7. ТЕОРЕМА ОБ УМНОЖЕНИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

Событие В называется <u>независимым</u> от события А, если вероятность события В не зависит от того, произошло событие А или нет.

В противоположном случае события А и В будут называться <u>зависимыми.</u>

Пример

На экзамене предлагается 10 билетов, два из которых счастливые. Пусть событие А – студент Иванов вытащит счастливый билет, событие В - **студент Петров вытащит счастливый билет.**

Пока не произойдет событие А, вероятность события В будет равна Р(В)=2/10=1/5.

Если событие А уже случилось, то Р(А)=1/9.

События А и В будут зависимыми.

Вероятность события В, вычисленная при условии, что имело место событие А, называется <u>условной вероятностью</u> события В:

P(B/A).

В примере:

$P(B)=1/5$; $P(B/A)=1/9$.

<u>Если события независимы, то $P(B)=P(B/A)$.</u>

Теорема.

Вероятность произведения двух событий А и В равна произведению вероятности одного из этих событий на условную вероятность другого, вычисленную при условии, что первое событие имело место:

$$P(AB)=P(A)P(B|A)$$

Пример

На экзамене предлагается 10 билетов, два из которых счастливые. Пусть событие А – студент Иванов вытащит счастливый билет, событие В - студент Петров вытащит счастливый билет. Найти вероятность того, что оба студента возьмут счастливый билет

Следствие

Вероятность произведения двух независимых событий равна произведению вероятностей этих событий.

$$P(AB)=P(A)P(B)$$

Тогда теорему об умножении вероятностей можно обобщить на случай n независимых событий:

$$P\left(\prod_{i=1}^{n} A_i\right) = \prod_{i=1}^{n} P(A_i)$$

Пример 1.

Студент сдает в сессию три экзамена. Вероятность воспользоваться шпаргалкой на первом, втором и третьем экзамене равна соответственно, 0.4, 0.5, 0.7. Найти вероятность того, что на всех экзаменах студенту удастся списать.

Решение:

Пусть событие A_1 состоит в том, что студенту удалось списать на первом экзамене,

A_2 - на втором экзамене,

A_3 - на третьем экзамене.

Эти события будут независимыми. Событие A, состоящее в том, что студент спишет на всех трех экзаменах, выразится как произведение событий A_1, A_2 и A_3 :

$A=A_1A_2A_3$

Тогда по теореме об умножении вероятностей $P(A)=P(A_1)P(A_2)P(A_3)$

Где $P(A_1)=0.4$

$P(A_2)=0.5$

$P(A_3)=0.7$

Следовательно

$P(A)=0.4*0.5*0.7=0.14$

Пример 2.

Три стрелка стреляют по мишени. Вероятности попадания в цель для первого, второго и третьего стрелков равны 0,9; 0,8 и 0,7. Найти вероятности событий:

А – все стрелки попали

Пример 2.

Три стрелка стреляют по мишени. Вероятности попадания в цель для первого, второго и третьего стрелков равны 0,9; 0,8 и 0,7. Найти вероятности событий:

B – все стрелки промахнулись

Пример 2.

Три стрелка стреляют по мишени. Вероятности попадания в цель для первого, второго и третьего стрелков равны 0,9; 0,8 и 0,7. Найти вероятности событий:

С – попал только второй стрелок

Пример 2.

Три стрелка стреляют по мишени. Вероятности попадания в цель для первого, второго и третьего стрелков равны 0,9; 0,8 и 0,7. Найти вероятности событий:

С – попал ровно один стрелок

Пример 2.

Три стрелка стреляют по мишени.
Вероятности попадания в цель
для первого, второго и третьего
стрелков равны 0,9; 0,8 и 0,7. Найти
вероятности событий:
С – попало ровно два стрелка

Пример 2.

Три стрелка стреляют по мишени. Вероятности попадания в цель для первого, второго и третьего стрелков равны 0,9; 0,8 и 0,7. Найти вероятности событий:

С – попал хотя бы один стрелок