Определение числовой функции и способы её задания

Что такое функция.

Определение. *Соответствия, при которых каждому элементу одного множества сопоставляется единственный элемент другого множества называются функциями.*

Пишут: y = f(x), x Є X.

Переменную ***x*** называют ***независимой переменной*** или ***аргументом.***

Множество всех допустимых значений независимой переменной является областью определения функции и обозначается ***D(y).***

Переменную ***y*** ***– зависимой переменной.***

Множество всех значений зависимой переменной является областью значений функции и обозначается ***E(y).***

Способы задания функции

Существуют 4 способа задания функции.

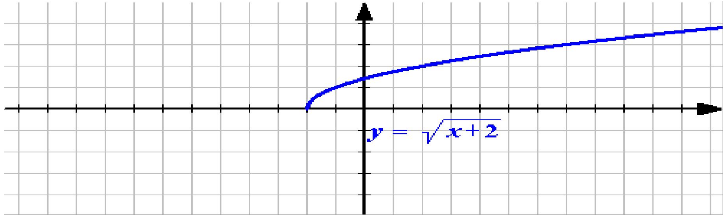
1.Табличный способ. Удобен тем, что позволяет найти значения функции имеющихся в таблице значений аргумента без вычислений.

Х	2	3	4	5
У	4	6	8	10

2.Аналитический способ. Функция задается одной или несколькими формулами. Этот способ незаменим для исследования функции, установления ее свойств.

У=2х+5, у= х² -5х+1, у= |х+5|.

3. Графический способ. Функция задается своей геометрической моделью на координатной плоскости.



4. Описательный способ. Удобно использовать тогда, когда задание другими способами затруднительно.

Свойства функции

четность
нечетность

непрерывность

Монотонность:
Возрастание;
убывание

выпуклость

нули функции
(значения аргумента,
в которых значение
Функции равно нулю)

Наибольшее и
наименьшее
значения
функции

периодичность

Промежутки
знакопостоянства
(промежутки, в которых функция
принимает только положительные
или только отрицательные значения)

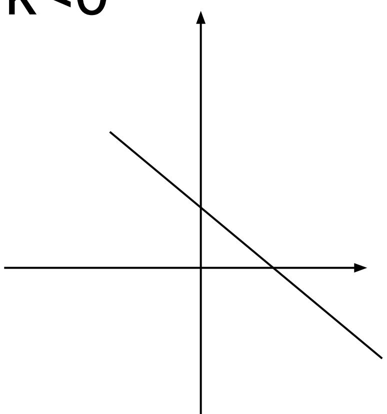
Экстремумы:
точка максимума,
точка минимума

Линейная функция.

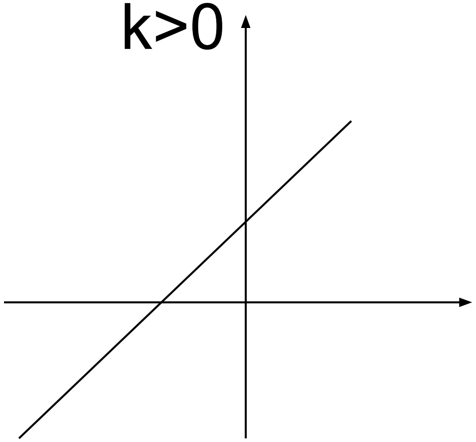
О. ***Функция вида y=kx+b называется линейной.***

Т. *Графиком линейной функции y=kx+b, при $k \neq 0$ является* *прямая,* *пересекающая*
ось ординат в точке (0; b), ось абсцисс в точке (-b/ k; 0)

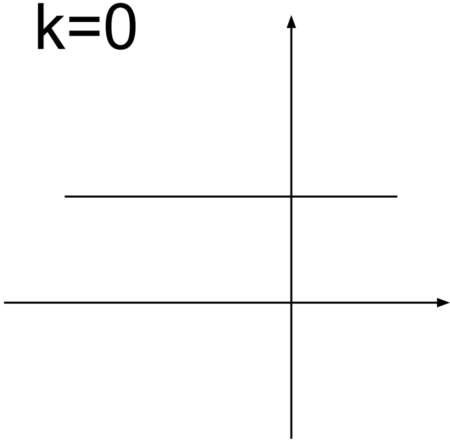
$k<0$



$k>0$



$k=0$

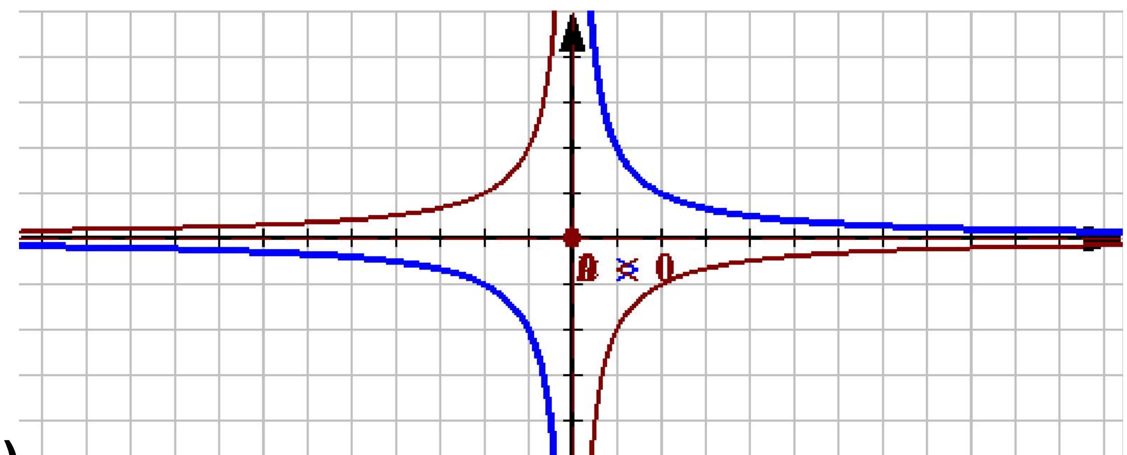


D(f) = R

E(f) = R

Функция $y = \dfrac{k}{x}$

- О. ***Функция вида у=к/х, где к≠0, называется обратной пропорциональностью.***
- График обратной пропорциональности (гипербола) получается из графика функции у=1/х с помощью растяжения (а при к <0 симметрии относительно оси абсцисс)



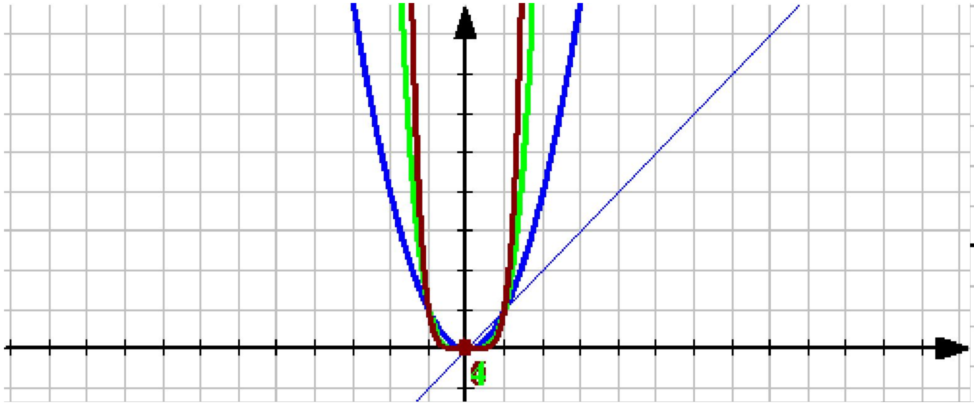
- **D(f) = (-∞;0) U (0;+∞)**
- **E(f) = (-∞;0) U (0;+∞)**

Степенная функция с целым показателем.

О. Функция вида $y=x^n$, где n- натуральное число, называется степенной .

О. График степенной функции с показателем n называется параболой степени n.

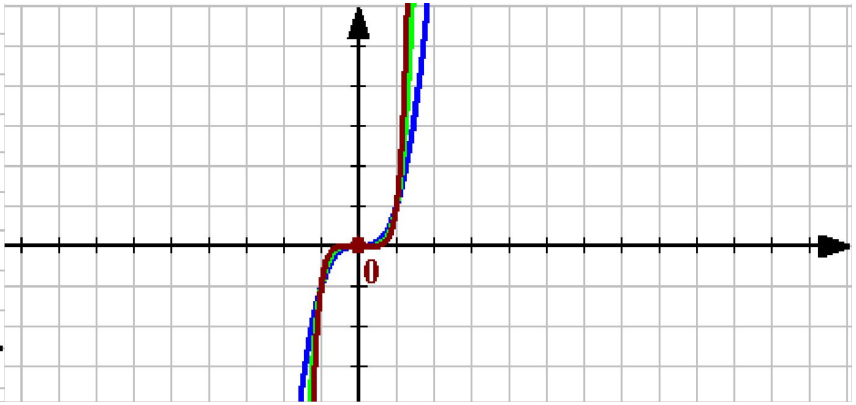
n- четное число



D(f) = (-∞;∞)

E(f) = [0;∞)

n- нечетное число



D(f) = (-∞;∞)

E(f) = (-∞;∞)

Функция y = ах² +вх+с

О: Функция $y = ax^2 + bx + c$, где $a \neq 0$ называется квадратичной.

М: Шаги построения графика квадратичной функции (параболы):

1-й шаг построения.

$y = x^2$ □ $y = ax^2$:

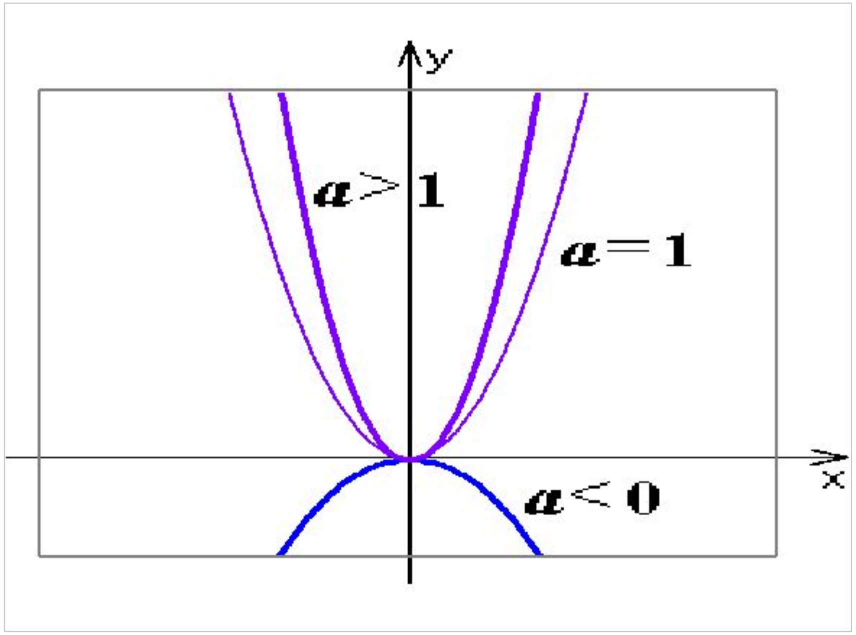
растяжение

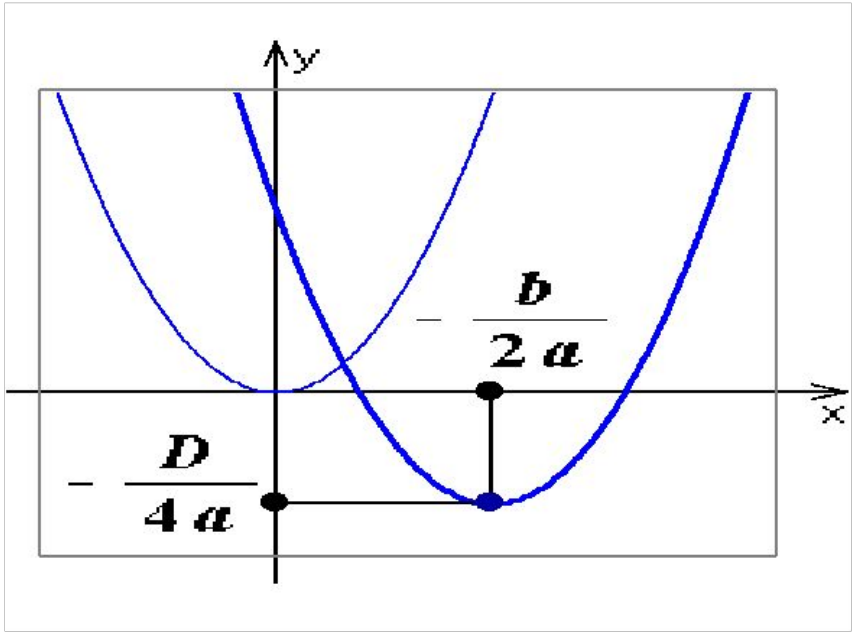
(и при $a < 0$ - симметрия).

2-й шаг построения.

$y = ax^2$ □ $y = ax^2 + bx + c$:

сдвиг.

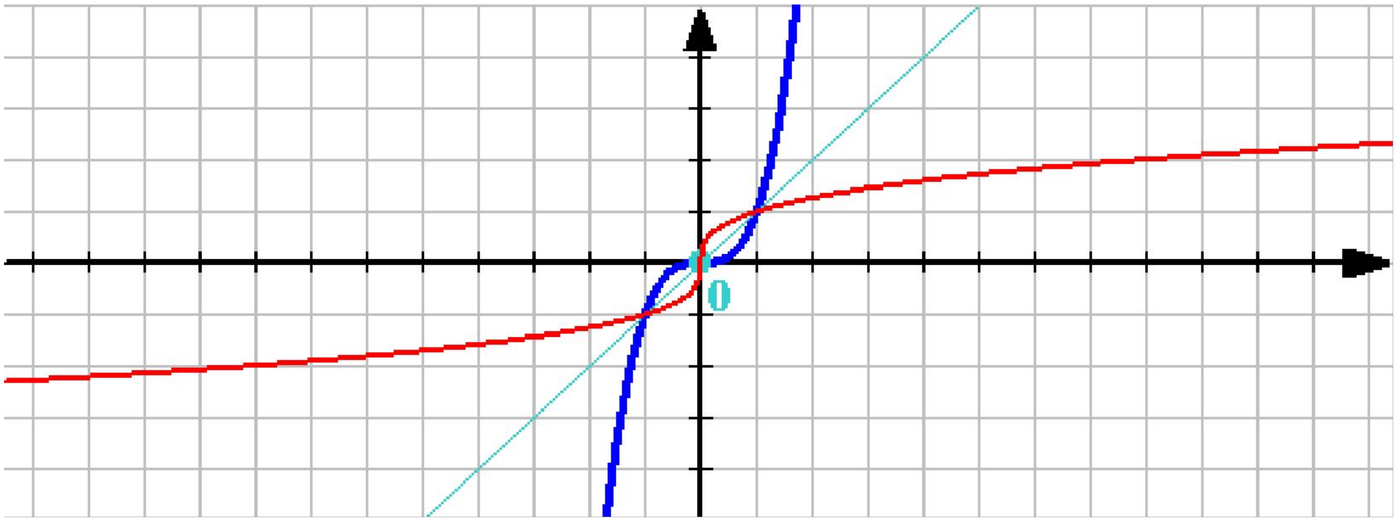




Функция $y = \sqrt[n]{x}$

О. Функцией «корень n степени» называется функция вида $y = \sqrt[n]{x}$

Т. Графики функций $y = \sqrt[n]{x}$ *и* $y = x^n$ *симметричны относительно прямой* $y = x$

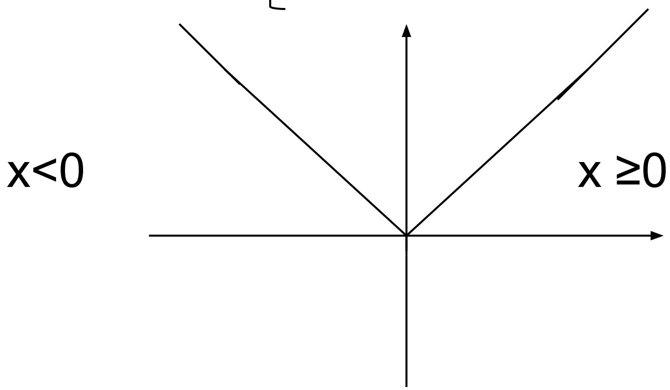


D(f) = (-∞;∞) *E(f) = (-∞;∞)*

Функция $y = |x|$

$$y = |x| = \begin{cases} x, \text{ если } x \geq 0 \\ -x, \text{ если } x < 0 \end{cases}$$

Функция задается кусочно.



Т. Область определения функции

D(y)= (-∞; + ∞)

Множество значений функции

E(y)= [0; + ∞)

Т. Функция *y* = |*x* | убывает

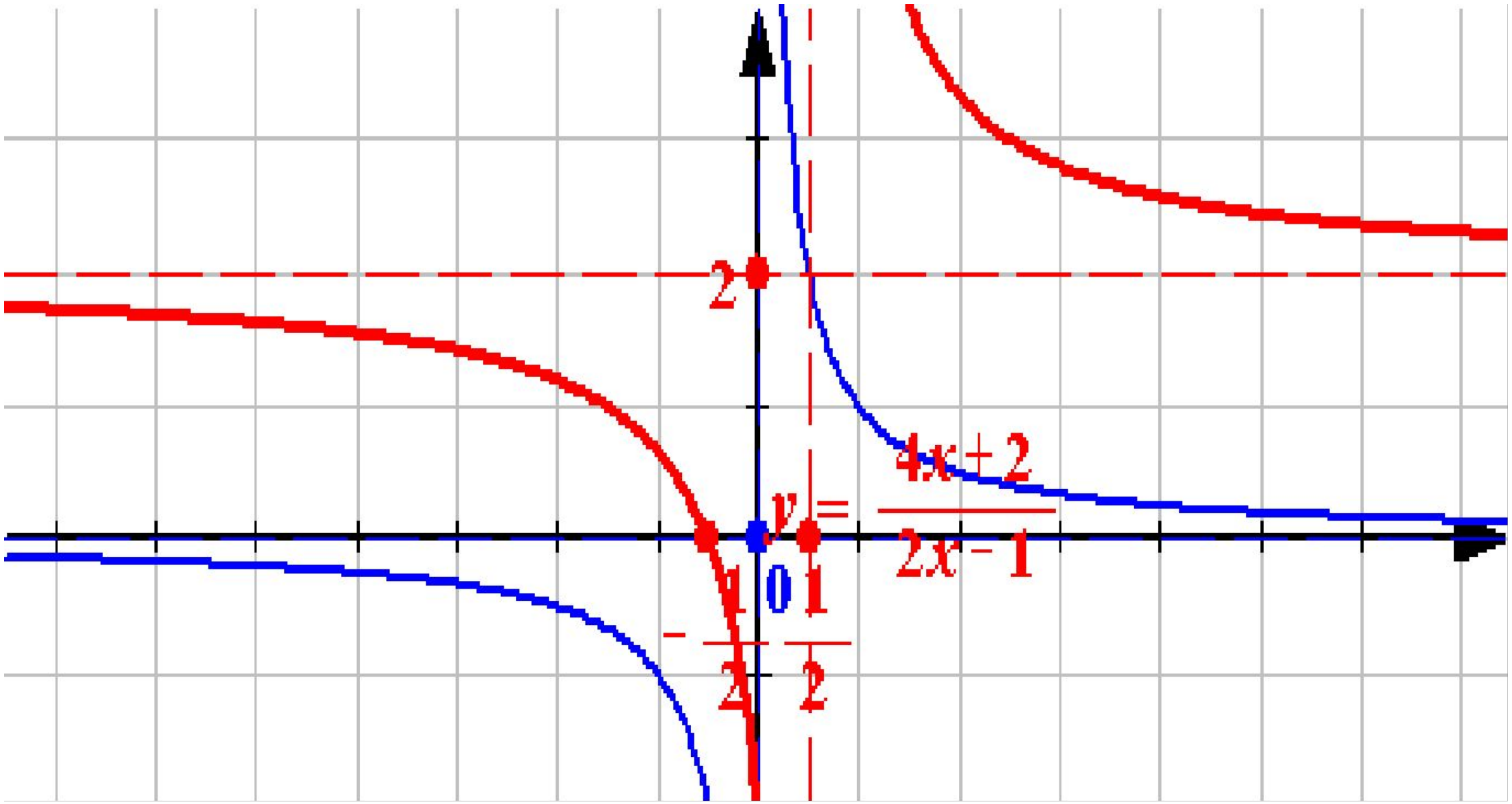
при x Є(-∞; 0]

возрастает при x Є [0; + ∞)

Дробно-линейная функция

__О. Функция вида__ $y = \dfrac{ax+b}{cx+d}$ *__называется__* ***дробно-линейной***, ***где c>0.***

О. График дробно-линейной функции- гипербола, получаемая из графика обратной пропорциональности с помощью сдвига.



Нахождение области определения функции

1. $y = \sqrt{x+4}$; $x + 4 \geq 0$; $x \geq -4$; $D(f) = [-4; +\infty)$;

2. г) $y = \dfrac{\sqrt{2x^2 - 50}}{\sqrt{2x-3}}$; $\begin{cases} 2x^2 - 50 \geq 0, \\ 2x - 3 > 0; \end{cases}$ $\begin{cases} x^2 - 25 \geq 0, \\ 2x > 3; \end{cases}$ $\begin{cases} (x-5)(x+5) \geq 0, \\ x > 1{,}5; \end{cases}$

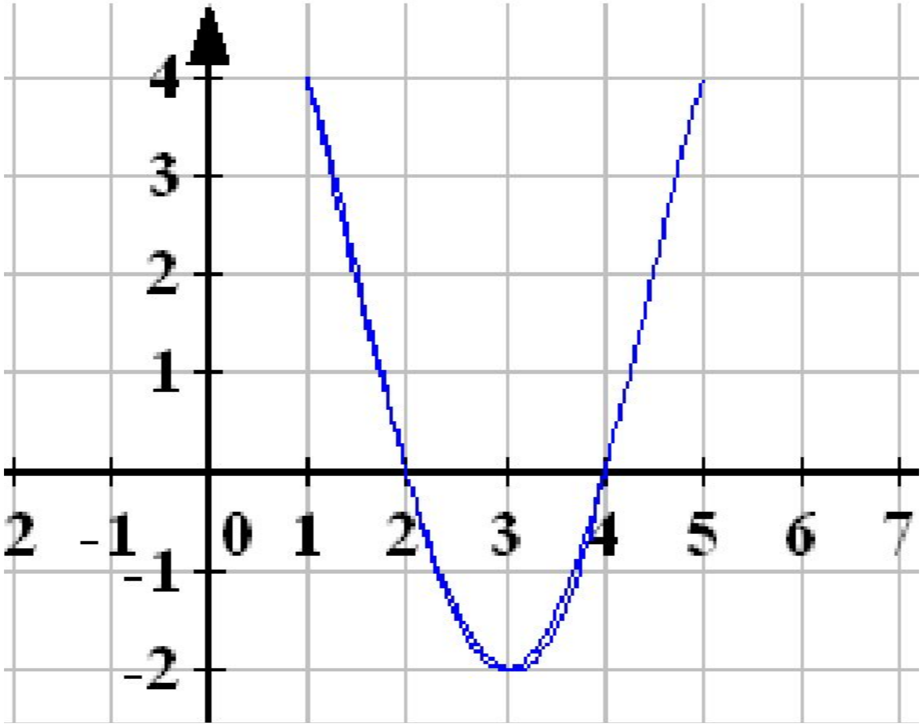
$\begin{cases} x \leq -5 \text{ и } x \geq 5, \\ x > 1{,}5. \end{cases}$

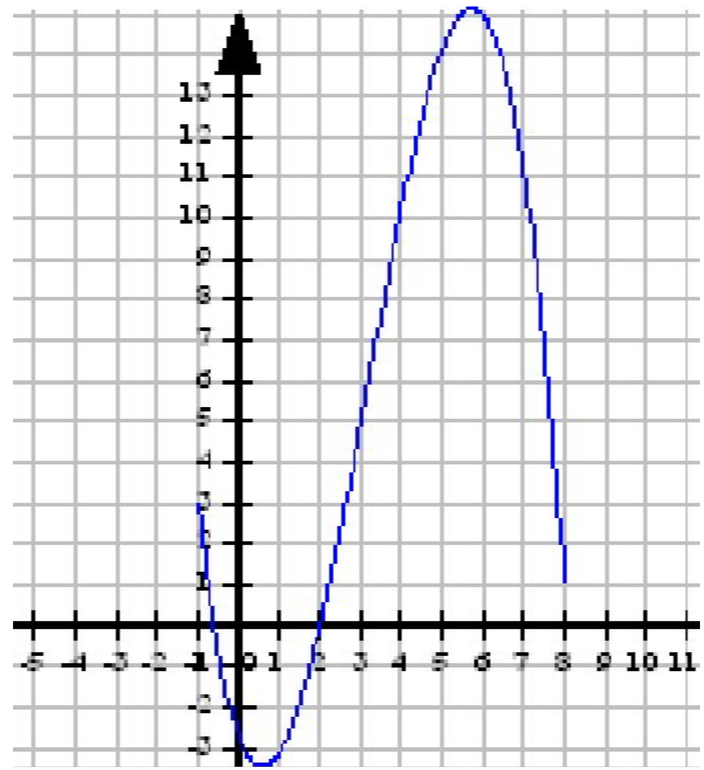
Общее решение $x \geq 5$.

Ответ: $D(f) = [5; +\infty)$.

3. $y = \dfrac{1}{\cos x}$; $\cos x \neq 0$; $x \neq \dfrac{\pi}{2} + \pi k, k \in Z$;

Функция задана графиком. Укажите область определения.





Ответ:
Х Є [1;5]

Ответ:
Х Є [-1;8]

Множество значений функции

1. $y= 2\sin^2x-\cos2x$

Решение: $2\sin^2x-\cos2x=2\sin^2x-(1-2\sin^2x)=4\sin^2x-1$

$0 \le \sin^2x \le 1, \quad -1 \le 4\sin^2x-1 \le 3$

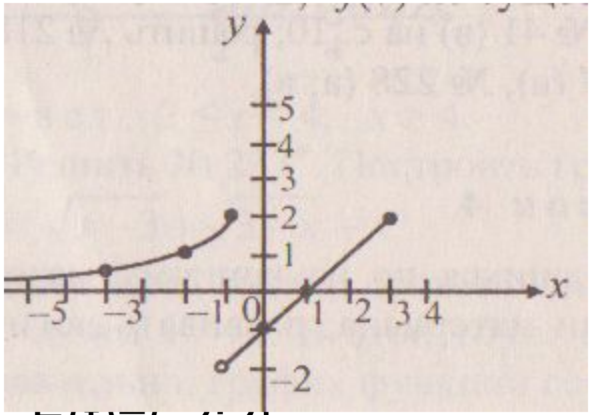
Ответ: $-1 \le y \le 3$

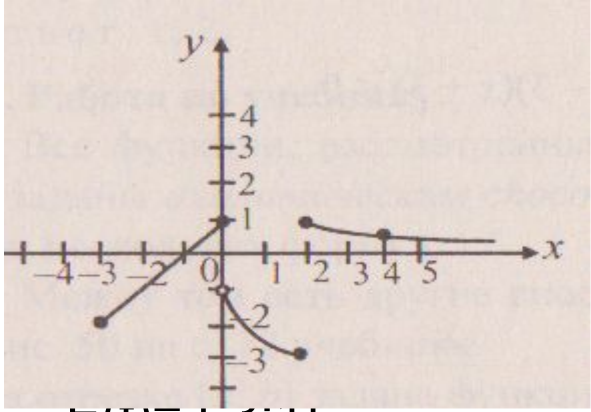
2. **$y = 1 - 2\,|\cos x|$**

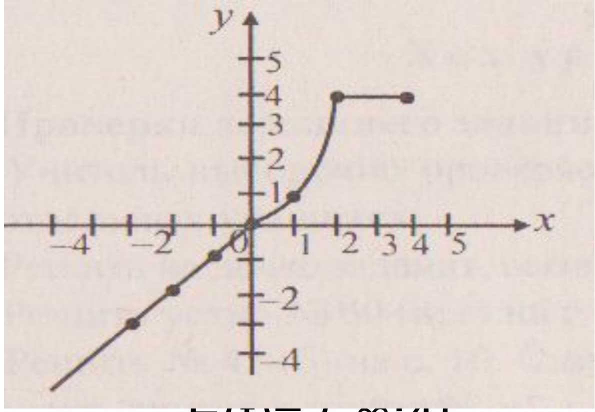
Решение: $\boldsymbol{-1} \le \cos x \le 1$, $0 \le |\cos x| \le 1$, $\boldsymbol{-1} \le 1 - 2\,|\cos x| \le 1 \le 1$

Ответ: $-1 \le y \le 1$

3.Функция задана графиком. Укажите множество значений этой функции.



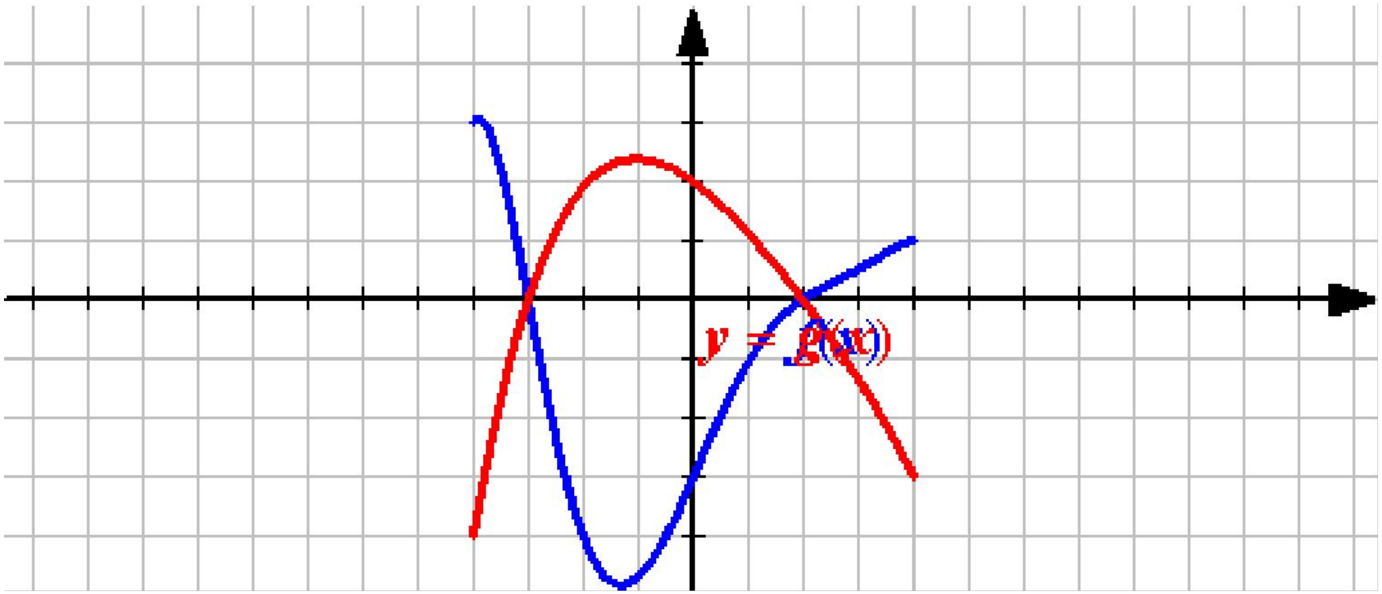




$E(f)=(-2;2]$ $E(f)= [-3;1]$ $E(f)= (-\infty;4]$

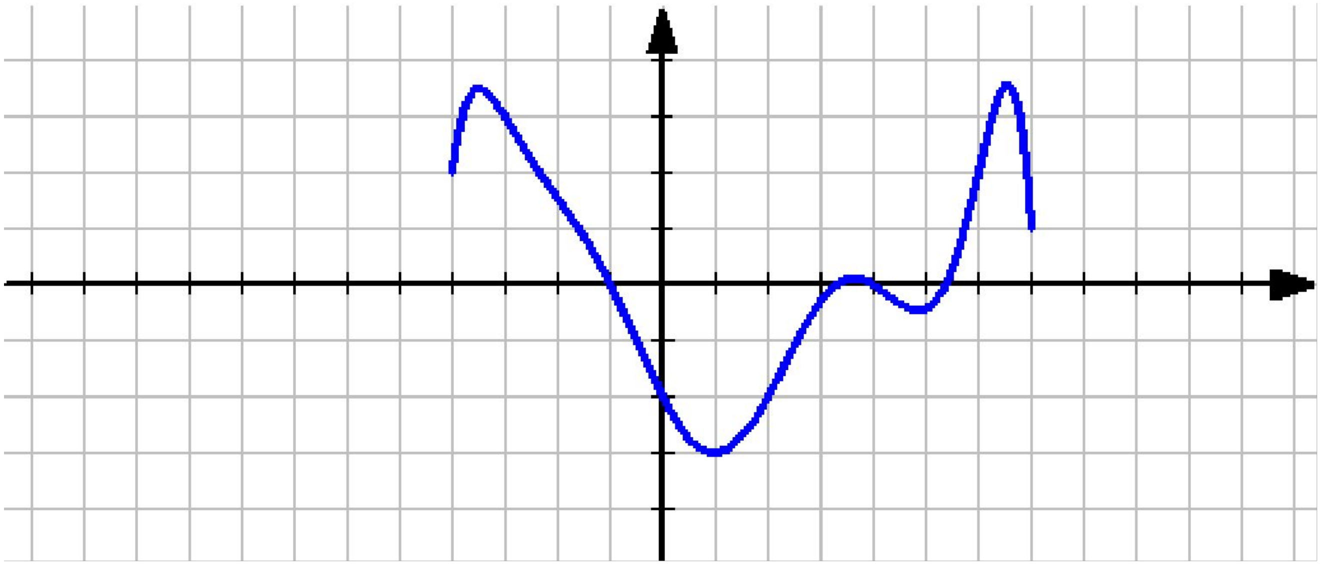
Решение неравенств

На рисунке изображены графики функций y= f (x) и y= g (x), заданных на промежутке. Укажите те значения х, для которых выполняется неравенство f(x)≤ g(x)



Ответ: *f(x)*≤ *g(x)* на отрезке [-3;2]

На рисунке изображен график функции y =f(x), заданной на отрезке [-4;7]. Укажите те значения x, для которых выполняется неравенство f(x)≤-2



Ответ: [0; 2]

Какие из данных линий являются функцией?