



**Задачи экономического  
содержания на ЕГЭ.**

## Что необходимо знать и понимать при решении задач на проценты:

- 1% - это одна сотая часть чего-либо;
- За 100% принимаем ту величину, с которой сравниваем;
- Формулы для подсчета процентов:
- если величину  $S$  увеличить на  $a$  %, то получим  $S(1+0,01a)$
- если величину  $S$  уменьшить на  $a$  %, то получим  $S(1-0,01a)$
- если величину  $S$  дважды увеличить на  $a$  %, то получим  $S(1+0,01a)^2$

## Что необходимо знать и понимать при решении задач на погашение кредита равными долями

Пусть размер кредита  $S$ .

Процент банка равен  $a\%$ , а ежегодная выплата по кредиту равна  $X$ .

Тогда через год после начисления процентов и выплаты суммы  $X$  размер долга равен:  $S(1+0,01a) - X$ .

Обозначим  $p = 1 + 0,01a$ .

- Тогда через два года размер долга составит:  $(Sp - X)p - X$
- Через три года:  $((Sp - X)p - X)p - X$ .
- Через четыре года  $((((Sp - X)p - X))p - X)p$

Для подсчета величины в скобках иногда применяется формула суммы  $n$  членов геометрической прогрессии. Здесь  $b_1 = 1$ ,  $q = a$ .

- Формула для суммы  $n$  членов геометрической прогрессии:

$$S_n = \frac{b_1(1 - q^n)}{1 - q}$$

- Размер долга через  $n$  лет

$$Sp^n = \frac{X(1 - p^n)}{1 - p}$$

## Задача 1.

31 декабря 2014 года Дмитрий взял в банке 4290000 рублей в кредит под 14,5% годовых. Схема выплаты кредита следующая - 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 14,5%), затем Дмитрий переводит в банк  $X$  рублей. Какой должна быть сумма  $X$ , чтобы Дмитрий выплатил долг **двумя** равными платежами (то есть за два года)?

Пусть сумма кредита равна  $S$ , а годовые составляют  $a\%$ .

Тогда 31 декабря каждого года оставшаяся сумма долга умножается на коэффициент равный

$$p = 1 + 0,01a.$$

После первой выплаты сумма долга составит

$$S_1 = Sp - X$$

После второй выплаты сумма долга составит

$$S_2 = S_1p - X = (Sp - X)p - X = Sp^2 - (1 + p)X$$

По условию двумя выплатами Дмитрий должен погасить кредит полностью, поэтому

$$Sp^2 - (1 + p)X = 0$$

$$X = \frac{Sp^2}{(p + 1)}$$

Откуда при  $S = \frac{42900000 \cdot 1,311025}{2,145} = 2622050$  и  $a = 14,5$ ,  
получаем:  $p = 1,145$  и

## Задача 2

31 декабря 2013 года Сергей взял в банке 9 930 000 рублей в кредит под 10% годовых. Схема выплаты кредита следующая - 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 10%), затем Сергей переводит в банк  $X$  рублей. Какой должна быть сумма  $X$ , чтобы Сергей выплатил долг **тремя** равными платежами (то есть за три года)?

Пусть сумма кредита равна  $S$ , а годовые составляют  $a$  %.

Тогда 31 декабря каждого года оставшаяся сумма долга умножается на коэффициент

$$p = 1 + 0,01a.$$

После первой выплаты сумма долга составит  $S_1 = Sp - X$

После второй выплаты сумма долга составит

$$S_2 = S_1p - X = (Sp - X)p - X = Sp^2 - (1 + p)X$$

После третьей выплаты сумма оставшегося долга равна

$$S_3 = Sp^3 - (1 + p + p^2)X = Sp^3 - \frac{p^3 - 1}{p - 1} \cdot X$$

По условию тремя выплатами Сергей должен погасить кредит полностью, поэтому

$$Sp^3 - \frac{p^3 - 1}{p - 1} \cdot X = 0 \qquad X = \frac{Sp^3 \cdot (p - 1)}{(p^3 - 1)}$$

$$X = \frac{9930000 \cdot 1,331 \cdot 0,1}{0,331} = 3993000$$

При  $S=9\,930\,000$ ,  $a=10\%$ ,  $p=1,1$  и



### Задача 3.

31 декабря 2014 года Алексей взял в банке 6902000 рублей в кредит под 12,5% годовых. Схема выплаты кредита следующая - 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 12,5%), затем Алексей переводит в банк  $X$  рублей. Какой должна быть сумма  $X$ , чтобы Алексей выплатил долг четырьмя равными платежами (то есть за **четыре** года)?

Пусть сумма кредита равна  $S$ , а годовые составляют  $a$  %.

Тогда 31 декабря каждого года оставшаяся сумма долга умножается на коэффициент

$$p = 1 + 0,01a.$$

После первой выплаты сумма долга составит  $S_1 = Sp - X$

После второй выплаты сумма долга составит  $S_2 = S_1p - X = (Sp - X)p - X = Sp^2 - (1 + p)X$

После третьей выплаты сумма оставшегося долга равна  $S_3 = Sp^3 - (1 + p + p^2)X = Sp^3 - \frac{p^3 - 1}{p - 1} \cdot X$

После четвертой выплаты сумма оставшегося долга равна  $S_4 = Sp^4 - (1 + p + p^2 + p^3)X = Sp^4 - \frac{p^4 - 1}{p - 1} \cdot X$

$Sp^4 - \frac{p^4 - 1}{p - 1} \cdot X = 0$   $X = \frac{Sp^4 \cdot (p - 1)}{p^4 - 1}$   
По условию четырьмя выплатами Алексей

должен погасить кредит полностью,

$$X = \frac{6902000 \cdot 1,601806640625 \cdot 0,125}{0,601806640625} = 2296350$$

поэтому

## Задача 4

31 декабря 2014 года Владимир взял в банке некоторую сумму в кредит под 14% годовых. Схема выплаты следующая – 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 14%), затем Владимир переводит в банк 4548600 рублей. Какую сумму взял Владимир в банке, если он выплатил долг двумя равными платежами (то есть за два года)?

Пусть сумма кредита равна  $S$ , а годовые составляют  $a$  %.

Тогда 31 декабря каждого года оставшаяся сумма долга умножается на коэффициент  $p = 1 + 0,01a$ .

После первой выплаты сумма долга составит  $S_1 = Sp - X$

После второй выплаты сумма долга составит

$$S_2 = S_1p - X = (Sp - X)p - X = Sp^2 - (1 + p)X$$

По условию Владимир погасил кредит полностью за два года, поэтому

$$Sp^2 - (1 + p)X = 0 \quad S = \frac{(1 + p) \cdot X}{p^2}$$

$X = 4548600$  и  $a = 14$ , получим  **$p = 1.14$**  получим

$$S = \frac{2,14 \cdot 4548600}{1,2996} = 7490000$$

**Ответ: 7490000.**

## Задача 5

31 декабря 2014 года Георгий взял в банке кредит 1 млн рублей в кредит. Схема выплаты кредита следующая – 31 декабря каждого года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на  $a\%$ ), затем Георгий переводит очередной транш. Георгий выплатил кредит за два транша, переведя в первый раз 570 тыс рублей, во второй 599,4 тыс рублей. Под какой процент банк выдал кредит Георгию?

Пусть сумма кредита равна  $S$ , а годовые составляют  $a$  %. Тогда 31 декабря каждого года оставшаяся сумма долга умножается на коэффициент  $p = 1 + 0,01a$ .

После первой выплаты сумма долга составит  $S_1 = Sp - X$

$$S_1 = 430000 + 10000a$$

Исходя из условия после первой выплаты долг Георгия будет равен

После второй выплаты сумма долга составит  $S_2 = S_1p - X$

или 
$$S_2 = a^2 + 143a - 1694$$

При условии, что кредит был погашен за два транша это сумма должна равняться 0.

Получим уравнение 
$$a^2 + 143a - 1694 = 0$$

Отсюда 
$$a = 11\%.$$

**Ответ: 11%.**

## Задача 6

1 января 2015 года Александр Сергеевич взял в банке 1,1 млн рублей в кредит. Схема выплаты кредита следующая - 1 числа каждого следующего месяца банк начисляет 1 процент на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 1%), затем Александр Сергеевич переводит в банк платёж. На какое минимальное количество месяцев Александр Сергеевич может взять кредит, чтобы ежемесячные выплаты были не более 275 тыс. рублей?

Заметим, что за 4 месяца Александр Сергеевич выплатит

$$275\,000 \cdot 4 = 1,1 \text{ млн рублей.}$$

Таким образом, он **не покрывает** долг с процентами.

Каждый месяц долг увеличивается **не более**, чем на

$$1100000 \cdot 0,01 = 11000 \text{ рублей.}$$

Значит, за пять месяцев Александр Сергеевич должен будет выплатить **не более**

$$1100000 + 5 \cdot 11000 = 1155000 \text{ рублей,}$$

что менее, чем

$$5 \cdot 275000 = 1375000 \text{ рублей.}$$

Таким образом, Александр Сергеевич

**сможет выплатить кредит за 5 месяцев.**



## Задача 7

Фермер получил кредит в банке под определенный процент годовых. Через год фермер в счет погашения кредита вернул в банк  $\frac{3}{4}$  от всей суммы, которую он должен был банку к этому времени, а еще через год в счет полного погашения кредита он внес в банк сумму на 21% превышающую величину полученного кредита. Каков процент годовых по кредиту в данном банке?

Пусть фермер взял кредит  $S$  руб. под  $p\%$  годовых.

Через год он должен банку  $S(1+0,01p)$  руб.

Через год фермер в счет погашения кредита вернул в банк  $\frac{3}{4}$  от всей

суммы, которую он должен был банку к этому времени, следовательно,

ему осталось вернуть  $0,25 S(1+0,01p)$  руб.

Еще через год он должен банку

$(0,25 S(1+0,01p))(1+0,01p) = 0,25S(1+0,01p)$  **2 руб.**

**В счет полного погашения кредита он внес в**

**банк сумму на 21% превышающую**

**величину полученного кредита, то есть**

**внес  $1,21 S$  руб.**

## Задача 8

Сергей взял кредит в банке на срок 9 месяцев. В конце каждого месяца общая сумма оставшегося долга увеличивается на 12%, а затем уменьшается на сумму, уплаченную Сергеем. Суммы, выплачиваемые в конце каждого месяца, подбираются так, чтобы в результате сумма долга каждый месяц уменьшалась равномерно, то есть на одну и ту же величину. Сколько процентов от суммы кредита составила общая сумма, уплаченная Сергеем банку (сверх кредита)?

Предложение «Суммы, выплачиваемые в конце каждого месяца, ...то есть на одну и ту же величину» означает: Сергей взятую сумму возвращал равными долями.

Общая сумма, уплаченная Сергеем банку сверх кредита, обусловлена только применением процентной ставки.

В первом месяце эта часть заплаченной суммы составляла  $0,12S$ , во втором -  $0,12 \frac{8}{9}S$ , в третьем -  $0,12 \frac{7}{9}S$ , .....в восьмом -  $0,12 \frac{2}{9}S$ , наконец, в последнем -  $0,12 \frac{1}{9}S$ .

Всего за 9 месяцев:

$$0,12S \cdot \left(1 + \frac{8}{9} + \frac{7}{9} + \dots + \frac{1}{9}\right) = 0,12S \cdot \frac{(1 + \frac{1}{9})}{2} \cdot 9 = 0,12S \cdot \frac{9+1}{2} = 0,6S.$$

Искомое процентное отношение есть 60

Ответ: 60.

## Задача 9

Антон взял кредит в банке на срок 6 месяцев. В конце каждого месяца общая сумма оставшегося долга увеличивается на одно и то же число процентов (месячную процентную ставку), а затем уменьшается на сумму, уплаченную Антоном. Суммы, выплачиваемые в конце каждого месяца, подбираются так, чтобы в результате сумма долга каждый месяц уменьшалась равномерно, то есть на одну и ту же величину. Общая сумма выплат превысила сумму кредита на 63%. Найдите месячную процентную ставку.

Пусть сумма кредита  $S$ , процентная ставка банка  $x\%$ . Предложение «Суммы, выплачиваемые в конце каждого месяца, ....уменьшалась равномерно, то есть на одну и ту же величину» означает: Антон взятую сумму возвращал в банк равными долями.

Сумма, образованная применением процентной ставки, составляет:

$$0,01xS + 0,01x \cdot \frac{5S}{6} + 0,01x \cdot \frac{4S}{6} + \dots + 0,01x \cdot \frac{2S}{6} + 0,01x \cdot \frac{S}{6} = 0,01Sx \cdot \left(1 + \frac{5}{6} + \frac{4}{6} + \frac{3}{6} + \frac{2}{6} + \frac{1}{6}\right) =$$

$$= 0,01Sx \cdot \frac{1 + \frac{1}{6}}{2} \cdot 6 = 0,01Sx \cdot \frac{6+1}{2} = 0,035Sx.$$

Общая сумма, выплаченная Антоном за 6 месяцев:

$$S + 0,035Sx = (1 + 0,035x) \cdot S$$

А эта сумма по условию задачи равна  $1,63S$ . Решим уравнение:

$$(1 + 0,035x)S = 1,63S \Leftrightarrow 1 + 0,035x = 1,63 \Leftrightarrow 0,035x = 0,63 \Leftrightarrow x = 18.$$

## Задача 10

Банк под определенный процент принял некоторую сумму.

Через год четверть накопленной суммы была снята со счета. Банк увеличил процент годовых на 40%. К концу следующего года накопленная сумма в 1,44 раза превысила первоначальный вклад. Каков процент новых годовых?

Пусть банк первоначально вклад в размере  $S$ . принял под  $x$  годовых. Тогда к началу второго года сумма стала  $S(1+0,01x)$ .

После снятия четверти накопленной суммы на счету осталось

$$\frac{3S}{4}(1 + 0,01x)$$

С момента увеличения банком процентной ставки на 40% к концу второго года хранения остатка вклада накопленная сумма стала

$$\frac{3S}{4}(1 + 0,01x) \cdot (1 + (x + 40) \cdot 0,01)$$

По условию задачи эта сумма равна  $1,44S$

Решим уравнение: 
$$\frac{3S}{4}(1 + 0,01x) \cdot (1 + (x + 40) \cdot 0,01) = 1,44S$$

Отсюда :  $x=20$

Новая процентная ставка равна  $20+40=60\%$ .

**Ответ: 60%.**