Объемы геометрических тел

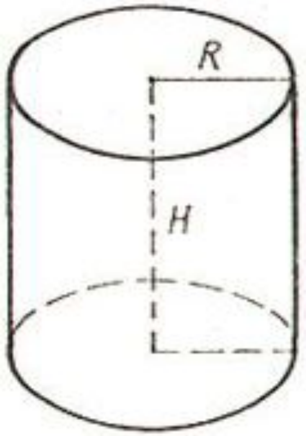
ВЫПОЛНИЛА
СТУДЕНТКА
2 КУРСА, СПЕЦИАЛЬНОСТИ
«ДЕЛОПРОИЗВОДСТВО»,
ДНЕВНОГО ОТДЕЛЕНИЯ
КАРАБУТОВА АННА

ЛУГАНСК 2017

1. Расчет объема цилиндра

Цилиндр - геометрическое тело, ограниченное цилиндрической поверхностью (называемой боковой поверхностью цилиндра) и не более чем двумя поверхностями (основаниями цилиндра). Цилиндр - круговой если в основании его лежит круг.

Формулы для расчета объема цилиндра:
1) Объем цилиндра равен произведению площади основания на высоту.
2) Объем цилиндра равен произведению числа пи (3.1415) на квадрат радиуса основания на высоту



V - объем цилиндра

S - площадь основания цилиндра

h - высота цилиндра

π - число пи (3.1415)

r - радиус цилиндра

Задача

Найти объем цилиндра, радиус основания- 5см, а высота 7 см

Решение:

Если радиус основания R=4 см и высота H = 5 см, то объем V цилиндра

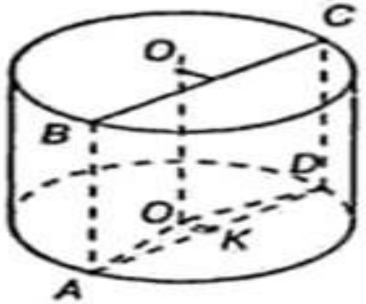
$V=\pi R^2 H=\pi \cdot 4^2 \cdot 5=80\pi (см^3)$

Ответ: 80π $см^3$

Решение задач

Задача № 3

Высота цилиндра 8дм, радиус основания 5дм. Цилиндр пересечен плоскостью так, что в сечении получается квадрат. Найдите расстояние от этого сечения до оси.



Дано:
цилиндр,
OA=R=5 дм
OO_1 =8 дм; OO_1 – высота цилиндра
OK расстояние от сечения до оси
Найти: OK

Решение:

1. Сечением является квадрат ABCD, значит $AB=AD=OO_1=8$дм

2. Рассмотрим △ AOD– равнобедренный, проведем OK перпендикулярно к AD.

3. Тогда AK= $\dfrac{AD}{2}=\dfrac{8}{2}=4(\text{äì})$

4. Из △ AOK – найдем OK по теореме Пифагора

$$OK=\sqrt{AO^2-AK^2}=\sqrt{5^2-4^2}=\sqrt{25-16}=3(\text{äì})$$

Ответ: OK= 3 дм.

2.Расчет объема конуса

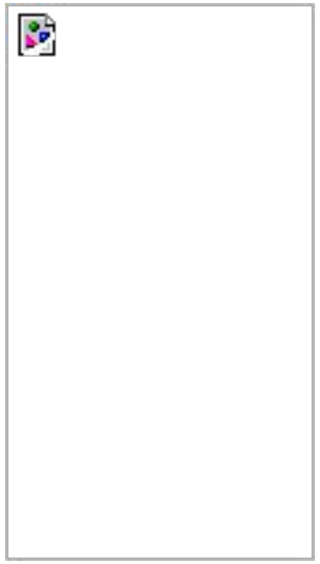
Конус - тело, полученное объединением всех лучей, исходящих из одной точки (вершины конуса) и проходящих через плоскую поверхность. Круглый конус может быть получен вращением прямоугольного треугольника вокруг одного из его катетов, поэтому круглый конус называют также конусом вращения.

Формулы для вычисления объема конуса:

1) Объем конуса равен одной трети произведения площади основания на высоту.

2) Объем конуса равен одной трети произведения числа пи (3.1415) на квадрат радиуса основания на высоту.

Формула конуса



V - объем конуса

S - площадь основания конуса

h - высота конуса

π - число пи (3.1415)

r - радиус конуса

Задача

Найти объем конуса, диаметр которого основания равен 8 см, а высота 3 см

Решение:

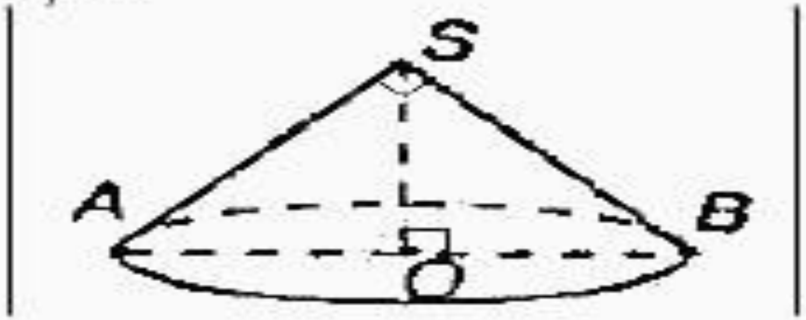
Если диаметр основания D=8 см и высота конуса H= 3 см, то радиус основания

R=D/2=8/2=4 (см) и объем конуса $V=1/3\pi R^2H=1/3\pi\cdot 4^2\cdot 3=16\pi$(см^3)

Ответ: 16π см^3

8. Осевым сечением конуса является равнобедренный прямоугольный треугольник, площадь которого 9 м^2.

Найдите объем конуса.



$$V = \frac{1}{3}\pi R^2 \cdot H = \frac{1}{3}\pi \cdot OB^2 \cdot SO.$$

В равнобедренном прямоугольном треугольнике ASB $AS=SB$ и $S=\frac{1}{2}AS \cdot SB=\frac{AS^2}{2}$.

Так что $AS = BS = \sqrt{2 \cdot S} = \sqrt{2 \cdot 9} = 3\sqrt{2}$ (м).

Тогда $AB = \sqrt{AS^2 + BS^2} = \sqrt{18+18} = 6$ (м) и $AO = \frac{1}{2}AB = 3$ (м).

Далее в ΔSAO: $OS = AS \cdot \sin 45^\circ = 3\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 3$(м).

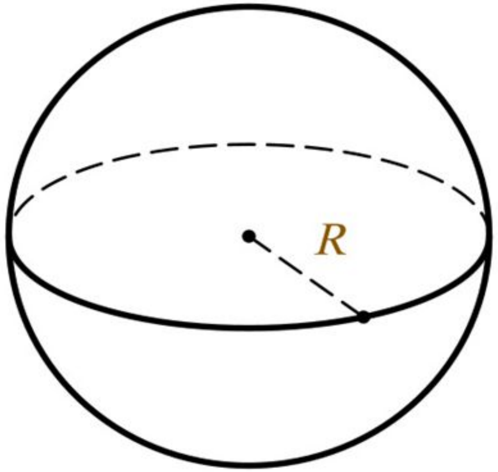
Так что $V = \frac{1}{3}\pi AO^2 \cdot SO = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 3^2 \cdot 3 = 9\pi$(м^3) $\approx 28{,}26$ (м^3).

Ответ: $\approx 28{,}26$ м^3.

3. Объем шара

Шар-это геометрическое тело, образованное в результате вращения полукруга на оси своего диаметра.

Объем шара можно вычислить по формуле:



$$V = \frac{4}{3}\pi R^3$$

R – радиус шара

V – объем шара

π – 3.14

Задача

:Найти объем шара, диаметр которому равен 6 см

Решение:

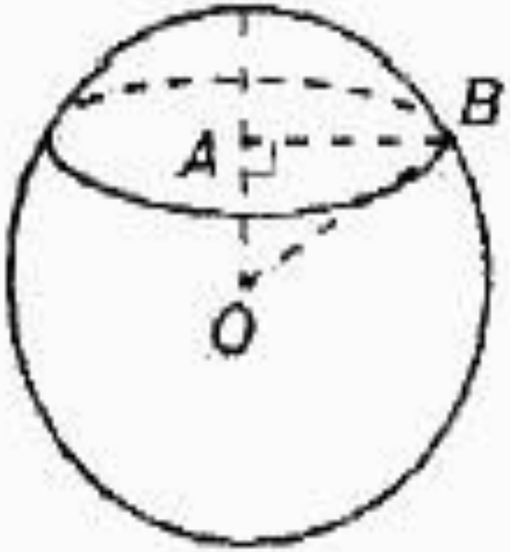
Если диаметр шара D=6 см, то радиус шара R=D/2=6/2=3 (см) и объем шара

$V=4/3 \cdot \pi R^3=4/3\pi \cdot 3^3=4/3\pi \cdot 27=36\pi$ ($см^3$)

Ответ: 36π $см^3$

29. Шар, радиус которого 41 дм, пересечен плоскостью на расстоянии 9дм от центра.

Найдите площадь сечения.



В прямоугольном ΔAOB по теореме Пифагора:

$AB=\sqrt{OB^2-OA^2}=\sqrt{41^2-9^2}=40$(дм). Тогда площадь сечения

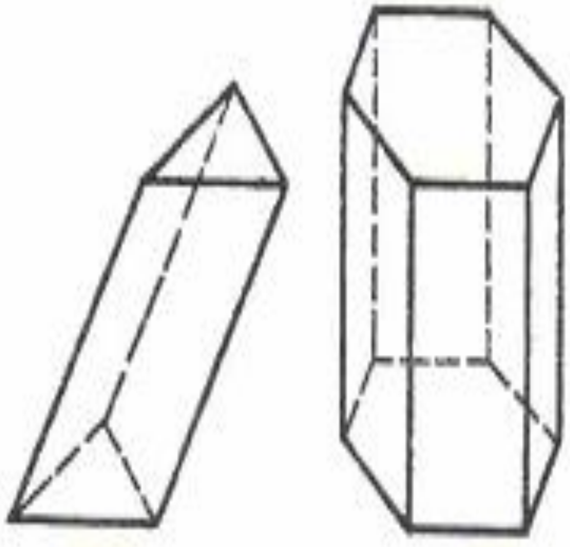
$S=\pi\cdot AB^2=\pi\cdot 40^2=1600\pi(\text{дм}^2)=16\pi(\text{м}^2)$.

Ответ: 16π м^2.

4. Объем призмы

Призма — многогранник, 2 грани это конгруэнтные (равные) многоугольники, которые лежат в параллельных плоскостях, а оставшиеся грани — параллелограммы, имеющие общие стороны с этими многоугольниками. Либо (что тоже самое) — это многогранник, основаниями которого являются равные многоугольники, а боковыми гранями — параллелограммы.

Призма является разновидностью цилиндра



где V - объем призмы,

So - площадь основания призмы,

$V = S_o h$

h - высота призмы.

Задача

Объем призмы равен 150 см³, а площадь основания- 10 см². Найти высоту призмы

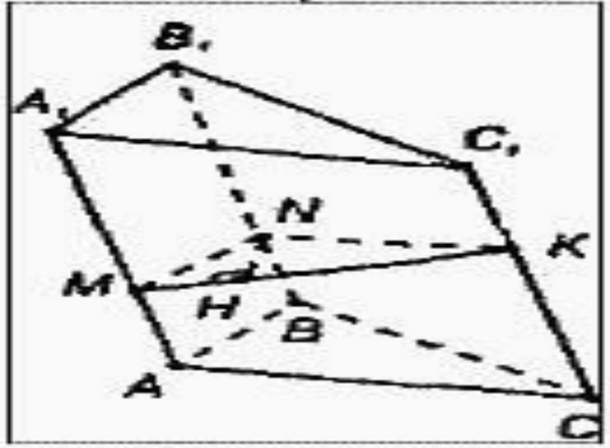
Решение:

Если объем призмы V=Sосн= 10 см², то высота призмы

H=V/Sосн=150/10=15 (см)

Ответ: 15 см

12. В наклонной треугольной призме расстояния между боковыми ребрами равны 37 см, 13 см и 40 см. Найдите расстояние между большей боковой гранью и противолежащим боковым ребром.



Пусть сечение MNK перпендикулярно боковым ребрам призмы. Тогда в ΔMNK:

$MN = 13$см, $NK = 37$см и $MK = 40$см.

Искомое расстояние равно высоте, проведенной в ΔMNK к большей стороне, то есть NH, где $NH \perp MK$.

Площадь ΔMNK с одной стороны равна:

$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} =$

$\sqrt{45(45-40)(45-37)(45-13)} = \sqrt{45 \cdot 5 \cdot 8 \cdot 32} = 240$ (см^2).

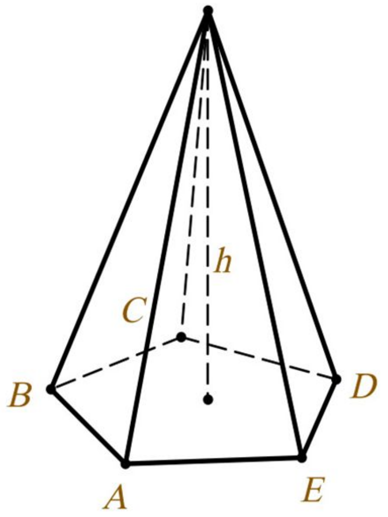
С другой стороны $S = \frac{1}{2} MK \cdot NH$, так что

$NH = \frac{2S}{MK} = \frac{2 \cdot 240}{40} = 12$ (см).

Ответ: 12 см.

5 Объем пирамиды

В геометрии пирамидой называют тело, которое имеет в основании многоугольник, а все его грани представляют собой треугольники с общей вершиной. В зависимости от того, какая именно фигура лежит в основании, пирамиды подразделяются на треугольные, четырехугольные, пятиугольные и т.д. Кроме того, различают правильные, усеченные, прямоугольные и произвольные пирамиды. Формула для вычисления объема этого тела не отличается сложностью и всем известна из школьного курса геометрии.



$$V = \frac{1}{3} S_{осн} \cdot H$$

h – высота пирамиды

S – площадь основания ABCDE

V – объем пирамиды

Задача

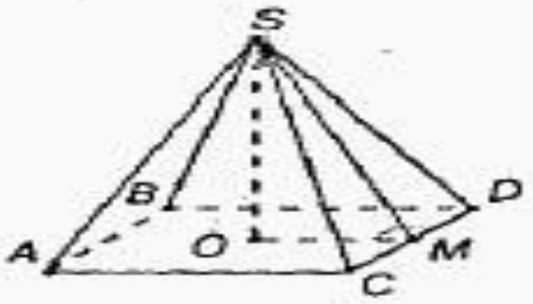
Найти объем пирамиды, площадь основания которой равна 36 см^2,а высота 8 см

Решение:

$V=1/3S_{осн}H=1/3\cdot36\cdot8= 96(см^3)$

Ответ: 96 см^3

63. В правильной четырехугольной пирамиде боковая поверхность равна 14,76 м^2, а полная поверхность — 18 м^2. Найдите сторону основания и высоту пирамиды.



Площадь основания равна разности площадей полной и боковой поверхности. То есть $S_{\text{осн}} = S - S_{\text{бок}} = 18 - 14,76 = 3,24(\text{м}^2)$

Так как $ABCD$ — квадрат, то $AB = \sqrt{S_{\text{осн}}} = \sqrt{3,24} = 1,8$ (м).

Так как в правильной пирамиде

$S_{\text{бок}} = \frac{1}{2} \cdot P \cdot h$, где P — периметр основания и h — апофема, то получаем, что

$$h = SM = \frac{2S_{\text{бок}}}{P} = \frac{2 \cdot S_{\text{бок}}}{4 \cdot AB} = \frac{2 \cdot 14,76}{4 \cdot 1,8} = 4,1 \text{ (м)}.$$

Далее, по теореме Пифагора в ΔSOM:

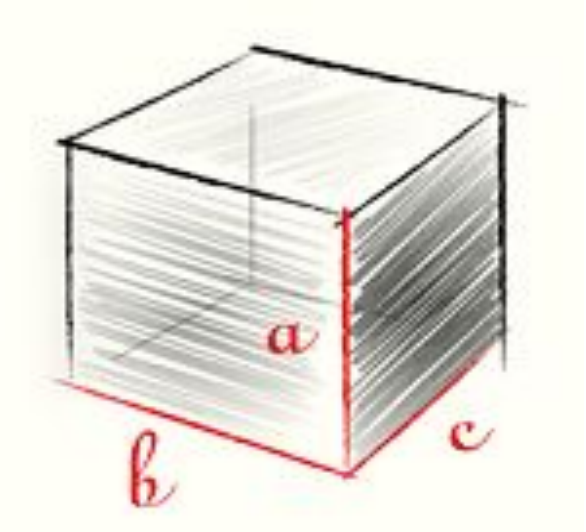
$SO = \sqrt{SM^2 - OM^2} = \sqrt{4,1^2 - 0,9^2} = 4$(м), так как $OM = \frac{1}{2} AB = 0,9$(м).

Ответ: 1,8 м и 4 м.

6. Объем прямоугольного параллелепипеда

Параллелепипедом называется призма, основание которой параллелограмм. Параллелепипед имеет шесть граней, и все они — параллелограммы. Параллелепипед, четыре боковые грани которого — прямоугольники, называется прямым. Прямой параллелепипед у которого все шесть граней прямоугольники, называется прямоугольным.

Объем прямоугольного параллелепипеда равен произведению площади основания на высоту



V= abc

a, b, c- стороны параллелепипеда

Задача

Найти объем прямоугольного параллелепипеда, линейные размеры которого равны 3 см, 4 см и 5см

Решение:

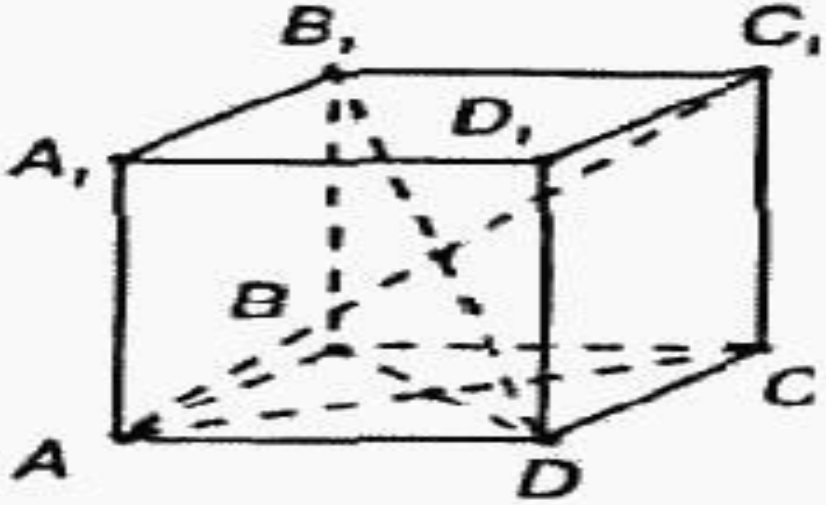
Если линейные размеры прямоугольного параллелепипеда a=3 см, b=4 см и c=5 см, то его объем

$V=abc=3\cdot4\cdot5=60$ (см^3)

Ответ: 60 см^3

33. Боковое ребро прямого параллелепипеда 5 м, стороны основания 6 м и 8 м, а одна из диагоналей основания 12м. Найдите диагонали параллелепипеда.

Основание параллелепипеда — параллелограмм $ABCD$ со сторонами AB=6 м, AD=8 м и диагональю AC=12 *м*. Так как в параллелограмме сумма квадратов всех сторон равна сумме квадратов диагоналей, то $2 \cdot AB^2 + 2AD^2 = AC^2 + BD^2$. Откуда получаем:

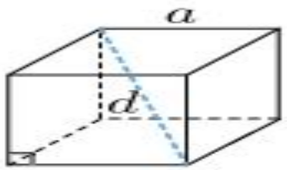
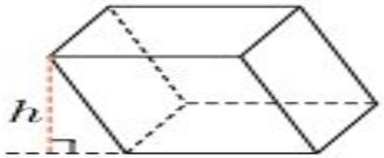
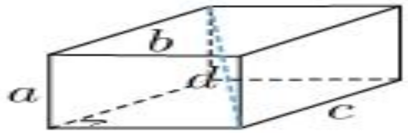
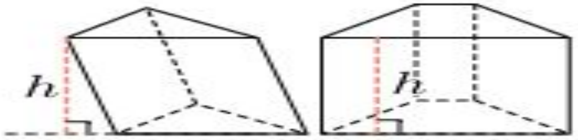
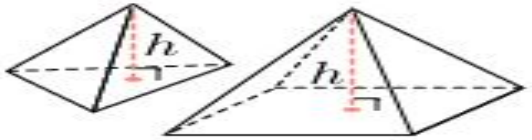


$BD = \sqrt{2 \cdot AB^2 + 2 \cdot AD^2 - AC^2} = \sqrt{2 \cdot 6^2 + 2 \cdot 8^2 - 12^2} = \sqrt{56}$ (м).

Далее, в прямоугольном ΔACC_1 по теореме Пифагора:

$AC_1 = \sqrt{AC^2 + CC_1^2} = \sqrt{12^2 + 5^2} = 13$(м). А в прямоугольном ΔBB_1D $B_1D = \sqrt{BD^2 + BB_1^2} = \sqrt{\left(\sqrt{56}\right)^2 + 5^2} = \sqrt{81} = 9$(м).

Ответ: 13 м и 9 м.

 Куб	$V = a^3$	$S = 6a^2$ $\quad d = a\sqrt{3}$ d - диагональ
 Параллелепипед	$V = S_{\text{осн}} h$ h - высота	
 Прямоугольный параллелепипед	$V = abc$	$S = 2ab + 2bc + 2ac$ $\quad d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$
 Призма	$V = S_{\text{осн}} h$	$S = 2S_{\text{осн}} + S_{\text{бок}}$
 Пирамида	$V = \frac{1}{3} S_{\text{осн}} h$	$S = S_{\text{осн}} + S_{\text{бок}}$

Спасибо за внимание!