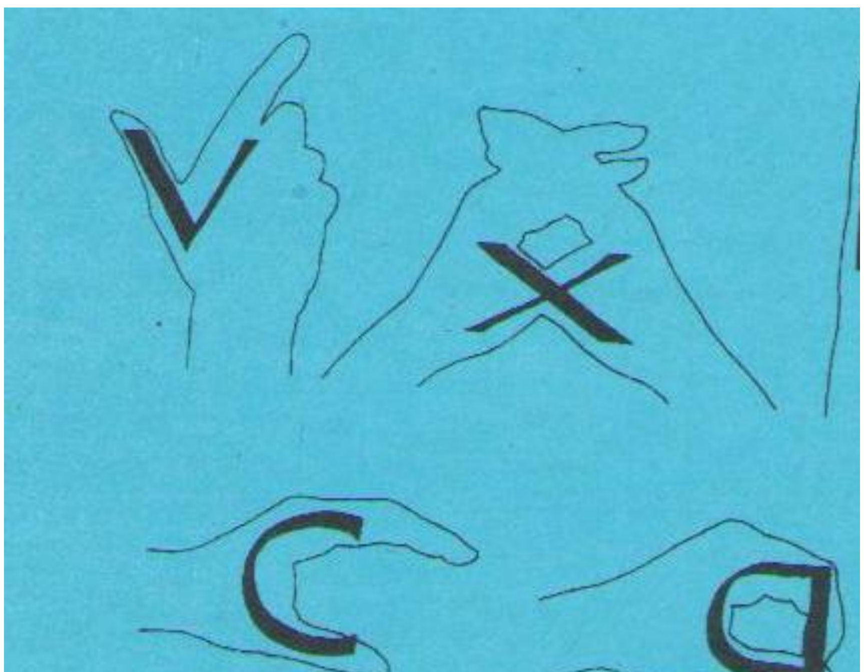
Математика Вавилона и Древнего Египта

Формирование первых математических понятий

«А для низкой жизни были числа…»



Пальцевый счет



Принципы нумерации

Аддитивный
II, VI, XX

Субстрактивный
IV, IX, XL

Мультипликативный
двадцать, двести

Системы счисления

Непозиционная

MDCCLXXXII

$\overline{\sigma\xi}\varepsilon = 265$, $\overline{\varphi\gamma} = 503$

$\alpha = 1$, $\beta = 2$, $\gamma = 3$, $\delta = 4$, $\varepsilon = 5$, $\varsigma = 6$, $\zeta = 7$, $\eta = 8$, $\vartheta = 9$

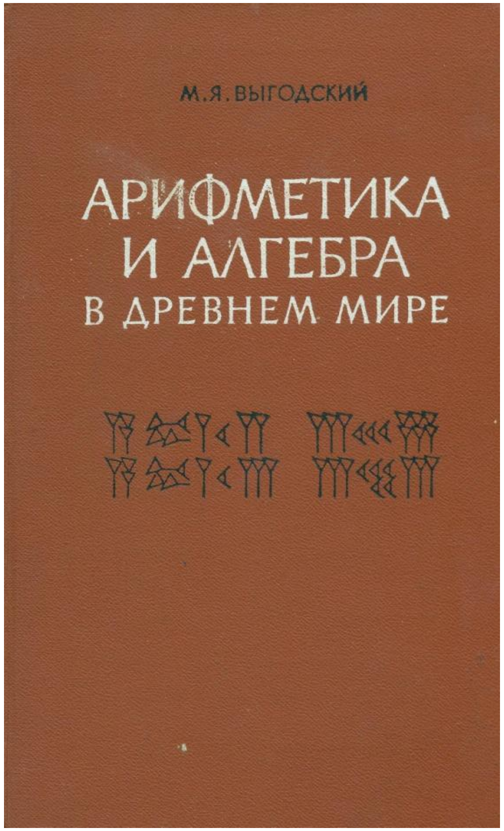
$\iota = 10$, $\varkappa = 20$, $\lambda = 30$, $\mu = 40$, $\nu = 50$, $\xi = 60$, $o = 70$, $\pi = 80$, $\upsilon = 90$

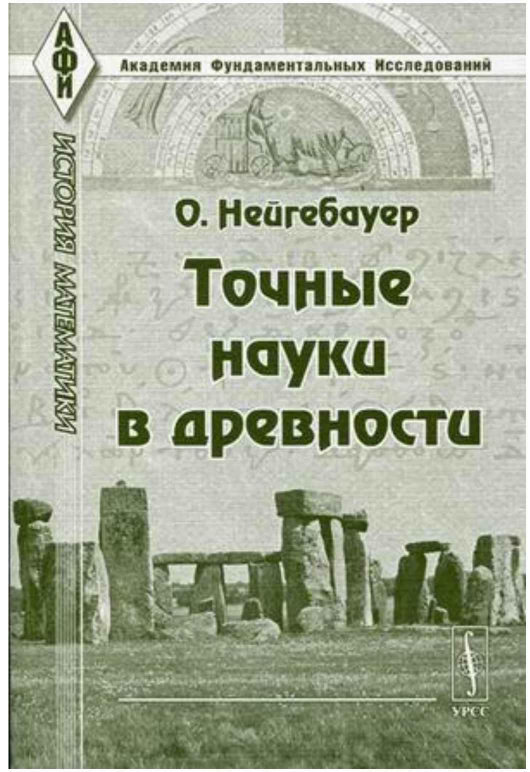
$\varrho = 100$, $\sigma = 200$, $\lambda = 300$, $\upsilon = 400$, $\varphi = 500$, $\chi = 600$, $\psi = 700$, $\omega = 800$, ϡ $= 900$

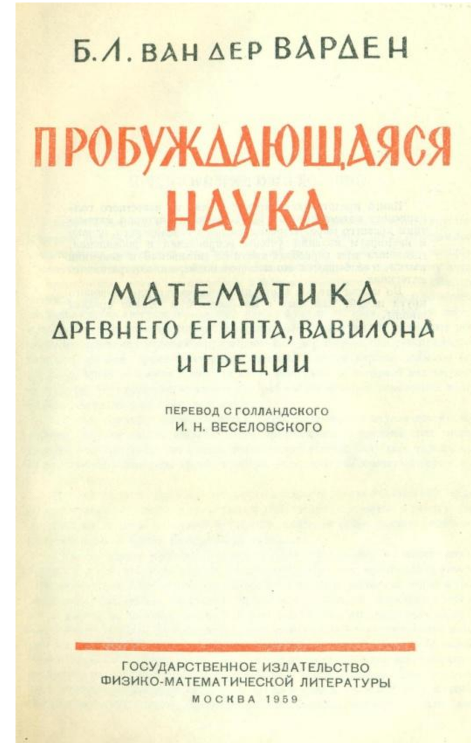
Позиционная

3333= 3×1000 + 3×100 + 3×10 + 3

Две цивилизации







❖Ван дер Варден Б.Л. Пробуждающаяся наука. - М.: ГФМЛ, 1959 (и позже)
❖Выгодский М.Я. Арифметика и алгебра в древнем мире. – М.: Наука, 1967.
❖Нейгебауэр О. Точные науки в древности. – М.: Наука, 1968 (и позже)
❖Раик А.Е. Очерки по истории математики в древности. – Саранск: Мордовское кн. изд-во, 1967.
❖Раик А.Е. Две лекции о египетской и вавилонской математике // Историко-матем. исследования, в.XII. – М .: ГИФМЛ, 1959. – С. 271-320.

Древний Вавилон (старовавилонское царство)

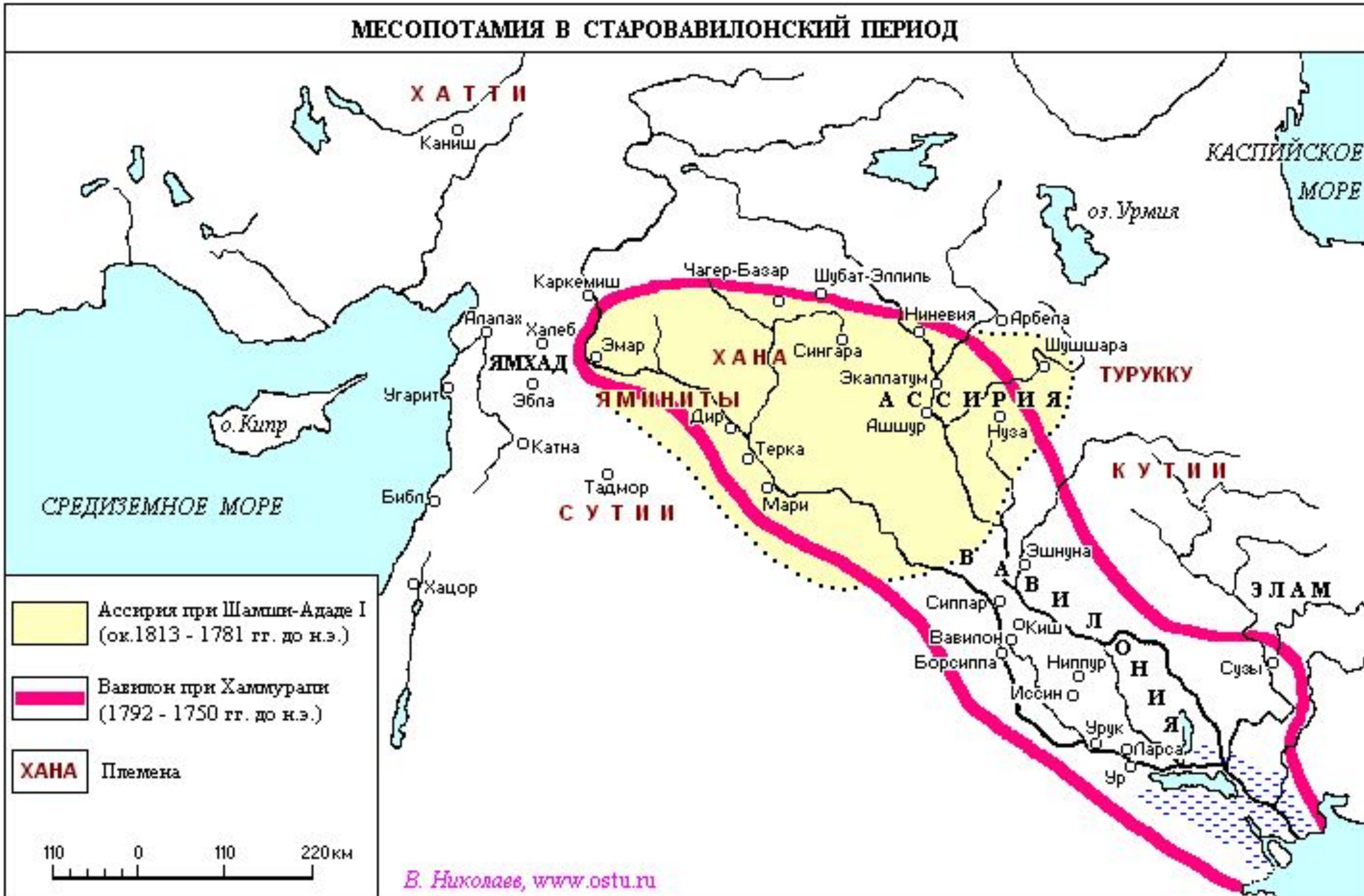
ХРОНОЛОГИЧЕСКИЙ ОБЗОР

Общая история	*История культуры*	*История науки*
3000 до н. э. Сумерийские города-государства	Клинопись. Высокий уровень культуры	Шестидесятеричная система
2800—1800 до н.э. Семитизирование		Таблицы для деления и умножения
Первая династия Вавилона 1700. Гаммурапи	Расцвет культуры. Законодательство, правосудие	Изумительный расцвет алгебры и геометрии. Наблюдения Венеры
1500 — 1250 до н. э. Вавилон под властью касситов	Астрологический список примет «Enuma Anu Enlil»*)	Первоначальные астрономические вычисления. Наблюдения гелиакического восхода неподвижных звезд**)
747 до н. э. Набонассар, царь Вавилона	Начало астрономической «эры Набонассара»	Датированные наблюдения затмений в Вавилоне
729 до н. э. Ассириец Тиглат-Пилезар II вступает на вавилонский трон под именем Пулу		

Древний Вавилон (нововавилонское (халдейское) царство)

722 до н. э. Саргон II	Ассирийские царские дворцы	Астрономические учебники I·NAM·GIŠ. ḪAR и MUL-APIN*) вавилонского происхождения копируются в Ассирии
700 до н. э. Санхериб	Придворные астрологи	
650 до н. э. Ассурбанипал	Библиотека Ассурбанипала	
612 до н. э. Разрушение Ниневии. Конец ассирийского царства Нововавилонское халдейское царство	Новый расцвет науки и искусства	Наблюдения Луны и планет
580 до н. э. Небукаднецар II		
540 до н. э. Кир, основатель персидского царства	Вавилонская религия остается неприкосновенной	Рост точных наблюдений. Разделение зодиака. Планетные периоды
500 до н. э. Дарий	Календарные периоды	
333 до н.э. Александр Великий	Эллинизм	Расцвет астрономии
311 до н.э. Начало эры Селевкидов	Гороскопы рождения	Таблицы движений Луны и планет
247 до н. э. Начало эры Аршакидов		Возрождение алгебры**)
		Расширенные счетные таблицы

Древний Вавилон (старовавилонское царство)

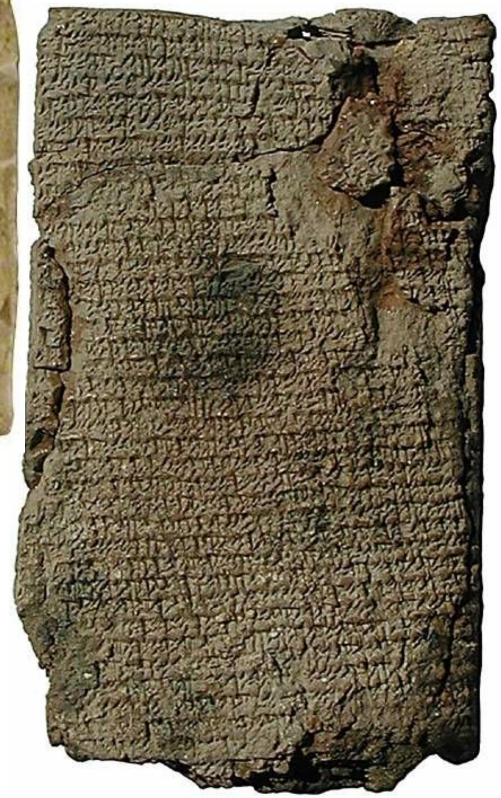


Древний Вавилон (нововавилонское (халдейское) царство)


Istanbul
Bursa
Ankara
TURKEY
izmir
Konya
Adana
ARMENIA
AZERBAIJAN
Yerevan
Baku
TURKMENISTAN
Tashkent
Ashgabat
Tabriz
Mosul
Aleppo
Kirkuk
SYRIA
Nicosia
Crete (GR.)
CYPRUS
LEB.
Beirut
Damascus
IRAQ
Tehran
Mashhad
Kabul
Esfahan
Baghdad
Tel Aviv-Yafo
ISRAEL
Jerusalem
Alexandria
Amman
JORDAN
IRAN
Kandahar
Cairo
Al Jizah
Al Basrah
KUWAIT
Kuwait
Shiraz
EGYPT
SAUDI
ARABIA
BAHRAIN
Manama
Persian Gulf
Abu Dhabi
OMAN
Doha
Riyadh
QATAR
Aswan
UNITED ARAB EMIRATES
Muscat
Karachi
Red Sea
Jiddah
Mecca
Port Sudan
Omdurman
Khartoum
ERITREA
Asmara
YEMEN
Sanaa

Древний Вавилон

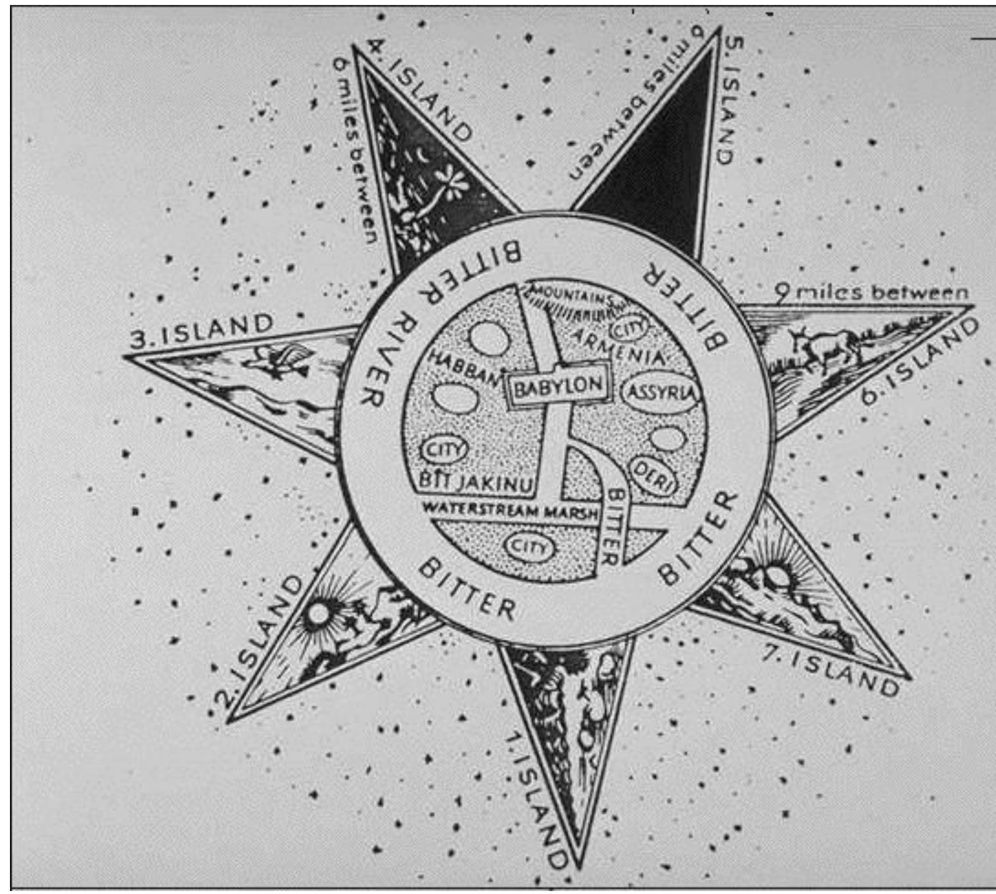
2040 г. до н.э



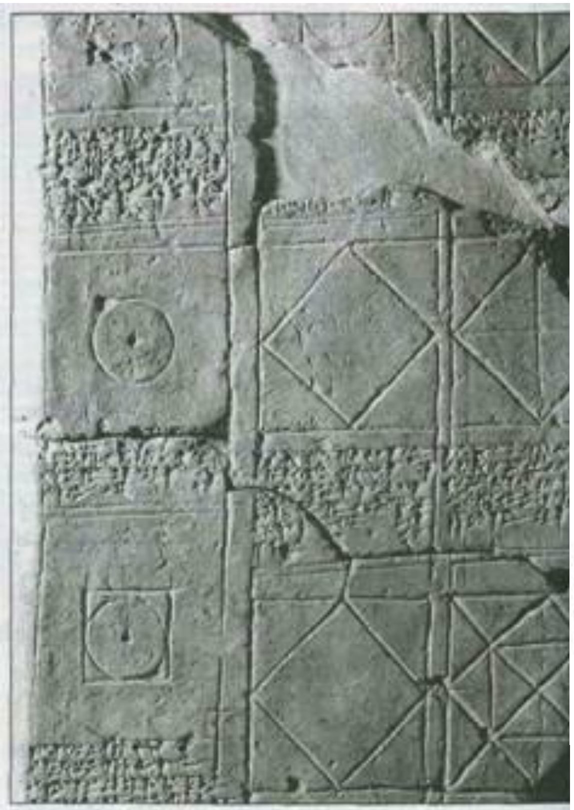
1900-1700 г. до н.э

500 г. до н.э.

Древний Вавилон



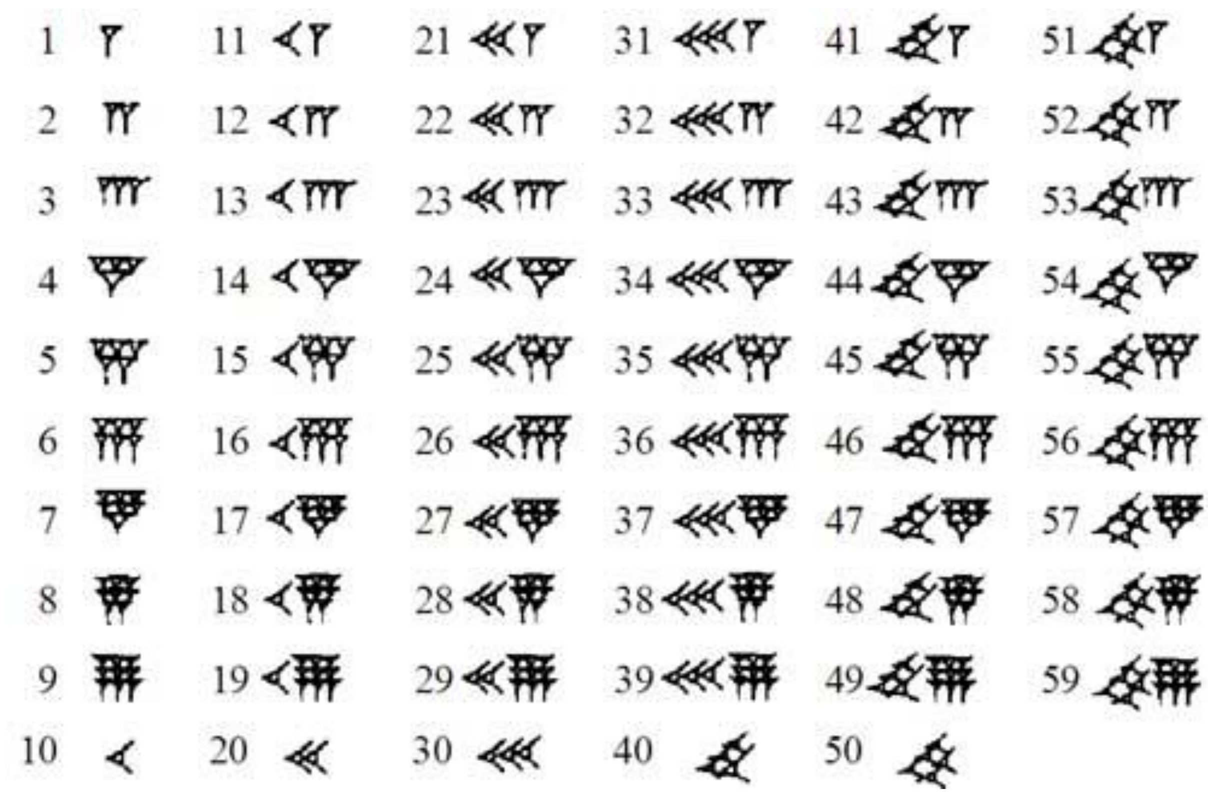
Древний Вавилон

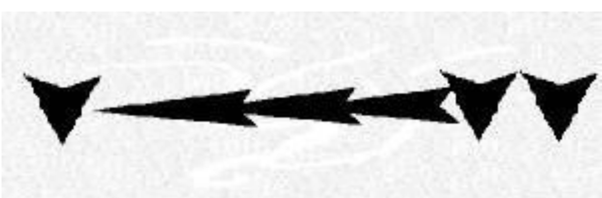


Вавилонская глиняная табличка, содержащая геометрические задачи. Начало II тысячелетия до н. э. Квадрат заданных размеров поделён на различные фигуры, площадь которых ученик должен вычислить.

Древневавилонский клинописный текст. На изображённом участке содержится 16 задач с решениями, относящихся к расчёту плотин, валов, колодцев. Задача, снабженная чертежом, относится к расчету кругового вала. Британский музей

Древний Вавилон - нумерация





444=420+24=7*60+24

92=60+32

Древний Вавилон - арифметика

- Произведения,
- Обратные значения,
- Таблицы квадратных и кубических корней
- Таблицы величин, обратных к константам, использующимся в хозяйственных расчётах,
- Таблицы чисел вида $n^2 + n^3$
- таблицы эфемерид Солнца, Луны и планет

$$\begin{cases} xy + x - y = 183 \\ x + y = 27 \end{cases}$$

$$\sqrt{a^2 + r} \approx a + \frac{r}{2a}$$

Основные достижения

$$\sqrt{20^2 + 71} \approx 20 + \frac{71}{40} \approx 21{,}775$$

- правило приближённого вычисления квадратного корня
- задачи на пропорции, среднее арифметическое
- арифметическая и геометрическая прогрессии
- задачи на проценты и сложные проценты

$$\sqrt{21^2 + 30} \approx 21 + \frac{30}{42} \approx 21{,}71$$

Древний Вавилон (основные достижения)

Зачатки линейной алгебры

А. Уравнения с одним неизвестным *)

$$ax = b, \tag{A1}$$

$$x^2 = a, \tag{A2}$$

$$x^2 + ax = b, \tag{A3}$$

$$x^2 - ax = b, \tag{A4}$$

$$x^3 = a, \tag{A5}$$

$$x^2(x+1) = a. \tag{A6}$$

В. Системы уравнений с двумя неизвестными

$$x + y = a, \qquad xy = b, \tag{B1}$$

$$x - y = a, \qquad xy = b, \tag{B2}$$

$$x + y = a, \quad x^2 + y^2 = b, \tag{B3}$$

$$x - y = a, \quad x^2 + y^2 = b. \tag{B4}$$

Кроме того, были известны формулы

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2, \tag{C1}$$

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2, \tag{C2}$$

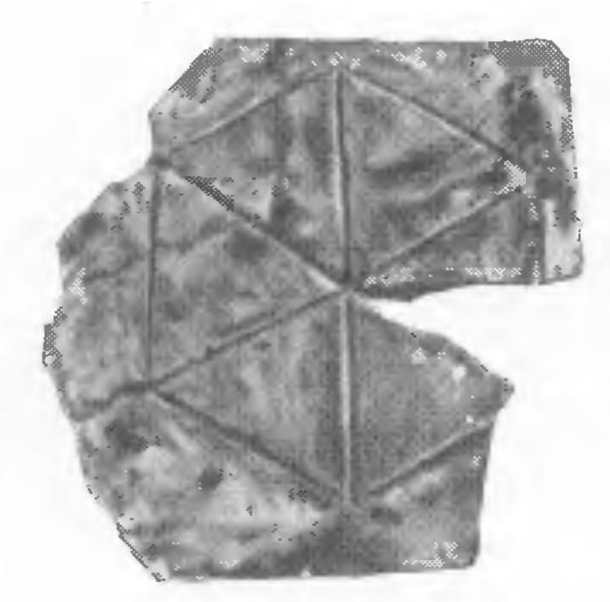
$$1 + 2 + 4 + \ldots + 2^h = 2^h + (2^h - 1), \tag{R1}$$

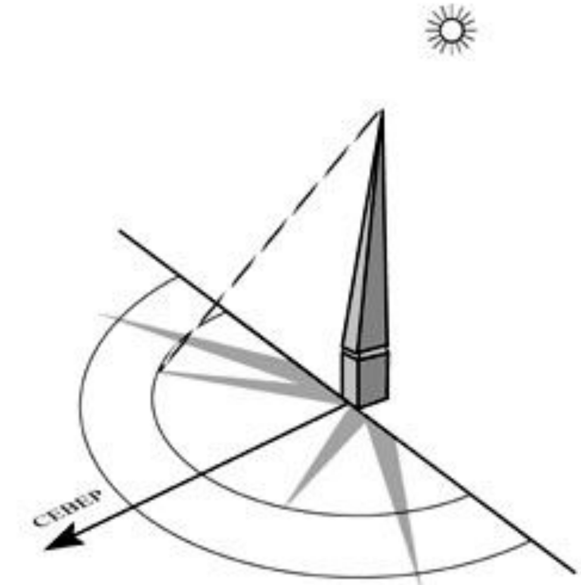
$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \ldots + n^2 = \left(\frac{1}{3} + \frac{2}{3}n\right)(1 + 2 + 3 + \ldots + n) \tag{R2}$$

и суммирование арифметических прогрессий.

Древний Вавилон (основные достижения)

Геометрия





- пропорциональность
- теорема Пифагора
- площади треугольника и трапеции
- площадь круга и длина окружности с плохим приближением π=3
- объемы призмы, цилиндра (площадь основания на высоту), неверные формулы для объема усеченного конуса и пирамиды

Аллен Дж. Д. Вавилонская математика

http://elenakosilova.narod.ru/studia3/math/translatio/babylon.htm

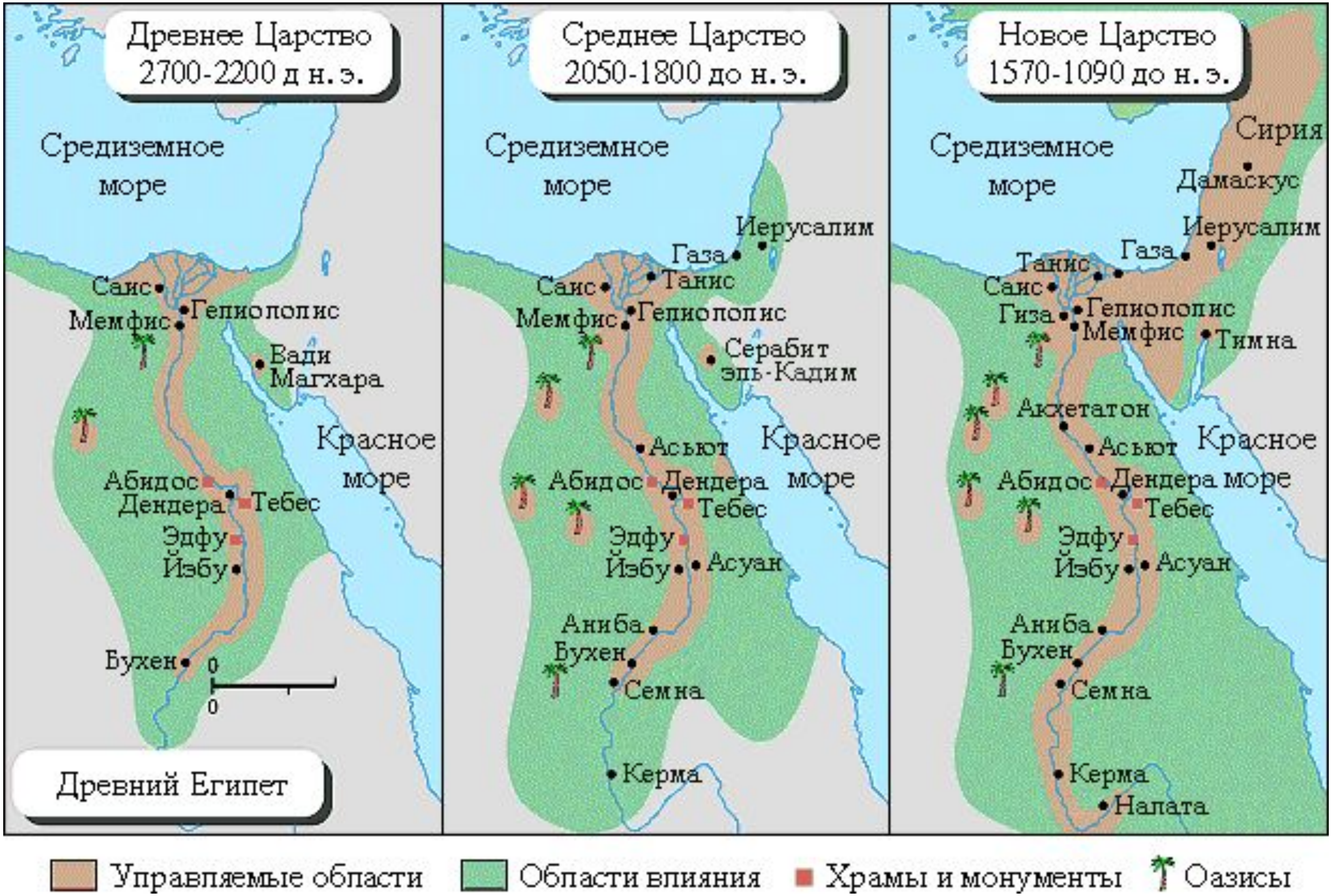
Древний Египет

ЕГИПТЯНЕ

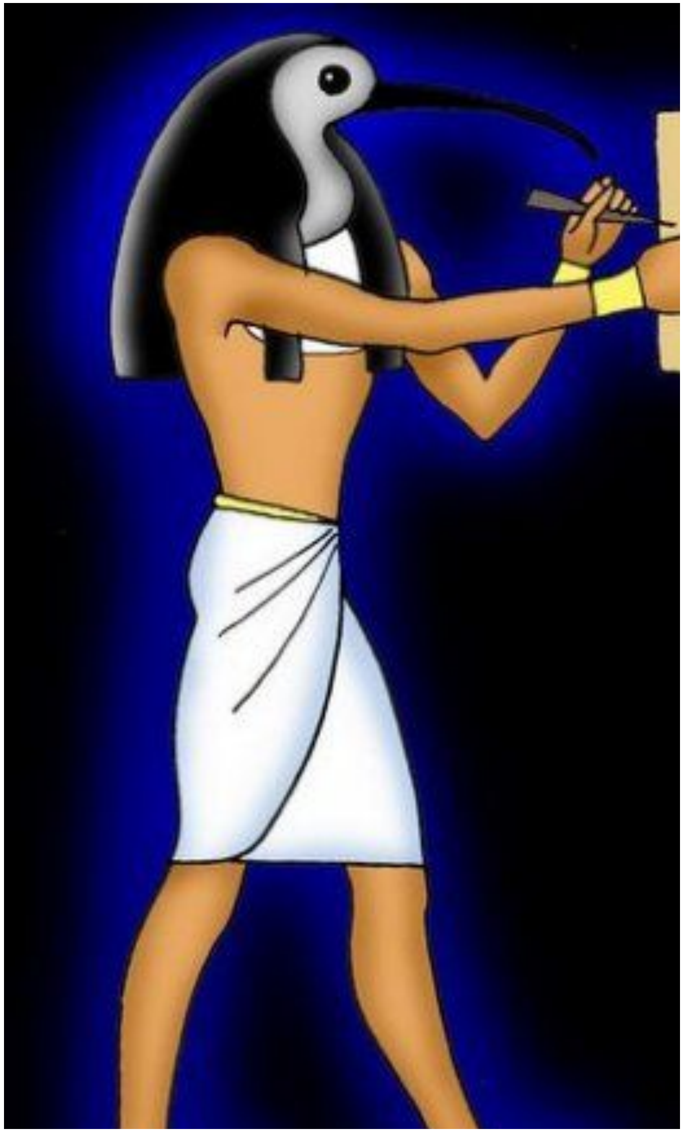
ХРОНОЛОГИЧЕСКИЙ ОБЗОР

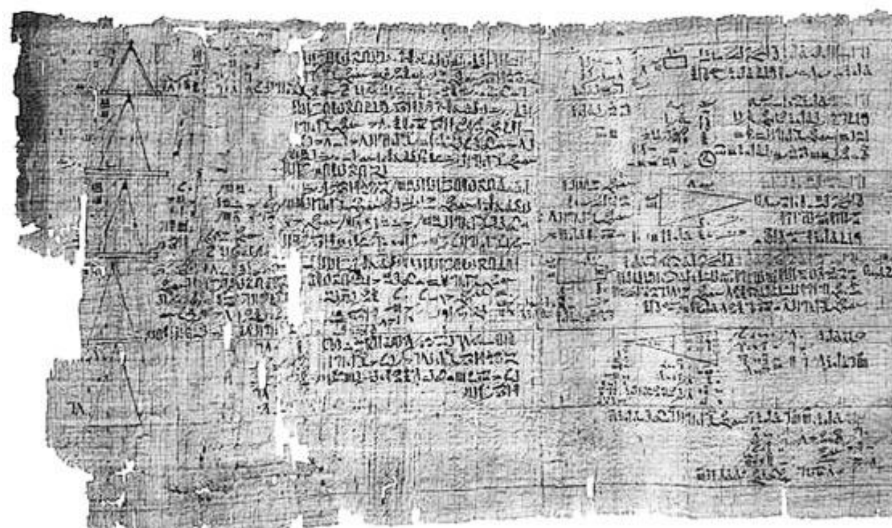
Общая история	*История культуры*	*История науки*
3000 до н. э. Менес. Древнее царство	Иероглифы. Пирамиды	Счет до 100 000
2000—1800 до н. э. Среднее царство	Литература. Ювелирное дело	Папирусы Ринда и Московский. Звездные календари на крышках гробов
1700 до н. э. Владычество гиксосов		Ахмес переписывает папирус Ринда
1600—1100 до н. э. Новое царство	Новое богословие (Эхнатон). Архитектура. Скульптура	Очень примитивная наука о звездах (могила Сенмута)
300 до н. э.—300 н. э. Эллинизм	Александрия — центр греческого искусства и науки. Появление астрологии	Высший расцвет греческой науки. Египетские арифметика и астрономия остаются очень примитивными

Древний Египет



Древний Египет

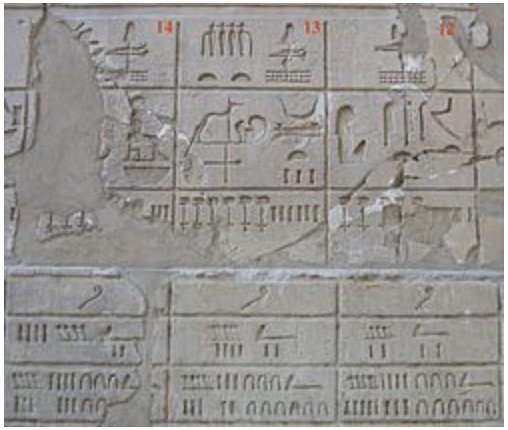


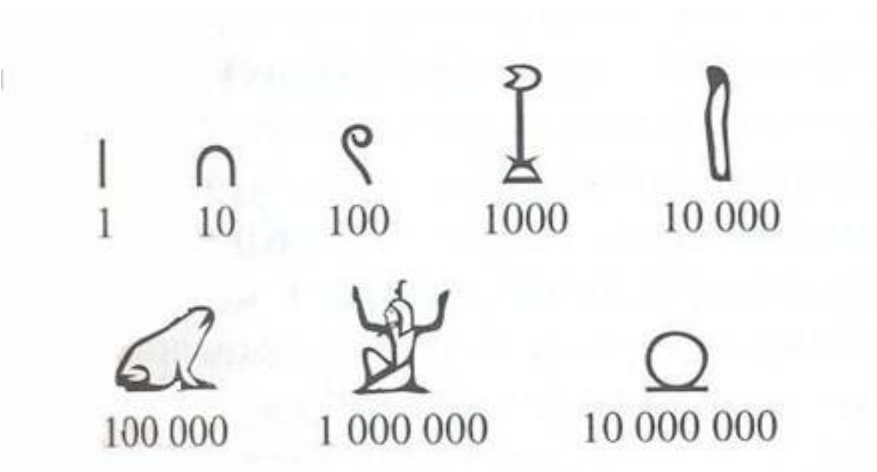


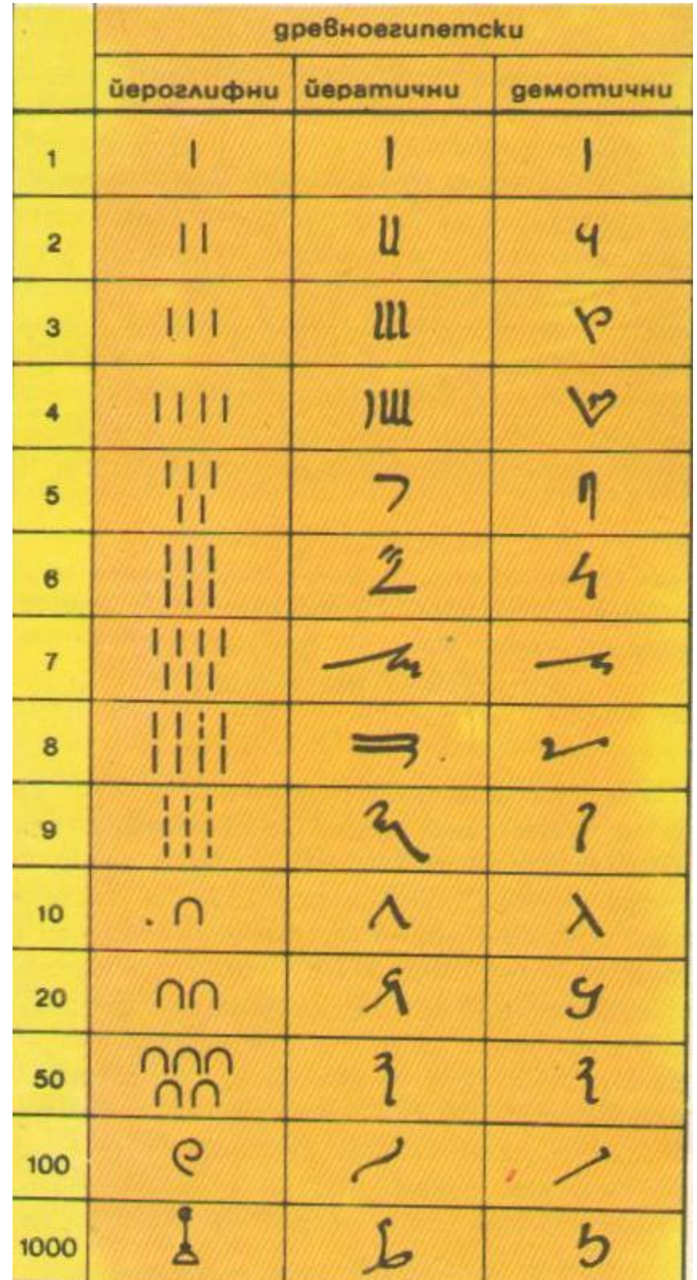
Меекс Д., Фавар-Меекс К.
Повседневная жизнь египетских богов.
– М.: Молодая гвардия, 2008

Древний Египет

Древний Египет (математические знания)







Древний Египет (математические знания)

ТАБЛИЦА ДРОБЕЙ ИЗ ПАПИРУСА РАЙНДА

$\frac{2}{3}=\frac{2}{3}$	$\frac{2}{37}=\frac{1}{24}+\frac{1}{111}+\frac{1}{296}$	$\frac{2}{71}=\frac{1}{40}+\frac{1}{508}+\frac{1}{710}$
$\frac{2}{5}=\frac{1}{3}+\frac{1}{15}$	$\frac{2}{39}=\frac{1}{26}+\frac{1}{78}$	$\frac{2}{73}=\frac{1}{60}+\frac{1}{219}+\frac{1}{292}+\frac{1}{365}$
$\frac{2}{7}=\frac{1}{4}+\frac{1}{28}$	$\frac{2}{41}=\frac{1}{24}+\frac{1}{246}+\frac{1}{328}$	$\frac{2}{75}=\frac{1}{50}+\frac{1}{150}$
$\frac{2}{9}=\frac{1}{6}+\frac{1}{18}$	$\frac{2}{43}=\frac{1}{42}+\frac{1}{86}+\frac{1}{129}+\frac{1}{301}$	$\frac{2}{77}=\frac{1}{44}+\frac{1}{308}$
$\frac{2}{11}=\frac{1}{6}+\frac{1}{66}$	$\frac{2}{45}=\frac{1}{30}+\frac{1}{90}$	$\frac{2}{79}=\frac{1}{60}+\frac{1}{237}+\frac{1}{316}+\frac{1}{790}$
$\frac{2}{13}=\frac{1}{8}+\frac{1}{52}+\frac{1}{104}$	$\frac{2}{47}=\frac{1}{30}+\frac{1}{141}+\frac{1}{470}$	$\frac{2}{81}=\frac{1}{54}+\frac{1}{162}$
$\frac{2}{15}=\frac{1}{10}+\frac{1}{30}$	$\frac{2}{49}=\frac{1}{28}+\frac{1}{196}$	$\frac{2}{83}=\frac{1}{60}+\frac{1}{332}+\frac{1}{415}+\frac{1}{498}$
$\frac{2}{17}=\frac{1}{12}+\frac{1}{51}+\frac{1}{68}$	$\frac{2}{51}=\frac{1}{34}+\frac{1}{102}$	$\frac{2}{85}=\frac{1}{51}+\frac{1}{255}$
$\frac{2}{19}=\frac{1}{12}+\frac{1}{76}+\frac{1}{114}$	$\frac{2}{53}=\frac{1}{30}+\frac{1}{318}+\frac{1}{795}$	$\frac{2}{87}=\frac{1}{58}+\frac{1}{174}$
$\frac{2}{21}=\frac{1}{14}+\frac{1}{42}$	$\frac{2}{55}=\frac{1}{30}+\frac{1}{330}$	$\frac{2}{89}=\frac{1}{60}+\frac{1}{356}+\frac{1}{534}+\frac{1}{890}$
$\frac{2}{23}=\frac{1}{12}+\frac{1}{276}$	$\frac{2}{57}=\frac{1}{38}+\frac{1}{114}$	$\frac{2}{91}=\frac{1}{70}+\frac{1}{130}$
$\frac{2}{25}=\frac{1}{15}+\frac{1}{75}$	$\frac{2}{59}=\frac{1}{36}+\frac{1}{236}+\frac{1}{531}$	$\frac{2}{93}=\frac{1}{62}+\frac{1}{186}$
$\frac{2}{27}=\frac{1}{18}+\frac{1}{54}$	$\frac{2}{61}=\frac{1}{40}+\frac{1}{214}+\frac{1}{448}+\frac{1}{610}$	$\frac{2}{95}=\frac{1}{60}+\frac{1}{380}+\frac{1}{570}$
$\frac{2}{29}=\frac{1}{24}+\frac{1}{58}+\frac{1}{174}+\frac{1}{232}$	$\frac{2}{63}=\frac{1}{42}+\frac{1}{126}$	$\frac{2}{97}=\frac{1}{56}+\frac{1}{679}+\frac{1}{776}$
$\frac{2}{31}=\frac{1}{20}+\frac{1}{124}+\frac{1}{155}$	$\frac{2}{65}=\frac{1}{39}+\frac{1}{195}$	$\frac{2}{99}=\frac{1}{66}+\frac{1}{198}$
$\frac{2}{33}=\frac{1}{22}+\frac{1}{66}$	$\frac{2}{67}=\frac{1}{40}+\frac{1}{335}+\frac{1}{536}$	
$\frac{1}{35}=\frac{1}{30}+\frac{1}{42}$	$\frac{2}{69}=\frac{1}{46}+\frac{1}{138}$	

Задачи на «аха»

$$x + ax + bx + \ldots = p \qquad x = \frac{p}{1 + a + b + \ldots}$$

Задача № 26 папируса Ринда.

«Количество и его четвертая часть дают вместе 15».

Задача № 19 Московского папируса.

«1 и 1/2 кучи сосчитано вместе с 4, получается 10. Что есть куча? Подсчитай число, на которое 10 превышает 4. Выступает 6. Сколько раз надо взять 1 и 1/2, чтобы получить 1? Это 2(1/3). Возьмем 2*(1/3) от 6. Это есть 4. 4 ты берешь. Ты нашел верно.»*

Прогрессии

«Пусть тебе сказано: раздели 10 мер ячменя между десятью человеками; разница между каждым человеком и его соседом составляет $\frac{1}{8}$ меры ячменя“.

А решается она по следующему рецепту:

«Средняя доля есть 1 мера. Вычти 1 из 10. Остаток есть 9. Составь половину разницы; это есть $\frac{1}{16}$. Возьми ее 9 раз; это дает $\frac{1}{2} + \frac{1}{16}$. Приложи это к средней доле; вычитай для каждого лица по $\frac{1}{8}$ меры, пока не достигнешь конца“.

Древний Египет (математические знания)

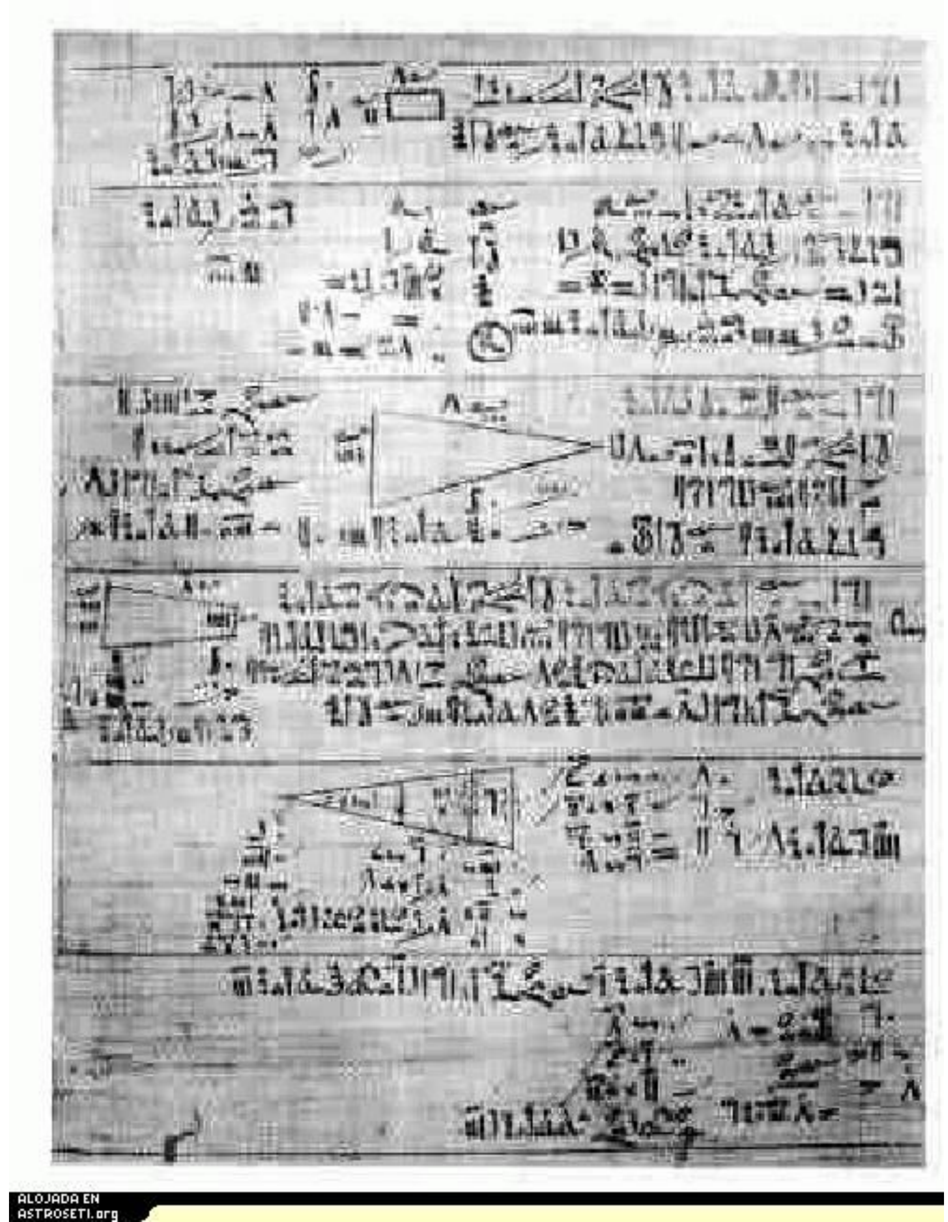
Геометрия

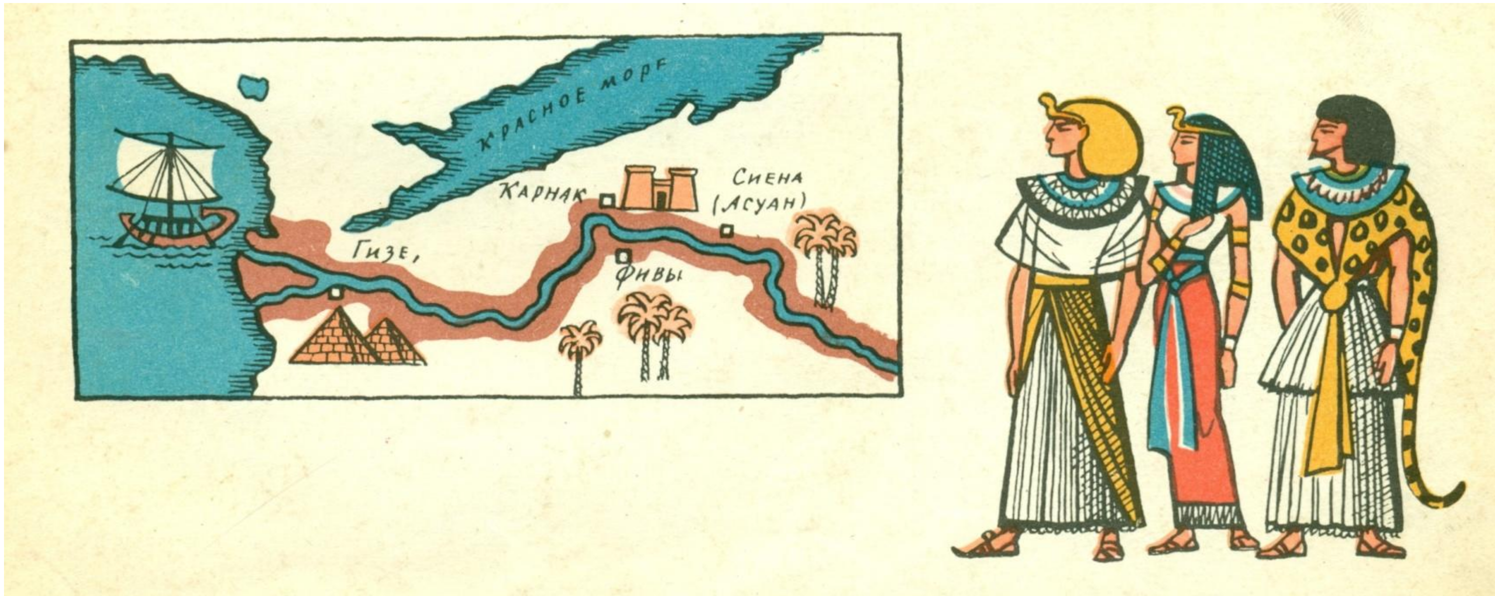
Евдем Родосский (V в. до н.э.). *«Геометрия была открыта египтянами и возникла при измерении земли вследствие разливов Нила, постоянно смывающего границы участков. Нет ничего удивительного, что эта наука, как и другие, возникла из практических потребностей человека. Всякое возникающее знание из несовершенного состояния переходит в совершенное».*

Древний Египет (математические знания)

Геометрия

- площади треугольников, прямоугольников, трапеций
- приближённое вычисление площадей четырёхугольников
- объемы кубов, параллелепипедов и цилиндров
- площадь круга $S=(8d/9)^2$
  $\pi \approx 4(8/9)^2=3,1605\ldots$
- правило нахождения объема усечённой пирамиды





«Ещё нельзя говорить о математике как о научной теории, как о науке. Задачи группируются по области их приложения, а не по математическому их содержанию, не по общим методам их решения… Математические понятия, величины… ещё не оторвались от порождающей их практики, не стали ещё предметом абстрактного, самостоятельного исследования».