Решение уравнения $\cos x = a$.

Понятие арккосинуса числа.

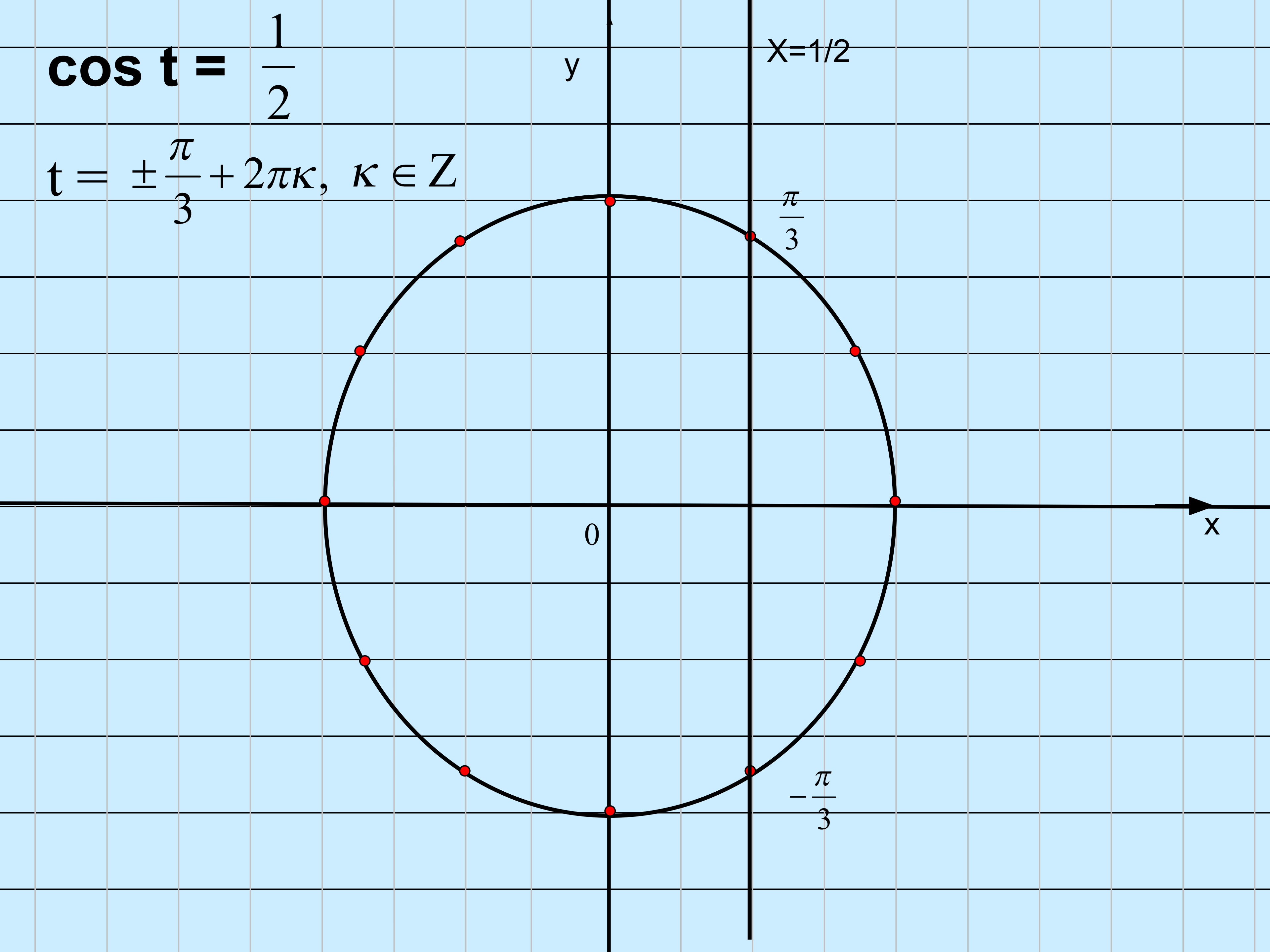
Решить уравнения:

1) cos t = $\frac{1}{2}$;

2) cos t = 1.

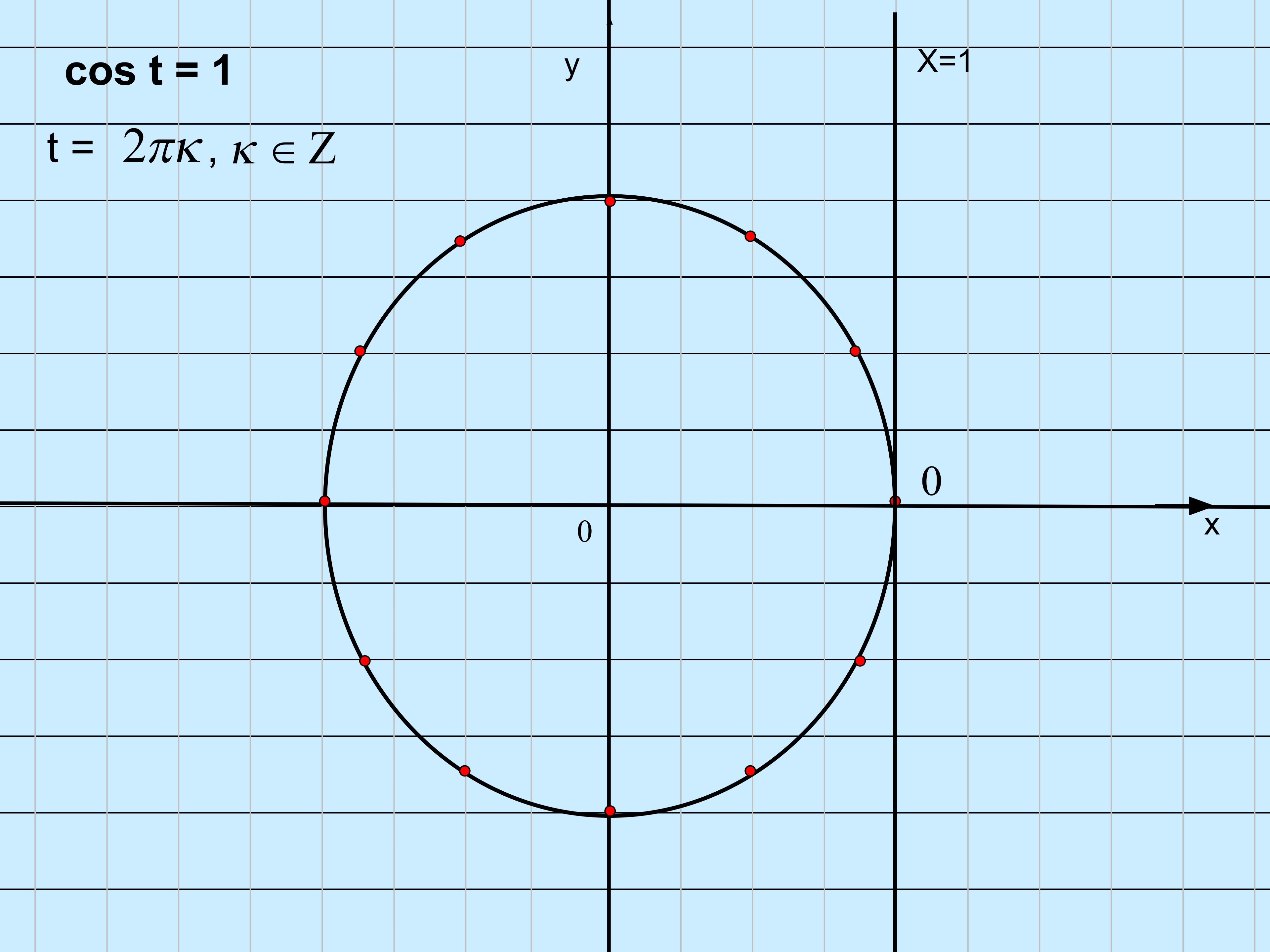
cos t = $\frac{1}{2}$

$$t = \pm\frac{\pi}{3} + 2\pi\kappa,\ \kappa \in Z$$



cos t = 1

$t = 2\pi\kappa,\ \kappa \in Z$

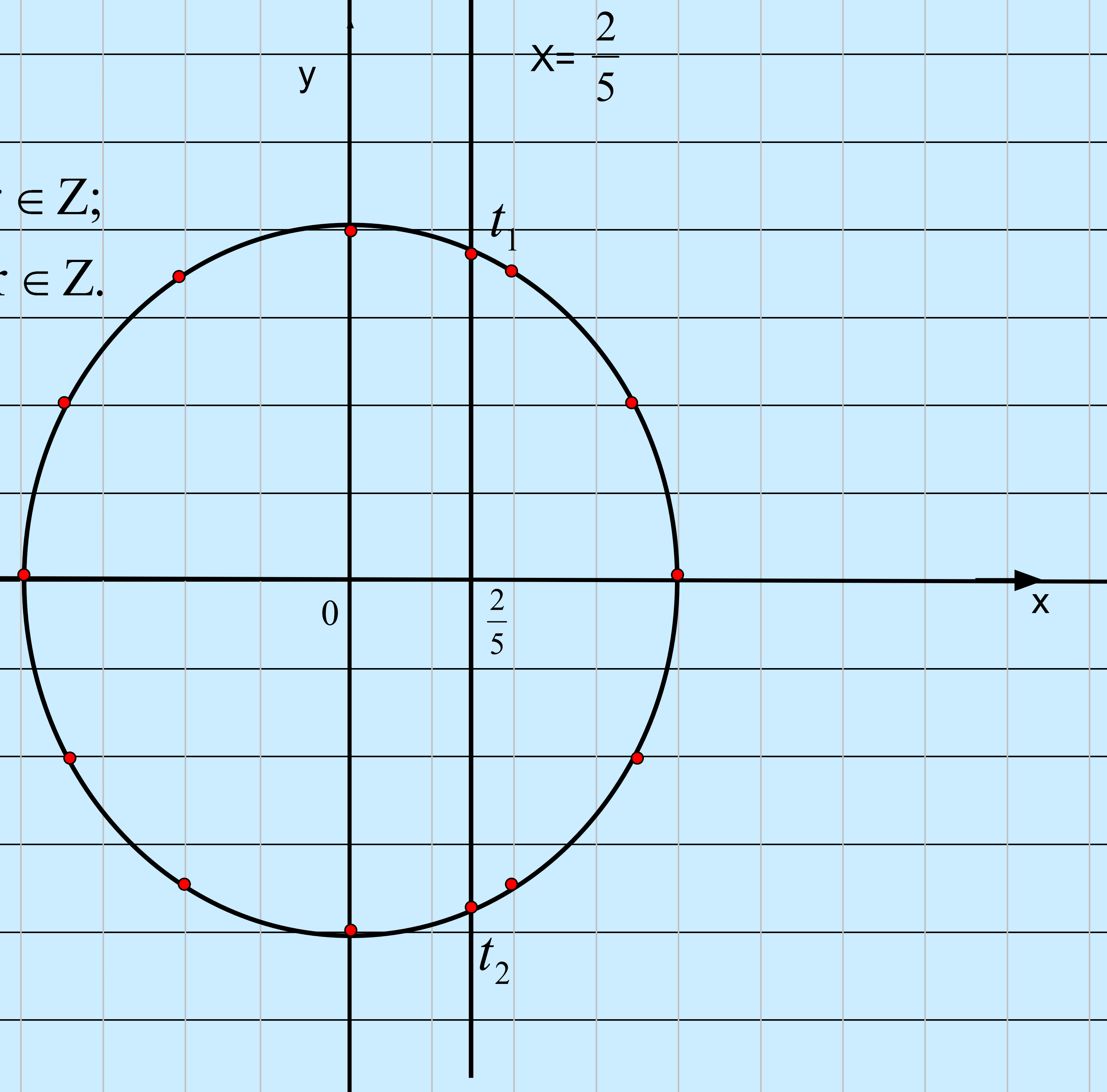


Решить уравнение:

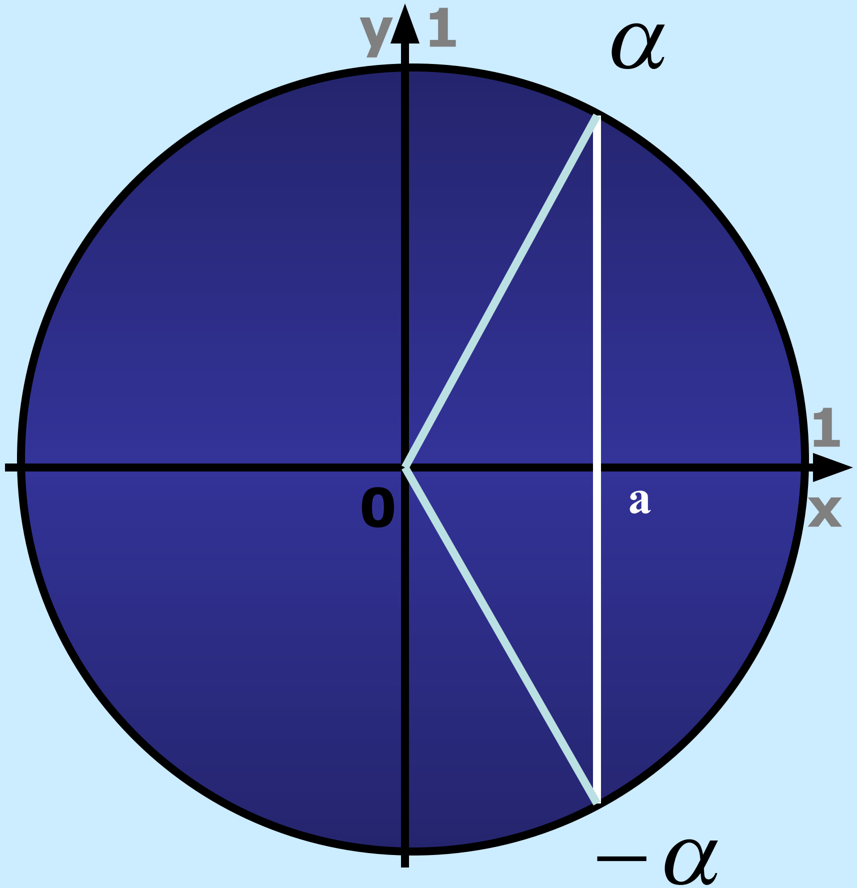
$$\cos t = \frac{2}{5}.$$

cos t = $\frac{2}{5}$

$$\left[\begin{array}{l} t = t_1 + 2\pi\kappa, \kappa \in Z; \\ t = t_2 + 2\pi\kappa, \kappa \in Z. \end{array}\right.$$



Уравнение cosx=a



$$\cos x = a; |a| \le 1.$$

$$x = \alpha + 2\pi k;$$

$$x = -\alpha + 2\pi k;$$

$$k \in Z.$$

$$\alpha = \arccos a$$

АРККОСИНУС ЧИСЛА

Определение. **Арккосинусом числа** $a \in [-1;1]$ **называется такое число** $\alpha \in [0;\pi]$, **косинус которого равен** a.

$$\cos(\arccos a) = a,$$

$$0 \le \arccos a \le \pi,$$

$$-1 \le a \le 1$$

АРККОСИНУС ЧИСЛА

- **Например**

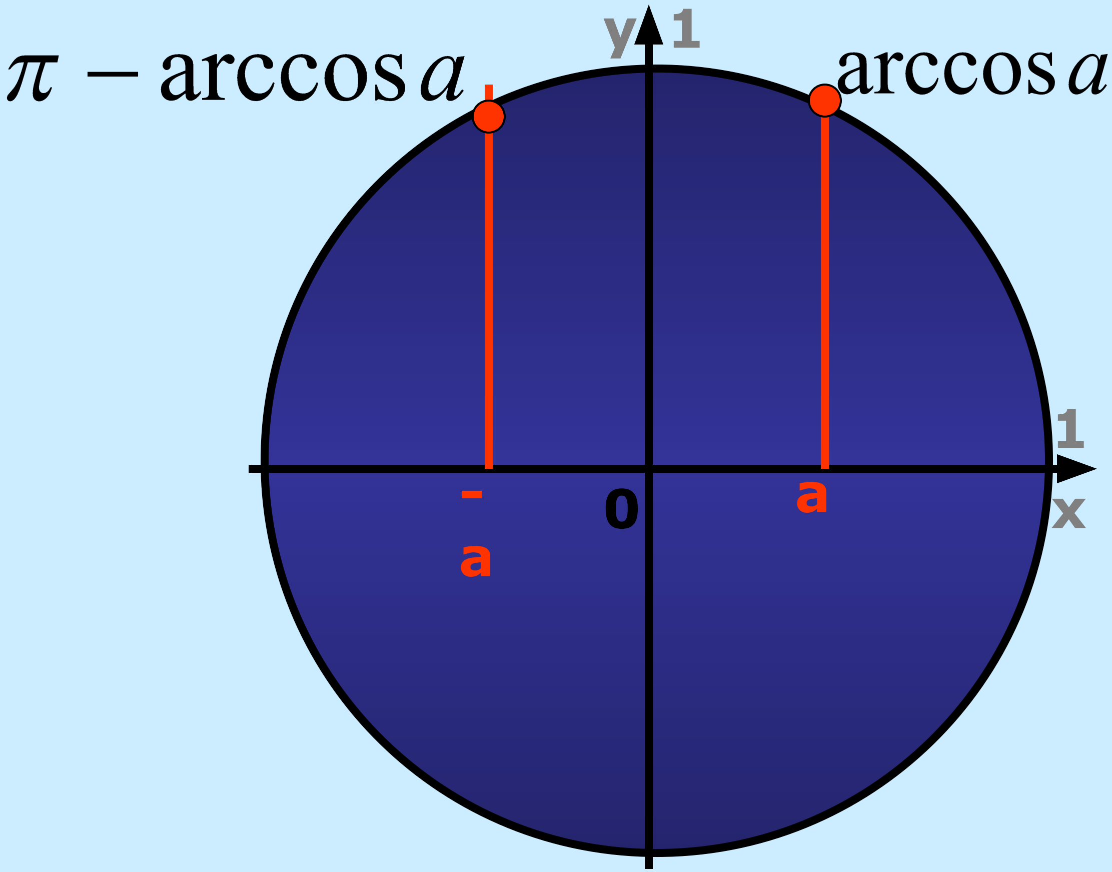
$$\arccos\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{\pi}{4};$$ **т. к.** $$0\le\frac{\pi}{4}\le\pi;\cos\frac{\pi}{4}=\frac{\sqrt{2}}{2}.$$

$$\arccos 0=\frac{\pi}{2}$$ **т. к.** $$0\le\frac{\pi}{2}\le\pi;\cos\frac{\pi}{2}=0.$$

$$\arccos\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{\pi}{6};$$ **т. к.** $$0\le\frac{\pi}{6}\le\pi;\cos\frac{\pi}{6}=\frac{\sqrt{3}}{2}.$$

АРККОСИНУС ЧИСЛА
ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ

$$\arccos(-a) = \pi - \arccos a$$



АРККОСИНУС ЧИСЛА
ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ

- **Например**

1. $$3\arccos\frac{\sqrt{2}}{2}-2\arccos\left(-\frac{1}{2}\right)=$$

$$3\arccos\frac{\sqrt{2}}{2}-2(\pi-\arccos\frac{1}{2})=3\cdot\frac{\pi}{4}-2\cdot(\pi-\frac{\pi}{3})=$$

$$\frac{3\pi}{4}-\frac{4\pi}{3}=-\frac{7}{12}\pi$$

2. $$\frac{1}{2}\arccos\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)-2\arccos(-1)+\frac{1}{3}\arccos 0=$$

$$\frac{1}{2}(\pi-\arccos\frac{\sqrt{3}}{2})-2\cdot\pi+\frac{1}{3}\cdot\frac{\pi}{2}=\frac{1}{2}\cdot\frac{5\pi}{6}-2\pi+\frac{\pi}{6}=-\frac{17}{12}\pi$$

АРККОСИНУС ЧИСЛА
ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ

$$\sin\alpha = \pm\sqrt{1-\cos^2\alpha}$$

$$\alpha = \arccos a$$

$$\arccos a \in [0;\pi]$$

$$\sin(\arccos a) = \sqrt{1-\cos^2(\arccos a)} = \sqrt{1-a^2}$$

$$tg(\arccos a) = \frac{\sin(\arccos a)}{\cos(\arccos a)} = \frac{\sqrt{1-a^2}}{a}$$

АРККОСИНУС ЧИСЛА
ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ

$$\cos(\arccos a) = a, \arccos a \in [0; \pi], a \in [-1; 1]$$

$$\arccos(-a) = \pi - \arccos a$$

$$\arccos(\cos\alpha) = \alpha, \alpha \in [0; \pi]$$

$$\sin(\arccos a) = \sqrt{1 - a^2}$$

$$tg(\arccos a) = \frac{\sqrt{1 - a^2}}{a}$$

АРККОСИНУС ЧИСЛА
ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ

$\cos(\arccos a) = a$

- **Например**

1. $\cos\left(\arccos\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$

2. $\cos\left(\arccos\frac{5}{9}\right) = \frac{5}{9}$

3. $\sin\left(\arccos\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \sin\frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$

4. $\sin\left(\arccos\left(-\frac{3}{7}\right)\right) = \sqrt{1-\left(-\frac{3}{7}\right)^2} = \sqrt{1-\frac{9}{49}} =$

$\sqrt{\frac{40}{49}} = \frac{2\sqrt{10}}{7}$

$\sin(\arccos a) = \sqrt{1-a^2}$

АРККОСИНУС ЧИСЛА
ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ

- **Например**

5. $$ctg\left(7\cdot\arccos(-\frac{\sqrt{2}}{2})\right)= \quad ctg(7\cdot(\pi-\frac{\pi}{4}))=ctg\frac{21}{4}\pi=$$

$$ctg5\frac{1}{4}\pi=ctg\frac{\pi}{4}=1$$

6. $$tg\left(\arccos\frac{1}{4}\right)=\frac{\sin\left(\arccos\frac{1}{4}\right)}{\cos\left(\arccos\frac{1}{4}\right)}=\frac{\sqrt{1-\frac{1}{16}}}{\frac{1}{4}}=\sqrt{\frac{15}{16}}\cdot 4=\sqrt{15}$$

АРККОСИНУС ЧИСЛА
ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ

$$\arccos(\cos\alpha)=\alpha,\alpha\in[0;\pi]$$

- **Например**

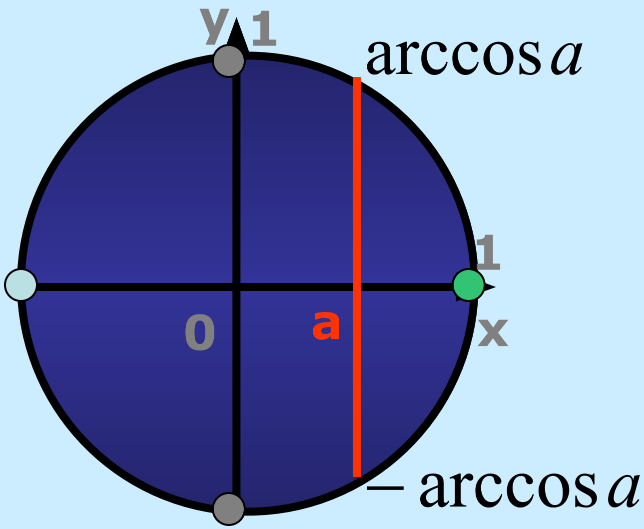
7. $$\arccos\left(\cos\frac{2\pi}{5}\right)=\frac{2\pi}{5}$$

8. $$\arccos\left(\cos\frac{8}{5}\pi\right)=\arccos\left(\cos\left(\pi+\frac{3}{5}\pi\right)\right)=$$

$$\arccos\left(-\cos\frac{3}{5}\pi\right)=\pi-\arccos\left(\cos\frac{3}{5}\pi\right)=\pi-\frac{3}{5}\pi=$$

$$=\frac{2}{5}\pi$$

Уравнение cosx=a



$$\cos x = a, |a| \le 1$$

$$x = \pm\arccos a + 2\pi n, n \in Z$$

$$\cos x = 0$$

$$x = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in Z$$

$$\cos x = 1$$

$$x = 2\pi k, k \in Z$$

$$\cos x = -1$$

$$x = \pi + 2\pi k, k \in Z$$

Уравнение cosx=a

- **Пример 1.**

$$\cos 3x = \frac{1}{2};$$

$$3x = \pm \arccos\frac{1}{2} + 2\pi k;$$

$$3x = \pm\frac{\pi}{3} + 2\pi k;$$

$$x = \pm\frac{\pi}{9} + \frac{2\pi k}{3}, k \in Z.$$

Уравнение cosx=a

Пример 2. $$cos\frac{x}{4}=-\frac{\sqrt{3}}{2};$$

$$\frac{x}{4}=\pm\arccos\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)+2\pi k;$$

$$\frac{x}{4}=\pm\left(\pi-\arccos\frac{\sqrt{3}}{2}\right)+2\pi k;$$

$$\frac{x}{4}=\pm\left(\pi-\frac{\pi}{6}\right)+2\pi k;$$

$$\frac{x}{4}=\pm\frac{5}{6}\pi+2\pi k;$$

$$x=\pm\frac{10}{3}\pi+8\pi k, k\in Z.$$

Уравнение cosx=a

- **Пример 3.**

$$\cos\left(x-\frac{\pi}{4}\right)=-\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$x-\frac{\pi}{4}=\pm\arccos\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)+2\pi k;$$

$$x-\frac{\pi}{4}=\pm\left(\pi-\arccos\frac{1}{\sqrt{2}}\right)+2\pi k;$$

$$x=\pm\left(\pi-\frac{\pi}{4}\right)+\frac{\pi}{4}+2\pi k;$$

$$x=\pm\frac{3}{4}\pi+\frac{\pi}{4}+2\pi k;$$

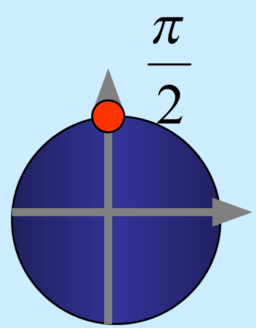
$$\left[\begin{array}{l} x=\pi+2\pi k \\ x=-\frac{\pi}{2}+2\pi k \end{array}\right., k\in Z.$$

Уравнение cosx=a

- **Пример 4.** $(3\sin 2x - 3)\cdot(2\cos x + 1) = 0$

$$3\sin 2x - 3 = 0;$$

$$\sin 2x = 1;$$



$$2x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k;$$

$$x = \frac{\pi}{4} + \pi k, k \in Z.$$

$$2\cos x + 1 = 0;$$

$$\cos x = -\frac{1}{2};$$

$$x = \pm\arccos\left(-\frac{1}{2}\right) + 2\pi n;$$

$$x = \pm\left(\pi - \frac{\pi}{3}\right) + 2\pi n;$$

$$x = \pm\frac{2}{3}\pi + 2\pi n, n \in Z.$$

Уравнение cosx=a

- **Пример 5.** $$\cos 5x + \cos 7x = \cos\left(\pi + 6x\right)$$

$$\cos 5x + \cos 7x = -\cos 6x$$

$$2\cos 6x \cdot \cos x + \cos 6x = 0$$

$$\cos 6x \cdot \left(2\cos x + 1\right) = 0$$

$$\cos 6x = 0$$

$$2\cos x + 1 = 0$$

$$\cos x = -\frac{1}{2}$$