Через математические знания лежит широкая дорога к огромным, почти необозримым областям труда и открытий.

Маркушевич А.И.

Нахождение наибольшего и наименьшего значения функции (при решении задач прикладного характера).

Презентацию подготовила преподаватель 1 категории ГАПОУ СО «Энгельсский политехникум»

Крупина Наталья Александровна

$(x^2)'=$

0

$(2x^3)'=$

0

7

$(x^{10})'=$

$(128)'=$

$6x^2$

$(10)'=$

$10x^9$

$\left(\frac{1}{3}x^3\right)'=$

$2x$

x^2

$(7x)'=$

$10x + 3$

$(5x^2 + 3x - 9)'=$

Самостоятельная работа по теме «Производная»

1. Укажите производную функции $y = x^4 - \frac{1}{x}$

1) $4x - \frac{1}{x^2}$ 2) $4x^3 - \frac{1}{x}$ 3) $4x^3 + \frac{1}{x}$ 4) $4x + \frac{1}{x^2}$

2. Решите неравенство $f'(x) > 0$, если

$f(x) = -x^2 - 4x - 2006$

1) $(-\infty; -2)$ 2) $(-2; +\infty)$ 3) $(-\infty; 2)$ 4) $(2; +\infty)$

3. Найдите точку маскимума функции

$y = x^3 - 3x + 2$

1) -1 2) 0 3) 1 4) 4

4. Найдите наименьшее значение функции

$y = 2x^3 - 6x$ на отрезке $[0; 2]$

1) -6 2) -4 3) -2 4) 0

5. Найдите угловой коэффициент касательной, проведенной к графику функции $y = \sin 2x$ в точке с абсциссой $x_0 = 0$

1) 2 2) 1 3) 0 4) -1

АЛГОРИТМ

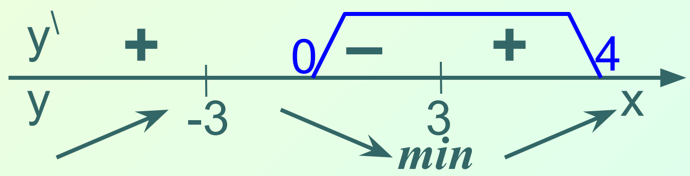
- *Найти точки экстремума функции, т. е. точки в которых производная равна нулю и меняет свой знак.*
- *Вычислить значение функции в этих точках и на концах отрезка, где определена функция.*
- *Выбрать из полученных значений оптимальное.*

- *Перевести задачу на язык математики, т. е. выразить искомую величину через функцию от некоторой переменной и найти область её определения.*

Алгоритм решения задач

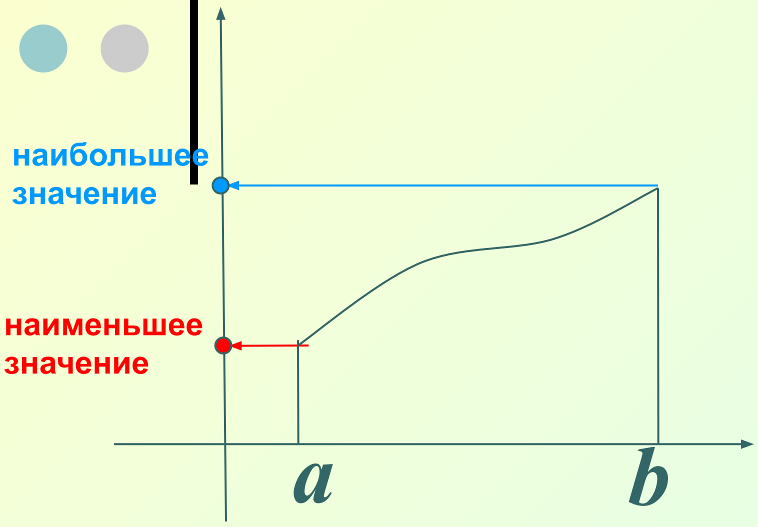
Этапы	Найдите наименьшее значение функции $y = x^3 - 27x$ на отрезке $[0; 4]$
1. Найти $f'(x)$	1) $y' = 3x^2 - 27$
2. Найти критические точки, взять те, которые принадлежат данному отрезку.	2) $y' = 3x^2 - 27 = 3(x^2 - 9) = 3(\underset{3}{x - 3})(\underset{-3}{x + 3})$ $x = 3 \in [0; 4]$ $x = -3 \notin [0; 4]$
3. Вычислить значения функции в критических точках и на концах отрезка.	3) $y(0) = 0$ $y(4) = 4^3 - 27 \cdot 4 = -44$ $y(3) = 3^3 - 27 \cdot 3 = -54$
4. Из вычисленных значений выбрать наименьшее или наибольшее	В 11 | - | 5 | 4 | | |

Другой способ решения

Этапы	Найдите наименьшее значение функции $y = x^3 - 27x$ на отрезке [0; 4]
1. Найти $f'(x)$	1) $y' = 3x^2 - 27$
2. Найти критические точки, взять те, которые принадлежат данному отрезку.	2) $y' = 3x^2 - 27 = 3(x^2 - 9) = 3(x - 3)(x + 3)$, корни 3 и -3 
3. Вычислить значения функции в критических точках ~~и на концах отрезка.~~	3) $y(3) = 3^3 - 27 \cdot 3 = -54$
~~4. Из вычисленных значений выбрать наименьшее и наибольшее~~	В 11: -54 **Этот способ будет удобно вспомнить, когда вычисления значений функции в концах отрезка будет сложным.**

Наименьшее значение функция будет принимать в точке минимума. Можно сэкономить на вычислениях значений функции в концах отрезка.

функция возрастает



функция убывает

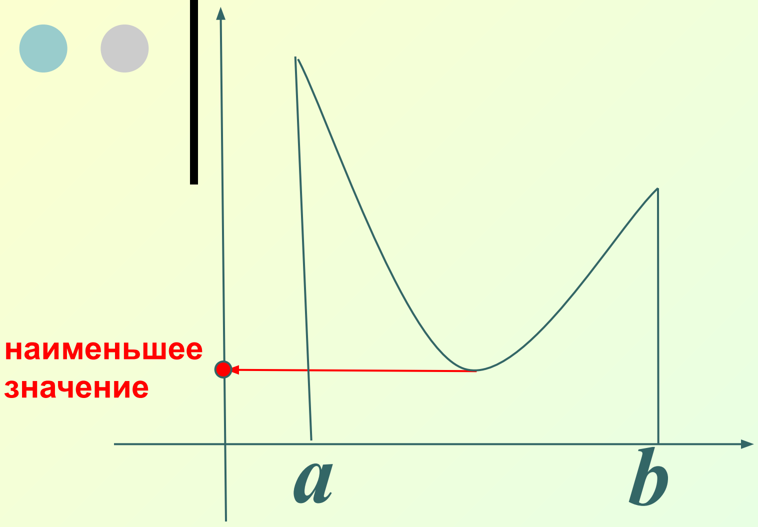
Предположим, что функция f не имеет на отрезке [a; b] критических точек.

Тогда она возрастает (рис. 1) или убывает (рис. 2) на этом отрезке.

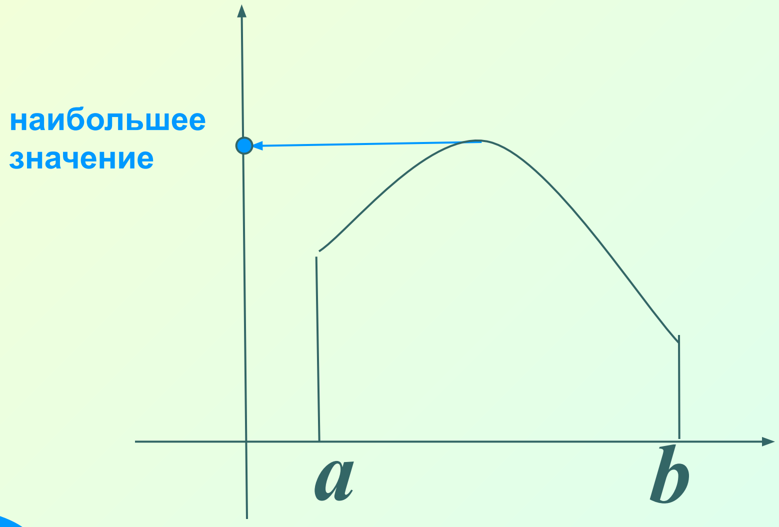
Значит,

наибольшее и наименьшее значения функции f на отрезке [a; b] — это значения в концах a и b.

Предположим, что функция f имеет на отрезке [a; b] **одну** точку экстремума.



Если это точка минимума, то в этой точке функция будет принимать наименьшее значение.



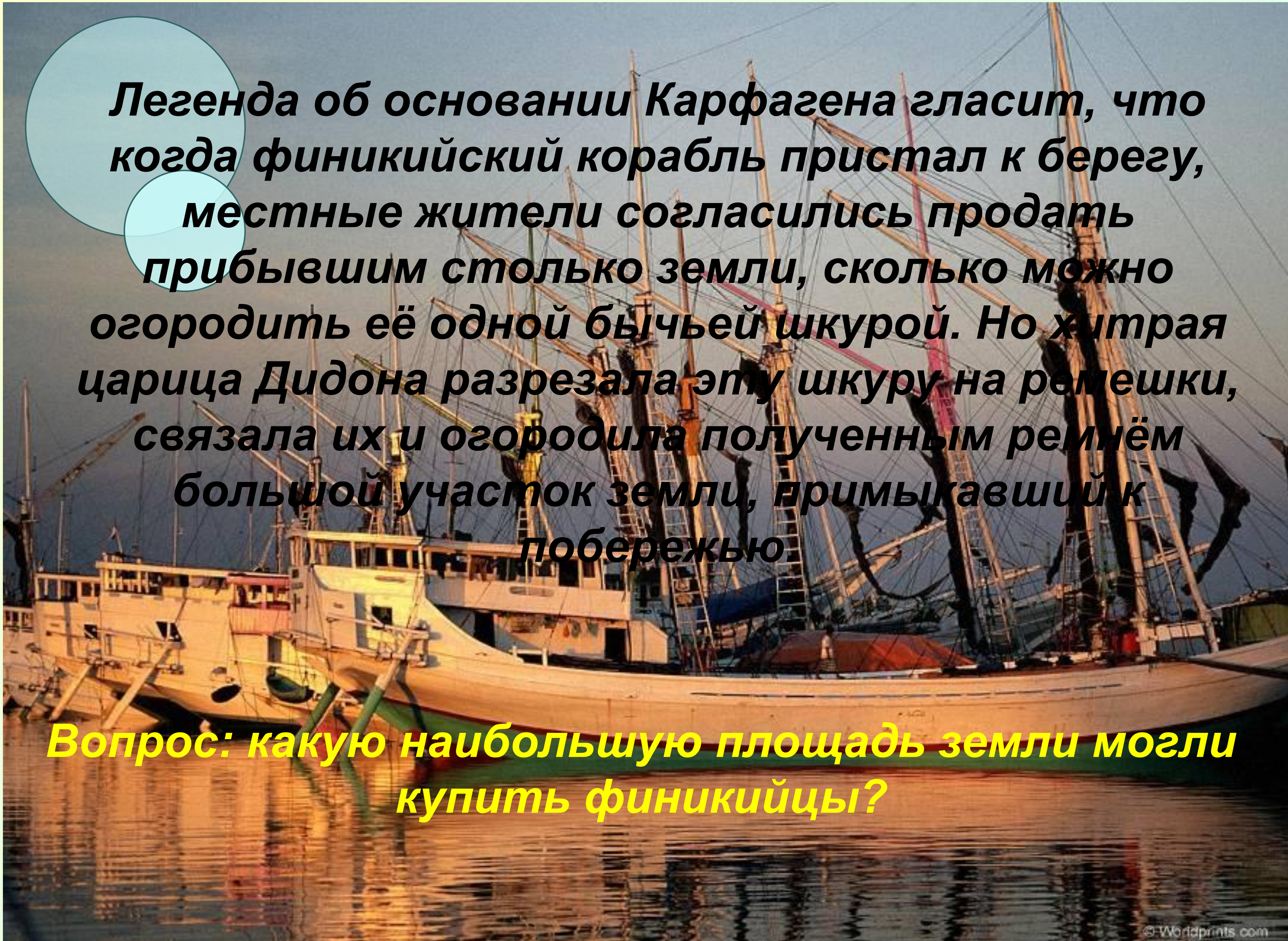
Если это точка максимума, то в этой точке функция будет принимать наибольшее значение.

Выполните задание:

1. Найти промежутки возрастания и убывания функции.
2. Найти экстремумы функции.
3. Найти наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке 1) [-4;6] и 2) [-4;3]

1) $y = x^3 - 3 \cdot x^2 - 45x+1$

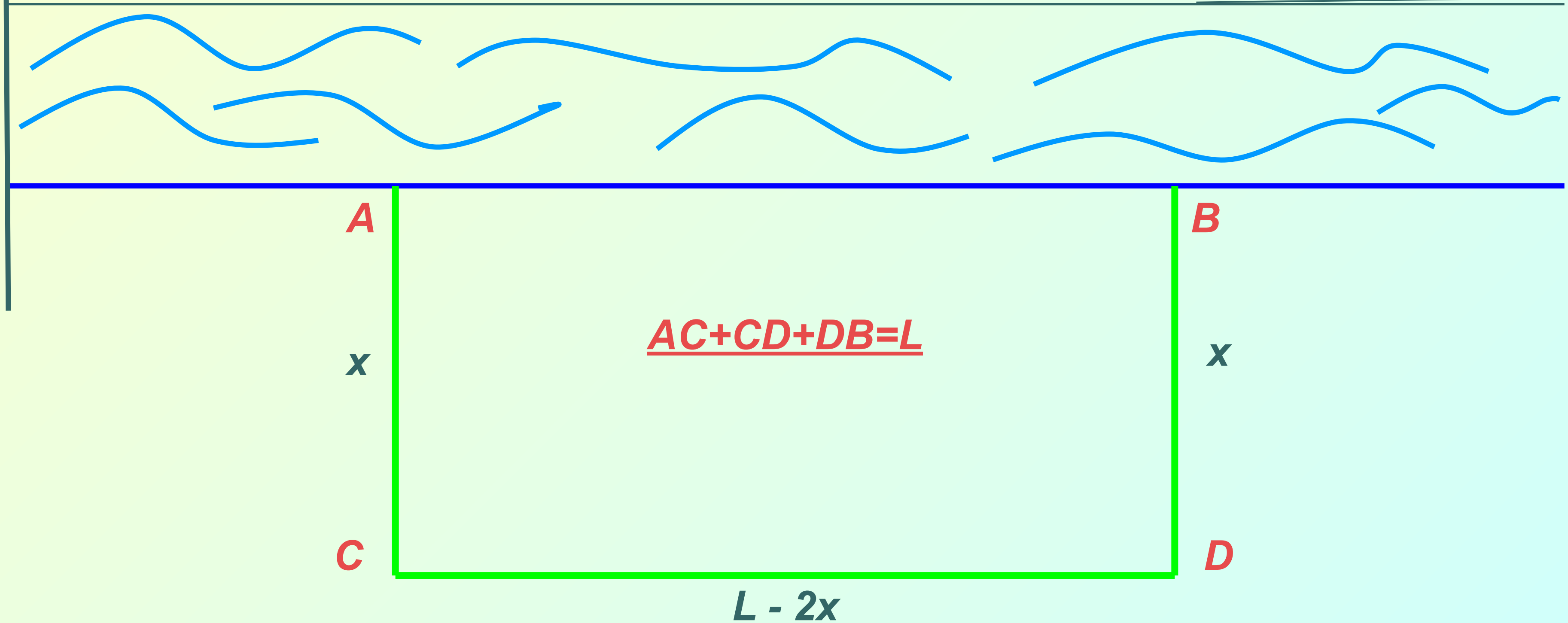
2) $y = 2x^3 + 3x^2 - 36x$



Легенда об основании Карфагена гласит, что когда финикийский корабль пристал к берегу, местные жители согласились продать прибывшим столько земли, сколько можно огородить её одной бычьей шкурой. Но хитрая царица Дидона разрезала эту шкуру на ремешки, связала их и огородила полученным ремнём большой участок земли, примыкавший к побережью.

Вопрос: какую наибольшую площадь земли могли купить финикийцы?

Переведём задачу на язык математики.



$$S = x(L-2x)$$

$$У = x(L-2x) \to max$$

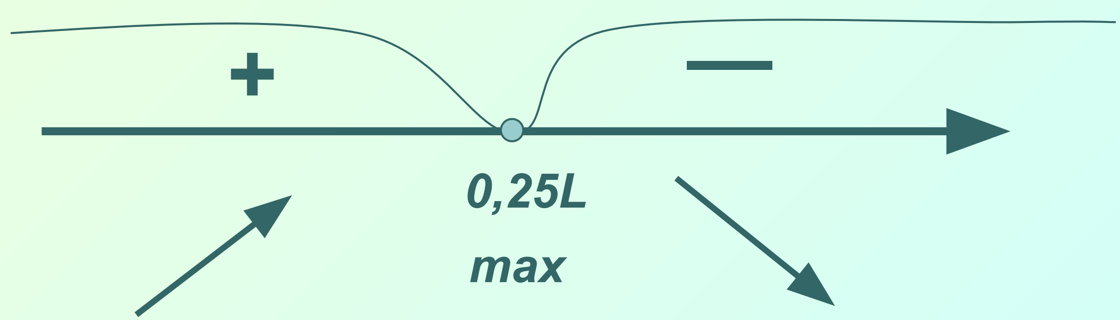
$$У = Lx - 2x^2$$

1. $У' = L - 4x$

2. $У' = 0$; $L = 4x$

$$x = 0{,}25L$$

3.



4. $AC = 0{,}25L$; $DC = 0{,}5L$

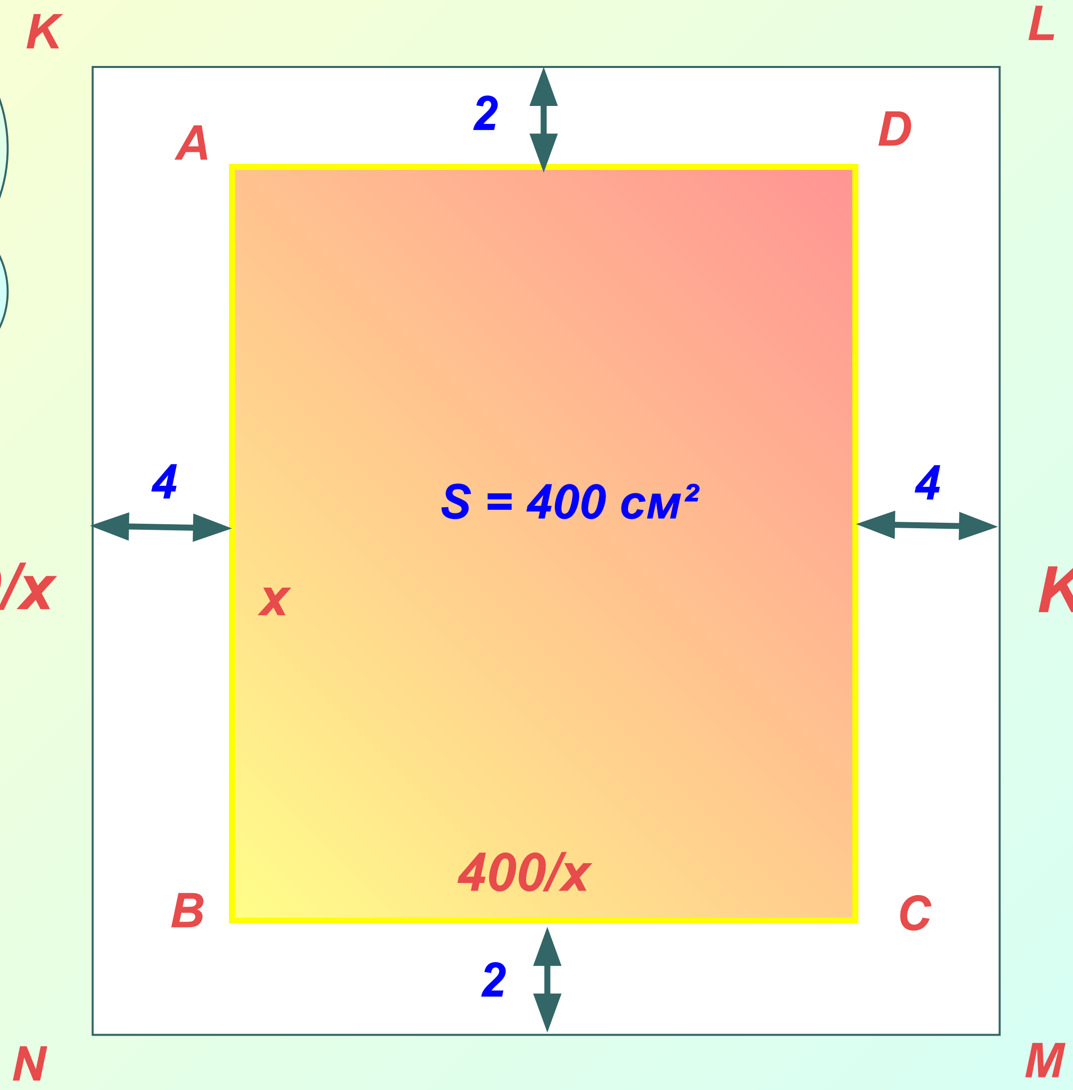
Данный прямоугольник является половиной квадрата, длинной стороной примыкающей к берегу моря.

Печатный текст (вместе с промежутками между строками) одной страницы книги должен занимать 400 см². Верхние и нижние поля страницы должны иметь ширину 2 см. Боковые – 4 см.

Вопрос: каковы самые выгодные размеры страницы, исходя только из экономии бумаги?

$AB = x$

$BC = 400/x$



$KN = x + 4$

$KL = 400/x + 8$

$$S = (x + 4)\cdot(400/x + 8) =$$

$$= 1600/x + 8x + 432$$

$S = 1600/x + 8x + 432 \rightarrow min$

1. $S' = -1600/x^2 + 8$

2. $S' = 0;$ $-1600/x^2 + 8 = 0$

$1600/x^2 = 8$

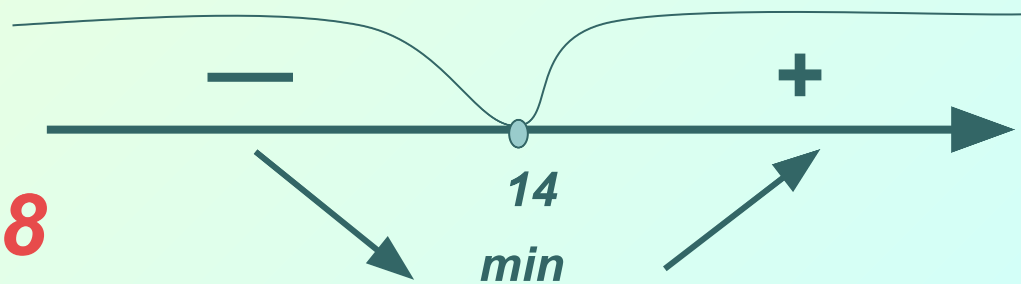
$x^2 = 1600/8$

$x \approx 14$

Оптимальные размеры страницы

18х36,5 см.

3.



4. $KN = x + 4 = 18$

$KL = 400/x + 8 \approx 36,5$

Вывод:

Производная функции успешно применяется при решении оптимальных задач в различных сферах деятельности человека.

Д/з решить задачу: *Рекламный щит имеет форму прямоугольника S = 9 м². Изготовьте щит в виде прямоугольника с наименьшим периметром. Определите его стоимость, если суммарная цена материалов и работ по изготовлению за 1 м² составляет 200 грн + 25 грн за погонный метр длины щита.*

Все молодцы!

<u>Спасибо за урок!</u>