



РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ НА ДВИЖЕНИЕ ИЗ ВАРИАНТОВ ЕГЭ 2011, 2012 ГГ. В СХЕМАХ, ЧЕРТЕЖАХ И ТАБЛИЦАХ.

Лебер Татьяна Сергеевна
МОУ «Средняя общеобразовательная школа
№49», 8 класс
Научный руководитель:
Яковлева Лилия Геннадьевна, учитель
математики



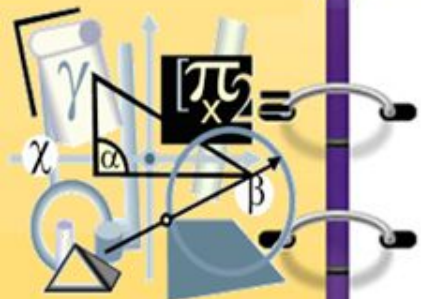
Оглавление



1. Введение.
2. Основная часть:
 - задачи на движение навстречу друг другу
 - задачи на движение в одном направлении
 - задачи на нахождение длины движущегося объекта
3. Заключение.
4. Литература.
5. Приложение (сборник задач).



Введение



Цель работы: научиться решать всевозможные задачи на движение из вариантов ЕГЭ 2011, 2012гг.

- 1) движение навстречу друг другу
- 2) движение в одном направлении
- 3) нахождение длины движущегося

объекта ;

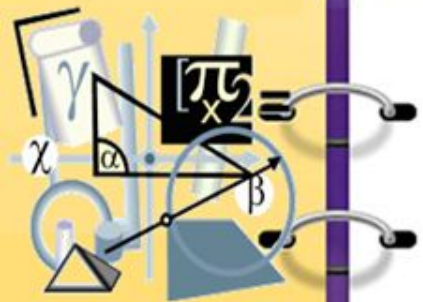
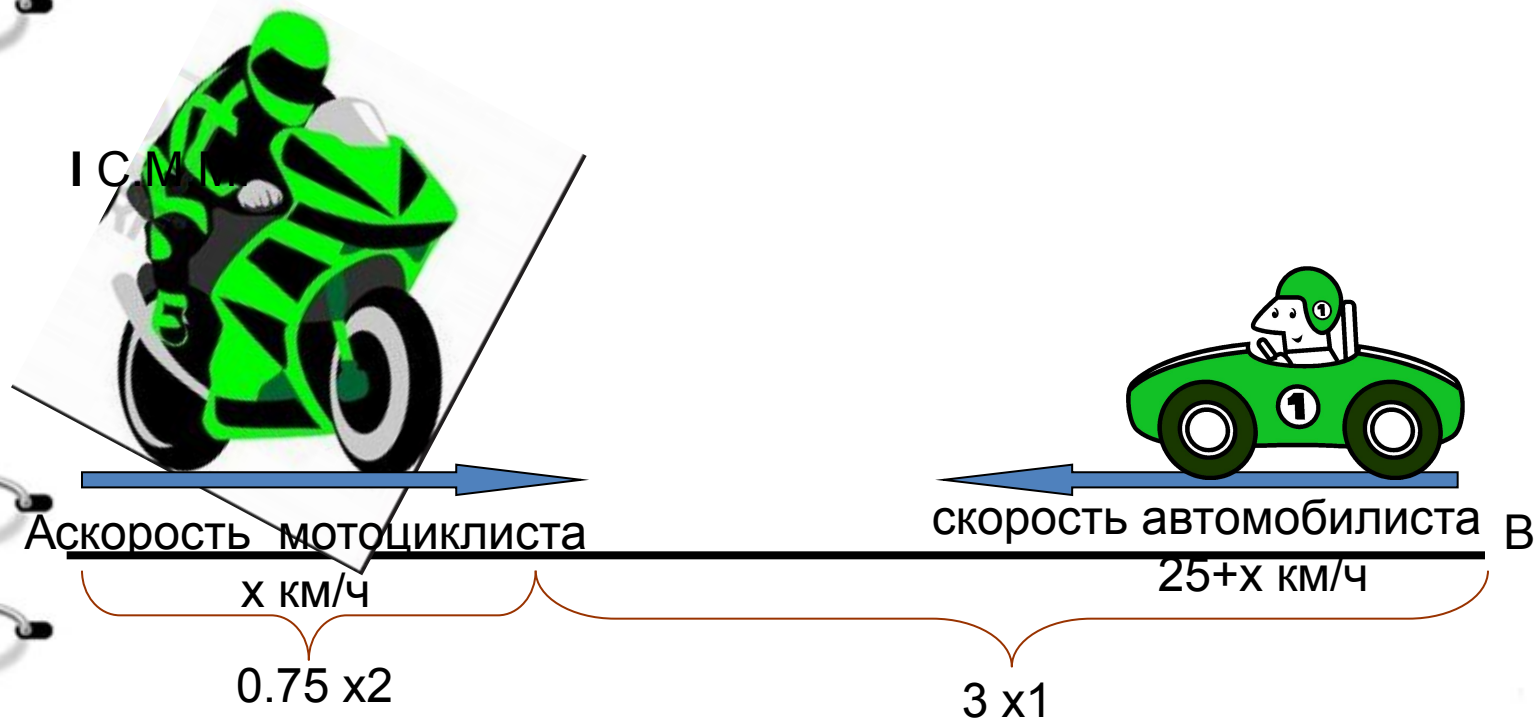
Задачи:

- 1) Разобрать теоретический материал, необходимый для решения задач на движение;
- 2) Иллюстрировать решение этих задач с помощью схем, чертежей, таблиц;
- 3) Найти общие черты в задачах и в их решениях, а так же составить сборник задач на движение из вариантов ЕГЭ 2011-2012 гг.



задачи на движение навстречу друг другу

Из пункта А в пункт В выехал мотоциклист и одновременно из В в пункт А автомобилист. Мотоциклист прибыл в пункт В через 3 часа после встречи, а автомобилист в А через 45 минут после встречи. Сколько в пути часов был автомобилист?



$$\sqrt{x^2 + \dots} + bx + c = 0 \quad a^2 + b^2$$



I С.М.М.

	V км/ч	S после встречи	S до встречи	t до встречи
Мотоциклист	x_1	$3x_1$	$0,75x_2$	$\frac{0,75x_2}{x_1}$
Автомобилист	x_2	$0,75x_2$	$3x_1$	$\frac{3x_1}{x_2}$

II Р.М.М.

$$\frac{0,75x_2}{x_1} = \frac{3x_1}{x_2}; \quad 0,75x_2^2 = 3x_1^2; \quad x_2 = 2x_1$$

$$t_{\text{автом.}} = \frac{S_{\text{автом.}}}{V_{\text{автом.}}}, \text{ тогда } \frac{0,75x_2 + 3x_1}{x_2} = \frac{0,75 \cdot 2x_1 + 3x_1}{2x_1} = 2,25$$

III Ответ: 2,25 ч.



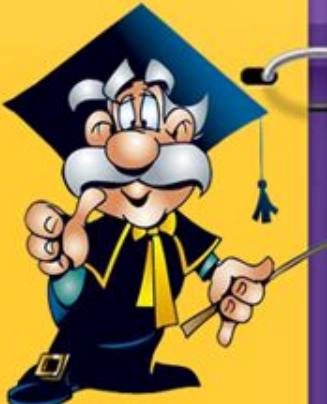
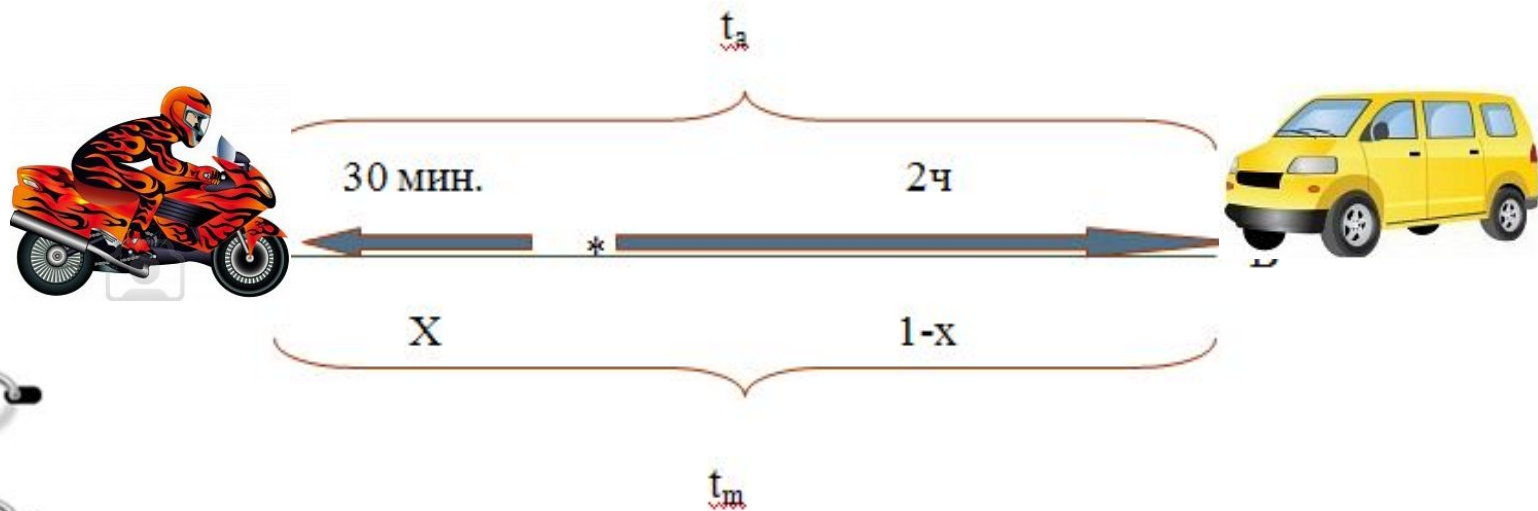
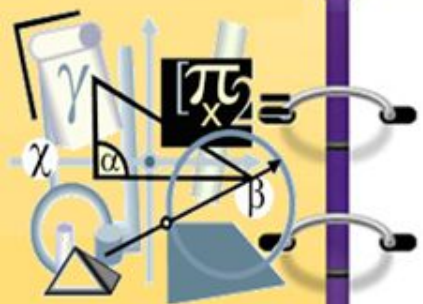
$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$\sqrt{x^2 + \dots}$$

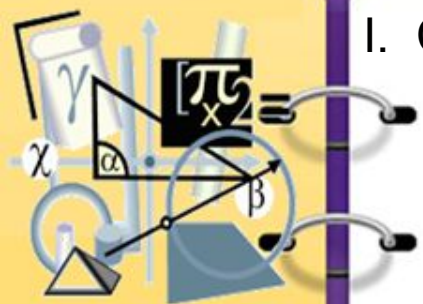
$$a^2 + b^2$$



Из пункта А в пункт В выехал мотоциклист и одновременно из В в пункт А автомобилист. Мотоциклист прибыл в пункт В через 2 часа после встречи, а автомобилист в А через 30 минут после встречи. Сколько в пути часов был мотоциклист?



$$x^2 + bx + c = 0$$
$$a^2 + b^2$$



I. С.М.М. 1- весь путь

t_a - время, затраченное автомобилистом на весь путь

t_m - время, затраченное мотоциклистом на весь путь

x – часть пути, часть пути пройденная мотоциклистом до встречи

$x \cdot t_m$ – время, затраченное мотоциклистом до встречи

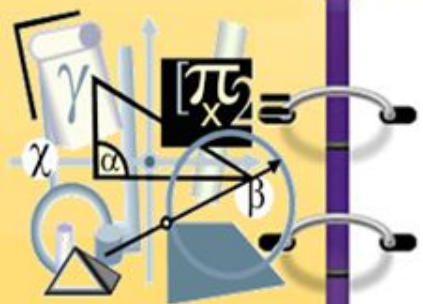
$(1-x) \cdot t_m$ - время, затраченное мотоциклистом после встречи

$1-x$ – часть пути, пройденная автомобилистом до встречи

$(1-x) \cdot t_a$ – время, затраченное автомобилистом до встречи

$x \cdot t_a$ - время, затраченное автомобилистом после встречи





II. Р.М.М

$$\begin{cases} t_m * x = t_a * (1-x) \\ t_m * (1-x) = 2 \\ t_a * x = 0.5 \end{cases}$$

Система из трех уравнений с тремя неизвестными;

$$2 : (1-x) = t_m$$

$$0.5 : t_a = x$$

$$2 : (1-x) * 0.5 : t_a = t_a * (1-x);$$

$$t_a = 3 : 2 = 1,5 \text{ ч.}$$

$$t_m = 1,5 * 2 = 3 \text{ ч.}$$

III. Ответ: 3 часа.



$$x^2 + bx + c = 0$$
$$a^2 + b^2$$
$$\sqrt{x^2 + \dots}$$



Моторная лодка прошла против течения реки 91 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 6 ч меньше. Найдите скорость лодки, в неподвижной воде .если скорость течения равна 3 км/ч.

Скорость против течения $x-3$ км/ч

Скорость по течению $x+3$ км/ч

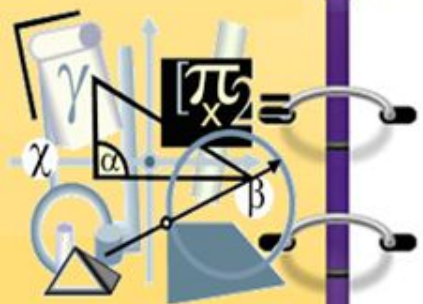


скорость течения 3 км/ч

91 км



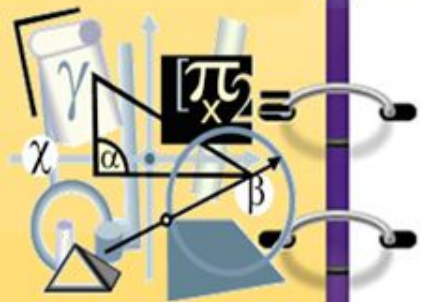
$$x^2 + bx + c = 0$$
$$a^2 + b^2$$



I. С.М.М. Пусть x км/ч - скорость лодки, составим таблицу для каждого направления

	V (км/ч)	S км	T ч
Против течения	$x-3$	91	$\frac{91}{x-3}$
По течению	$x+3$	91	$\frac{91}{x+3}$





II. P.M.M.

$$\frac{91}{x-3} = \frac{91}{x+3} + 6;$$

$$91(x+3) = 91(x-3) + 6(x-3)(x+3); \quad x \neq \pm 3$$

$$91x + 273 = 91x - 273 + 6(x^2 - 9);$$

$$546 - 6x^2 + 54 = 0;$$

$$600 - 6x^2 = 0;$$

$$6x^2 = 600;$$

$$x^2 = 100;$$

$x = \pm 10$ $x = -10$ - не удовлетворяет смыслу задачи

III. Ответ: 10 км/ч.



$$x^2 + bx + c = 0$$
$$a^2 + b^2$$
$$\sqrt{x^2 + \dots}$$



Моторная лодка прошла против течения реки 80 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 2 ч меньше. Найдите скорость лодки, в неподвижной воде, если скорость течения равна 1 км/ч.

Скорость против течения $x-1$ км/ч

Скорость по течению $x+1$ км/ч

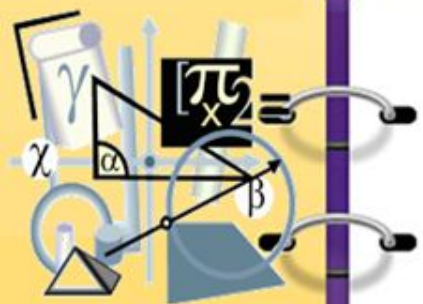


скорость течения 1 км/ч

80 км



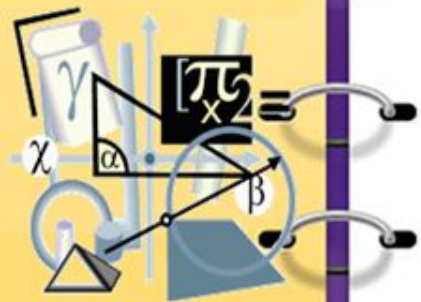
$$x^2 + bx + c = 0$$
$$a^2 + b^2$$



І С.М.М. Пусть x - скорость лодки, составим таблицу для каждого направления:

	$v(\text{км/ч})$	$s \text{ км}$	$t \text{ ч}$
Против течения	$x-1$	80	$\frac{80}{x-1}$
По течению	$x+1$	80	$\frac{80}{x+1}$





II. P.M.M.

$$\frac{80}{x-1} = \frac{80}{x+1} + 2;$$

$$80(x+1) = 80(x-1) + 2(x-1)(x+1); \quad x \neq \pm 1$$

$$80x + 80 = 80x - 80 + 2(x^2 - 1);$$

$$160 - 2x^2 + 2 = 0;$$

$$162 - 2x^2 = 0;$$

$$2x^2 = 162;$$

$$x^2 = 81;$$

$x = \pm 9$; $x = -9$ не удовлетворяет смыслу задачи

III. Ответ: 9 км/ч.



$$x^2 + bx + c = 0$$
$$a^2 + b^2$$



Теплоход проходит по течению реки до пункта назначения 240 км и после стоянки возвращается в пункт отправления. Найдите скорость течения, если скорость теплохода в неподвижной воде равна 16 км/ч, стоянка длится 8 часа, а в пункт отправления теплоход возвращается через 40 часов после отплытия из него.

Скорость против течения $x-16$ км/ч

Скорость по течению $16+x$ км/ч



скорость течения x км/ч

240 км





I. С.М.М. Пусть x (км/ч)- скорость течения, $x+16$ (км/ч)- скорость по течению, $16-x$ (км/ч)- скорость против течения, тогда время в пути $40-8=32$ часа теплоход находился в пути.

II. Р.М.М.

$$\frac{240}{16+x} + \frac{240}{16-x} = 32$$

$$240*(16-x)+240*(16+x)=32*(16-x)*(16+x); x \neq \pm 16$$

$$32x^2 = 512$$

$$x^2 = 16$$

$$x = \pm 4; x = -4 \text{ не удовлетворяет смыслу задачи}$$

III. Ответ: 4 км/ч.



$$x^2 + bx + c = 0$$
$$a^2 + b^2$$

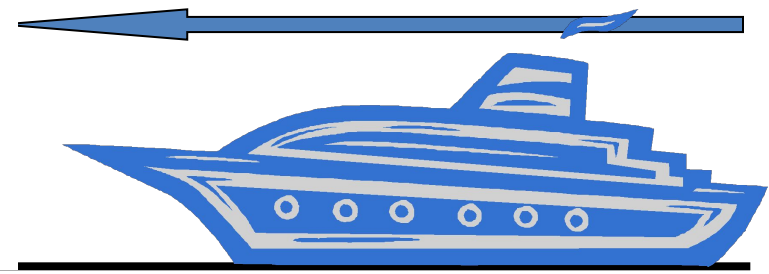
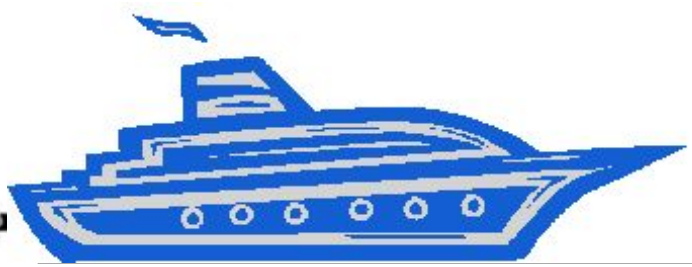


Теплоход проходит по течению реки до пункта назначения 780 км и после стоянки возвращается в пункт отправления. Найдите скорость течения, если скорость теплохода в неподвижной воде равна 28 км/ч, стоянка длится 4 часа, а в пункт отправления теплоход возвращается через 60 часов после отплытия из него

I СММ:

Скорость против течения $x+28$ км/ч

Скорость по течения $28-x$ км/ч



скорость течения x км/ч

780 км; 60 ч – весь путь





Пусть x км/ч - скорость течения , $x+28$ км/ч - скорость по течению, $28-x$ км/ч- скорость против течения , тогда время в пути $60-4=56$ часа теплоход находился в пути.

II Р.М.М.

$$\frac{780}{28+x} + \frac{780}{28-x} = 56$$

$$780 \cdot (28-x) + 780 \cdot (28+x) = 56 \cdot (28-x) \cdot (28+x); \quad x \neq \pm 28$$

$$2 \cdot 780 \cdot 28 = 56 \cdot (784 - x^2)$$

$$x^2 = 784 - 780$$

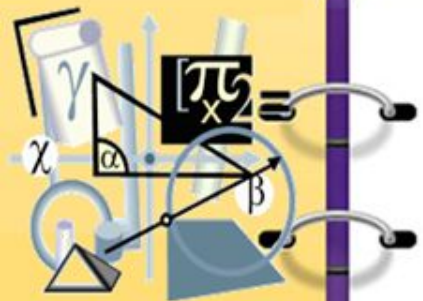
$$x^2 = 4$$

$x = \pm 2$; $x = -2$ - не удовлетворяет смыслу задачи

III Ответ: 2 км/ч



задачи на движение в одном направлении



Из пункта А в пункт В, расстояние между которыми 30км, одновременно выехали автомобилист и велосипедист. Известно , что в час автомобилист проезжает на 50 км больше, чем велосипедист. Определите скорость велосипедиста, если известно, что он прибыл в пункт В на 2,5 ч позже автомобилиста. Ответ дайте в км/ч.

Скорость велосипедиста X км/ч

Скорость автомобилиста $X+80$ км/ч

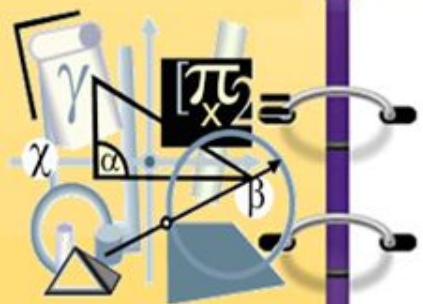
В



30км



$$x^2 + bx + c = 0$$
$$a^2 + b^2$$



I. С.М.М. Пусть x км/ч- скорость велосипедиста, тогда $x+50$ км/ч- скорость автомобилиста. По условию автомобилист и велосипедист одновременно выехали из пункта А в пункт В, расстояние между которыми 30 км. Велосипедист прибыл в пункт в на 2.5ч позже, чем автомобилист.

	$V_{\text{км/ч}}$	S км	T ч
велосипедист	x	30	$\frac{30}{x}$
автомобилист	$x+50$	30	$\frac{30}{50+x}$





II. P.M.M.:

$$\frac{30}{50+x} + 2,5 = \frac{30}{x};$$

$$50x + x^2 = 600; \quad x \neq 0, \quad x \neq -50$$

$$x^2 + 50x - 600 = 0;$$

$$D = b^2 - 4ac; \quad D = 2500 + 2400 = 4900;$$

$$x_1 = \frac{-50 + 70}{2} = 10; \quad x_2 = -60 - \text{не удовлетворяет смыслу задачи}$$

III. Ответ: 10 км/ч



$$x^2 + bx + c = 0$$
$$a^2 + b^2$$



Из пункта А в пункт В, расстояние между которыми 60км, одновременно выехали автомобилист и велосипедист. Известно, что в час автомобилист проезжает на 80 км больше, чем велосипедист. Определите скорость велосипедиста, если известно, что он прибыл в пункт В на 5ч20 мин позже автомобилиста. Ответ дайте в км/ч.

Скорость велосипедиста X км/ч

Скорость автомобилиста $X+80$ км/ч

В



60км





I. С.М.М. Пусть x км/ч- скорость велосипедиста, тогда $x+80$ км/ч- скорость автомобилиста. По условию автомобилист и велосипедист одновременно выехали из пункта А в пункт В, расстояние между которыми 60 км. Велосипедист прибыл в пункт В на 5ч20мин позже, чем автомобилист.

	$V_{\text{км/ч}}$	S км	t ч
велосипедист	x	60	$\frac{60}{x}$
автомобилист	$x+80$	60	$\frac{60}{80+x}$





II. P.M.M.:

$$\frac{60}{80+x} + 5\frac{1}{3} = \frac{60}{x};$$

$$x(80+x) = 900; ; \quad x \neq 0, x \neq -80$$

$$80x + x^2 = 900;$$

$$x^2 + 80x - 900 = 0;$$

$$D = b^2 - 4ac;$$

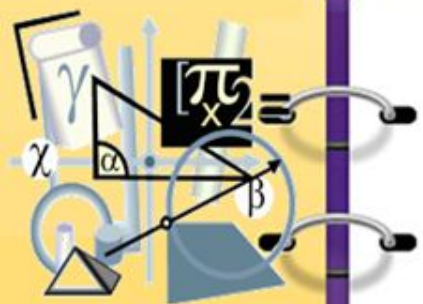
$$D = 6400 + 3600 = 10000;$$

$$x_1 = \frac{-80 + 100}{2} = 10; \quad x_2 = -90 - \text{не удовлетворяет смыслу задачи}$$

III. Ответ: 10 км/ч.



$$x^2 + bx + c = 0$$
$$a^2 + b^2$$

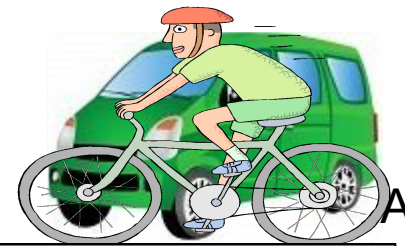


Из пункта А в пункт В, расстояние между которыми 40км, одновременно выехали автомобилист и велосипедист. Известно, что в час автомобилист проезжает на 20 км больше, чем велосипедист. Определите скорость велосипедиста, если известно, что он прибыл в пункт В на 1ч позже автомобилиста. Ответ дайте в км/ч.

Скорость велосипедиста X км/ч

Скорость автомобилиста $X+20$ км/ч

В

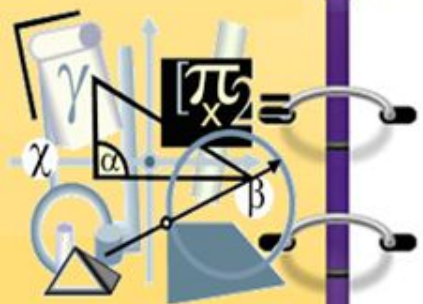


А

40км



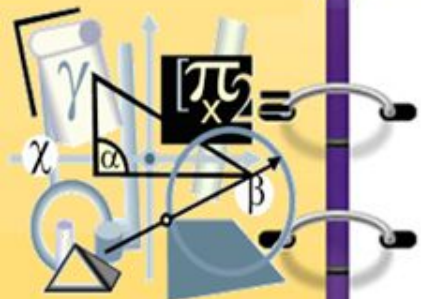
$$x^2 + bx + c = 0$$
$$a^2 + b^2$$



I. С.М.М. Пусть x км/ч- скорость велосипедиста, тогда $x+20$ км/ч- скорость автомобилиста. По условию автомобилист и велосипедист одновременно выехали из пункта А в пункт В, расстояние между которыми 40 км. Велосипедист прибыл в пункт В на 1ч позже, чем автомобилист.

	$V_{\text{км/ч}}$	S км	T ч
велосипедист	x	40	$\frac{40}{x}$
автомобилист	$x+20$	40	$\frac{40}{20+x}$





II. P.M.M.:

$$\frac{40}{20+x} + 1 = \frac{40}{x};$$

$$x(20+x) = 800; \quad x \neq 0, \quad x \neq -20$$

$$x^2 + 20x - 800 = 0;$$

$$D = b^2 - 4ac;$$

$$D = 400 + 3200 = 3600;$$

$$x_1 = \frac{-20 + 60}{2} = 20; \quad x_2 = -40 - \text{не удовлетворяет смыслу задачи.}$$

III. Ответ: 20 км/ч.





Из пункта А в пункт В, расстояние между которыми 40км, одновременно выехали автомобилист и велосипедист. Известно, что в час автомобилист проезжает на 40 км больше, чем велосипедист. Определите скорость велосипедиста, если известно, что он прибыл в пункт В на 1ч20 мин позже автомобилиста. Ответ дайте в км/ч.

Скорость автомобилиста $X+40$ км/ч

Скорость велосипедиста X км/ч

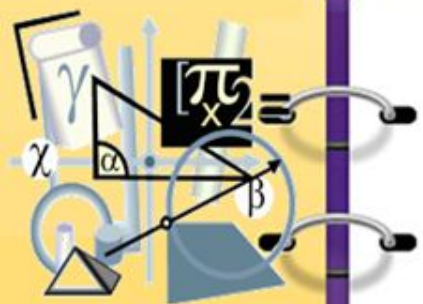


В

40км



$$x^2 + bx + c = 0$$
$$a^2 + b^2$$



I.C.M.M. Пусть x км/ч- скорость велосипедиста, тогда $x+40$ км/ч- скорость автомобилиста. По условию автомобилист и велосипедист одновременно выехали из пункта А в пункт В, расстояние между которыми 40 км. Велосипедист прибыл в пункт В на 1ч20мин позже, чем автомобилист.

	$V_{\text{км/ч}}$	S км	T ч
велосипедист	x	40	$\frac{40}{x}$
автомобилист	$x+40$	40	$\frac{40}{40+x}$





II. P.M.M.:

$$\frac{40}{40+x} + 1\frac{1}{3} = \frac{40}{x};$$

$$x(40+x) = 1200; \quad x \neq 0, \quad x \neq -40$$

$$40x + x^2 = 1200;$$

$$x^2 + 40x - 1200 = 0;$$

$$D = b^2 - 4ac; \quad D = 1600 + 4800 = 6400;$$

$$x_1 = \frac{-20 + 80}{2} = 20;$$

$x_2 = -60$ - не удовлетворяет смыслу задачи.

III. Ответ: 20 км/ч





$$x^2 + bx + c = 0$$
$$a^2 + b^2$$
$$\sqrt{x^2 + \dots}$$



Из пункта А в пункт В, расстояние между которыми 60км, одновременно выехали автомобилист и велосипедист. Известно, что в час автомобилист проезжает на 25 км больше, чем велосипедист. Определите скорость велосипедиста, если известно, что он прибыл в пункт В на 5ч20 мин позже автомобилиста. Ответ дайте в км/ч

Скорость автомобилиста $X+25$ км/ч

Скорость велосипедиста X км/ч



В

60км

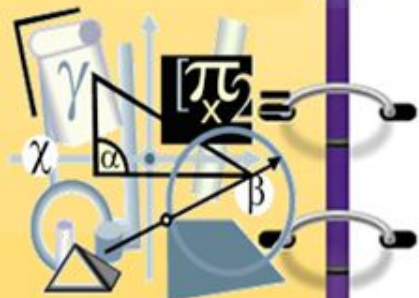




I. С.М.М. Пусть x км/ч- скорость велосипедиста, тогда $x+25$ км/ч- скорость автомобилиста. По условию автомобилист и велосипедист одновременно выехали из пункта А в пункт В, расстояние между которыми 60 км. Велосипедист прибыл в пункт в на 2ч 30мин позже, чем автомобилист.

	$V_{\text{км/ч}}$	S км	T ч
велосипедист	x	60	$\frac{60}{x}$
автомобилист	$x+25$	60	$\frac{60}{25+x}$





II. P.M.M.:

$$\frac{60}{25+x} + 2,5 = \frac{60}{x};$$

$$x(25+x)=600; \quad x \neq 0, x \neq -25$$

$$25x+x^2=600;$$

$$x^2+25x-600=0;$$

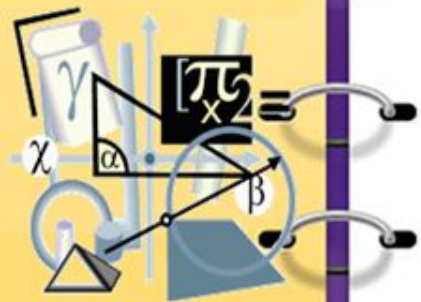
$$D=b^2-4ac; D=625+2400=3025;$$

$$x_1 = \frac{-25+55}{2} = 15; \quad x_2 = -40 \text{ - не удовлетворяет условию задачи}$$

2

III. Ответ: 15 км/ч.





Из пункта А в пункт В, расстояние между которыми 30км, одновременно выехали автомобилист и велосипедист. Известно, что в час автомобилист проезжает на 80 км больше, чем велосипедист. Определите скорость велосипедиста, если известно, что он прибыл в пункт В на 2ч40 мин позже автомобилиста. Ответ дайте в км/ч.

Скорость автомобилиста $X+80$ км/ч

Скорость велосипедиста X км/ч



В

30км





I. С.М.М. Пусть x км/ч- скорость велосипедиста, тогда $x+80$ км/ч- скорость автомобилиста. По условию автомобилист и велосипедист одновременно выехали из пункта А в пункт В, расстояние между которыми 30 км. Велосипедист прибыл в пункт в на 2440мин позже, чем автомобилист.

	$V_{\text{км/ч}}$	S км	T ч
велосипедист	x	30	$\frac{30}{x}$
автомобилист	$x+80$	30	$\frac{30}{80+x}$





II. P.M.M.:

$$\frac{30}{80+x} + 2\frac{2}{3} = \frac{30}{x};$$

$$8x^2 + 640x - 7200 = 0; \quad x \neq 0, x \neq -80$$

$$x^2 + 80x - 900 = 0;$$

$$D = b^2 - 4ac; \quad D = 6400 + 3600 = 10000; \quad x_1 = \frac{-80 + 100}{2} = 10; \quad x_2 = -90$$

$x_2 = -90$ - не удовлетворяет смыслу задачи.

2

III. Ответ: 10 км/ч.

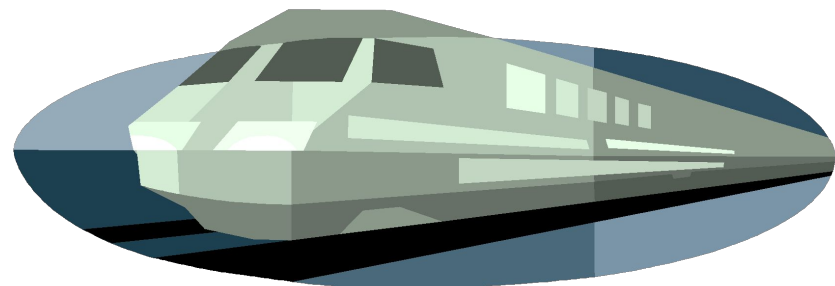


задачи на нахождение длины движущегося объекта

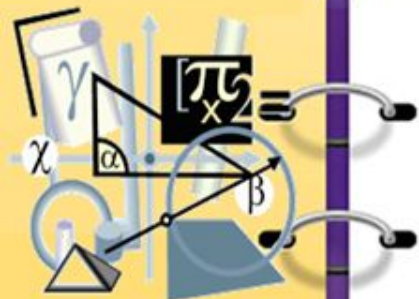


Поезд, двигаясь равномерно со скоростью 90 км/ч, проезжает мимо платформы, длиной 300 м, за 30 с. Найдите длину поезда (в метрах).

90 км/ч



300 метров за 3 с



$$ax^2 + bx + c = 0$$
$$x^2 + \dots$$
$$a^2 + b^2$$



Решение

1) $90 \cdot 1000 : 3600 = 25$ (м/с) $90 \text{ км/ч} = 25 \text{ м/с}$

2) $300 : 25 = 12$ (с)-время, за которое 1-й вагон пройдет всю платформу

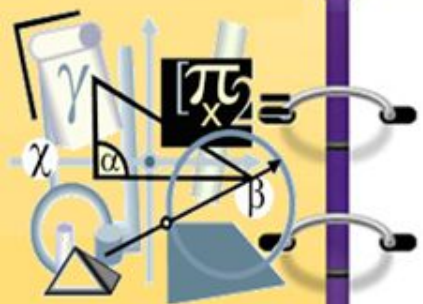
3) $30 - 12 = 18$ (с)-разность по времени прохождения первого и последнего вагонов

4) $25 \cdot 18 = 450$ (м)-длина поезда

Ответ: 450 м.



$$ax^2 + bx + c = 0$$
$$a^2 + b^2$$
$$\sqrt{x^2 + \dots}$$

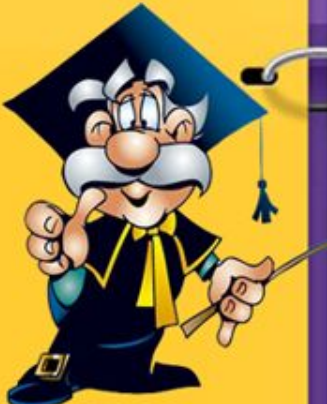


Поезд, двигаясь равномерно со скоростью 90 км/ч, проезжает мимо платформы, длиной 200м, за 30 с. Найдите длину поезда (в метрах).

90 км/ч



200 метров за 30 с



$$\sqrt{x^2 + \dots} + bx + c = 0$$
$$a^2 + b^2$$



Решение:

1) $90 * 1000 : 3600 = 25(\text{м/с})$

2) $200 : 25 = 8$ (с)-время, за которое 1-й вагон пройдет всю платформу

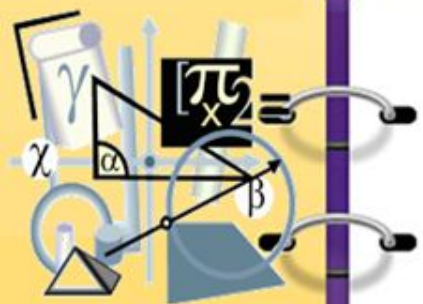
3) $30 - 8 = 22(\text{с})$ -разность по времени прохождения первого и последнего вагонов

4) $25 * 22 = 550$ (м)-длина поезда

Ответ: 550 м.



$$ax^2 + bx + c = 0$$
$$a^2 + b^2$$



Поезд, двигаясь равномерно со скоростью 120 км/ч, проезжает мимо платформы, длиной 300м, за 15 с. Найдите длину поезда (в метрах).

120 км/ч



300м, за 15 с



$$ax^2 + bx + c = 0$$
$$x^2 + \dots$$
$$a^2 + b^2$$



Решение:

1) $90 \cdot 1000 : 3600 = 25(\text{м/с})$ $90\text{км/ч} = 25\text{м/с}$

2) $300 : 25 = 12$ (с)-время, за которое 1-й вагон пройдет всю платформу

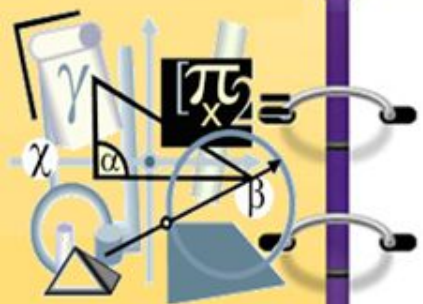
3) $15 - 12 = 3$ (с)-разность по времени прохождения первого и последнего вагонов

4) $25 \cdot 3 = 75$ (м)-длина поезда

Ответ: 75 м.

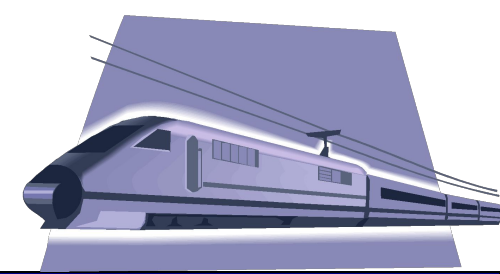


$$ax^2 + bx + c = 0$$
$$a^2 + b^2$$
$$\sqrt{x^2 + \dots}$$

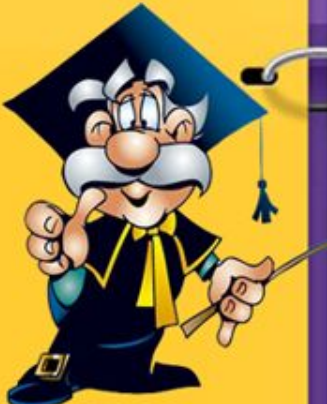


Поезд, двигаясь равномерно со скоростью 90 км/ч, проезжает мимо платформы, длиной 400м, за 20 с. Найдите длину поезда (в метрах).

90 км/ч



400м, за 20 с



$$ax^2 + bx + c = 0$$
$$x^2 + \dots$$
$$a^2 + b^2$$



Решение:

1) $90 \cdot 1000 : 3600 = 25(\text{м/с})$ $90\text{км/ч}=25\text{м/с}$

2) $400 : 25 = 16(\text{с})$ -время ,за которое 1-й вагон пройдет всю Платформу

3) $20 - 16 = 4(\text{с})$ -разность по времени прохождения первого и последнего вагонов

4) $25 \cdot 4 = 100(\text{м})$ -длина поезда

Ответ: 100 м.



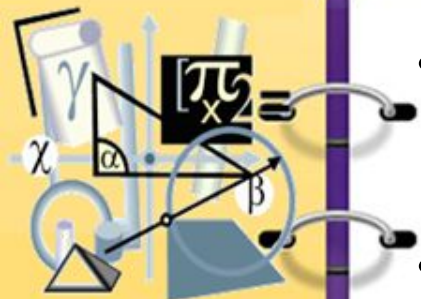
Заключение



Для решения задач на движение необходимо знать формулы дискриминанта и корней квадратного уравнения, формулы пути, скорости, времени движения, уметь решать дробно-рациональные уравнения, квадратные уравнения, решать задачи, используя математическое моделирование.



Литература



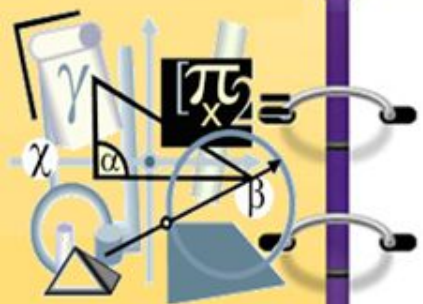
- 1. ЕГЭ -2012. Математика. Типовые экзаменационные варианты:30 вариантов/ ЕГЭ под ред. А.Л. Семенова, И.В.Яценко.-М.: Национальное образование, 2011.
- 2. ЕГЭ -2011. Математика. Практикум по выполнению типовых тестовых заданий ЕГЭ: Л.Д. Лаппо, М.А. Попов.-М.: «Экзамен», 2011.

Ресурсы сети Интернета:

- <http://www.matematika-ege.ru/ege2010/zadanie-B12/page/3/>
- <http://znaniya.com/task/167138>
- <http://www.matematika-ege.ru/ege2010/zadanie-B12/reshenie5619/>
- <http://www.quia.com/files/quia/users/matmet/Graphics/Fancy-geometry-learn.gif>
- <http://www.grafamania.net/uploads/posts/2008-08/121961>



$$ax^2 + bx + c = 0$$
$$x^2 + \dots$$
$$a^2 + b^2$$



Спасибо
за внимание!

