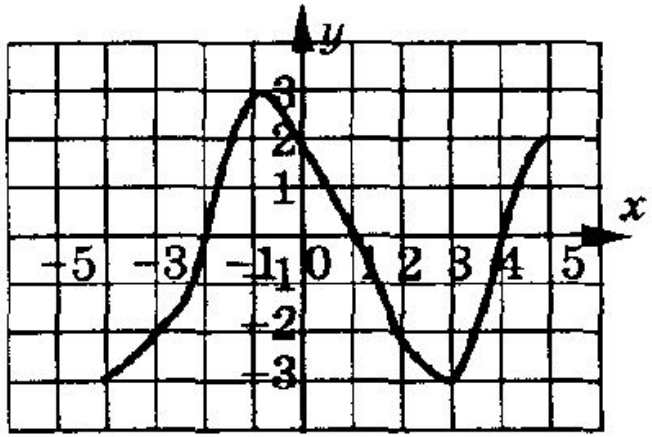
Функція як математична модель реальних процесів.

Варіант 1

1) На *рисунку* зображено графік функції $y = f(x)$, областю визначення якої є проміжок $[-4;5]$. Знайдіть:



а) $f(-3), f(-2), f(0), f(3)$;

б) значення аргументів, при яких $f(x) = 2$, $f(x) = 0$, $f(x) = -2$;

в) найбільше і найменше значення функції;

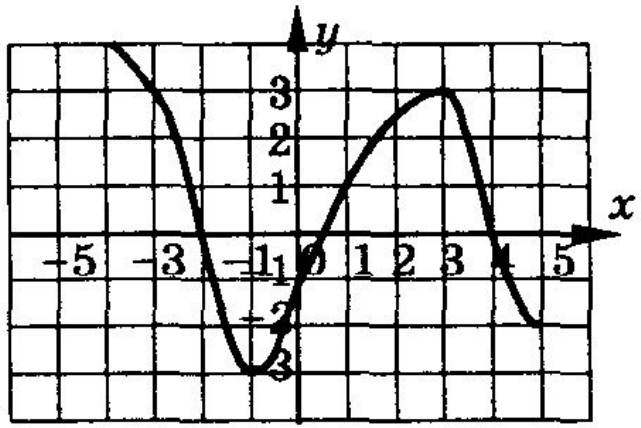
г) область значень функції.

2) Чи належить точка $A(-2;1)$ графіку функції:

а) $y = 2x + 3$; б) $y = x^2 - 3$; в) $y = |x| - 1$; г) $y = \frac{x}{2}$?

Варіант 2

1) На *рисунку* зображено графік функції $y=g(x)$, областю визначення якої є проміжок $[-4;5]$. Знайдіть:



а) $g(-1), g(0), g(1), g(3)$;

б) значення аргументів, при яких $g(x)=3$, $g(x)=0$, $g(x)=-2$;

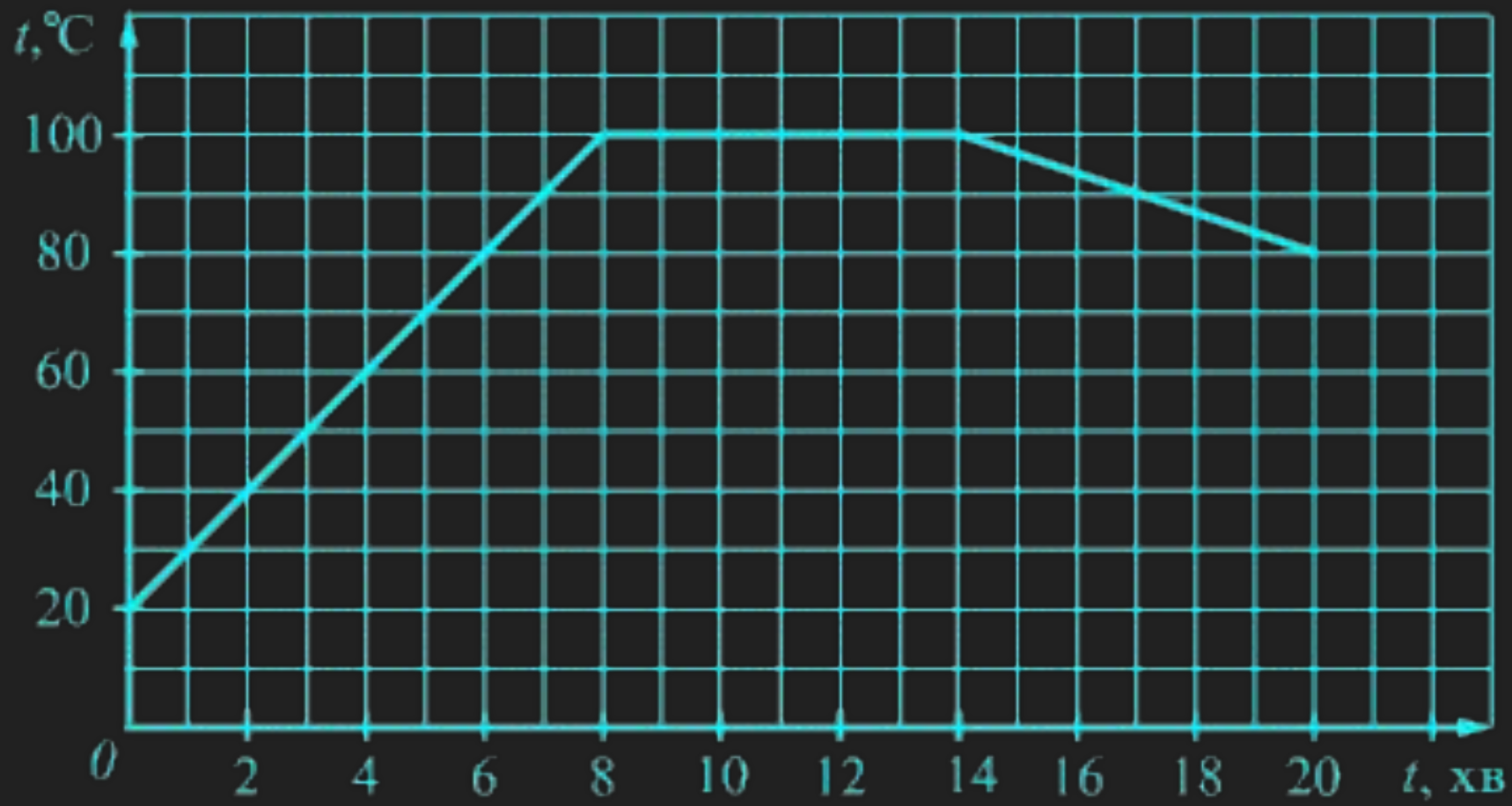
в) найбільше і найменше значення функції;

г) область значень функції.

2) Чи належить точка $B(2;-1)$ графіку функції:

а) $y=x-3$; б) $y=x^2-5$; в) $y=|x|-3$; г) $y=-2x$?

Графік зміни температури води протягом 20 хв.



Із графіка видно, що: початкова температура води дорівнювала 20° С; протягом перших 8 хв температура води підвищилась до 100°С, потім протягом 6 хв (від 8 хв до 14 хв) температура води не змінювалась, а протягом наступних 6 хв температура води знизилась до 80°С.

Функція, графік якої зображено, описує реальний процес зміни температури води.

Кажуть, що ця функція моделює даний процес, або що вона є *математичною моделлю* даного процесу.

1) Автівка, рухаючись зі швидкістю 72 км/год, проходить за t годин відстань S км. Виразіть формулою залежність S від t. Складіть таблицю, яка виражає залежність відстані S від часу t, якщо автомобіль знаходився в путі 6 годин.
2) Кількість деталей, які виготовляє робітник за t годин, дорівнює k. Виразіть формулою залежність k від t, якщо за одну годину робітник виготовляє 6 деталей. Побудуйте графік цієї залежності.
3) 1 кг цукру коштує a грн. Виразіть формулою залежність вартості p цукерок (у гривнях) від їх маси m (у кілограмах).
4) Кожної секунди до басейну вливається 0,9 $м^3$ води. Скільки води буде в басейні через t секунд, якщо зараз у ньому 105 $м^3$ води? Задайте формулою залежність об'єму води в басейні від часу його заповнення t.
5) Маса одного цвяха дорівнює 6 г, маса порожнього ящика — 500 г. Задайте формулою залежність маси m ящика від кількості x цвяхів у цьому ящику.

5) Маса одного цвяха дорівнює 6 г, маса порожнього ящика — 500 г. Задайте формулою залежність маси m ящика від кількості x цвяхів у цьому ящику.

6) Довжина прямокутника — x см, а ширина — на 7 см менша. Задайте формулою залежність периметра P прямокутника від довжини x.

7) У балоні 1,6 кг рідинного пропану. Газова плита кожної години витрачає 0,1 кг пропану. Задайте формулою залежність маси m пропану, яка залишилася в балоні через t годин роботи плити, від часу t.

8) Задайте формулою залежність кількості лап y від кількості качок x. Побудуйте графік цієї залежності для $1 \le x \le 10$.

Додаткове завдання. Зі свіжих слив виходить 21 % сушених. Задайте формулою залежність маси m сушених слив від маси x свіжих.

2. *Додаткове завдання.* При якому значенні m областю визначення функції:

а) $f(x)=\dfrac{x}{x^2-mx+9}$ є всі числа, крім 3;

б) $f(x)=\dfrac{5x}{x^2+mx+25}$ є всі числа, крім 5;

в) $f(x)=\dfrac{x^2+1}{x^2-18x-m}$ є всі числа, крім 9.

1) Знайдіть область визначення функції:

а) $f(x)=\frac{x}{x^3-16x}$; б) $f(x)=\frac{x^2}{x^2+6x+9}$; в) $f(x)=\frac{36}{4x^2-48x+36}$;

г) $f(x)=\frac{x}{|x+4|}$; д) $f(x)=\frac{7}{|x-5|-2}$; е) $f(x)=\frac{13x}{|x+9|-4}$.

2) Доведіть, що областю значень функції $f(x)$ є всі невід'ємні числа, якщо: а) $f(x)=x^2$; б) $f(x)=|x-9|$; в) $f(x)=x^2-8x+16$.

3) Доведіть, що областю значень функції $f(x)$ є всі числа, не менші ніж число 9, якщо:

а) $f(x)=x^2+9$; б) $f(x)=|x|+9$; в) $f(x)=x^2-18x+90$.

4) Доведіть, що областю значень функції $f(x)$ є всі недодатні числа, якщо: а) $f(x)=-x^2$; б) $f(x)=-|x-5|$; в) $f(x)=-x^2+10x-25$.

5) Доведіть, що областю значень функції $f(x)$ є всі числа, не більші ніж число -5, якщо:

а) $f(x)=-x^2-5$; б) $f(x)=-|x|-5$; в) $f(x)=-x^2+2x-6$.

6) Знайдіть область означень функції:

а) $f(x)=x^2-4$; б) $f(x)=-x^2+3$; в) $f(x)=|x|-2$; г) $f(x)=2-|x|$.