Вступ. Основні поняття теорії ймовірностей.

1. Математика і математико-статистичні методи в біології та медицині: їх роль та історія застосування;
2. Предмет біологічної статистики;
3. Ймовірність. Значення теорії ймовірностей в біології;

4. Основні поняття теорії ймовірностей:
    - поняття ймовірності, випробування і події як ключові в ТЙ
    - види випадкових подій
    - класичне визначення ймовірності; властивості ймовірності
    - комбінаторика і її основні формули та правила

1. Математика і математико-статистичні методи в біології та медицині: їх роль та історія застосування

17 сторіччя	Бореллі	Розрахунок руху тварин
18 сторіччя	Реомюр	Визначення математичних законів побудови пчолиних сот
19-20 сторіччя (1899 р)	Гальтон	Введено поняття “біометрії” і розроблені її основи

2. Предмет біологічної статистики
3. Ймовірність. Значення теорії ймовірностей в біології

- Біометрія – це наука про застосування математичних методів для дослідження живих істот
- Предмет біометрії: будь-який біологічний об’єкт, який досліджують із застосуванням рахунку або міри (кількісних характеристик) з метою визначення його якісних властивостей

- Теорія ймовірностей встановлює закономірності, яким підкорюються масові однорідні випадкові події

4. Основні поняття теорії ймовірностей

- **Ймовірність** – це можливість здійснення певної події у визначеній кількості випадків із загальної кількості можливих;

або:

- **Ймовірність** – ступінь упевненості в тому, що подія відбудеться
- **Випробування** – сукупність подій S, при дотриманні яких випадкова подія А може відбутись.
- **Подія** – результат випробування.

Класифікація подій

- **Достовірна подія** – це подія, яка обов'язково відбудеться при дотриманні певної сукупності умов.
- **Неможлива подія** – це подія, яка обов'язково **не** відбудеться при дотриманні певної сукупності умов.
- **Випадкова подія** – це подія, яка при дотриманні сукупності умов може або відбутися, або не відбутися.
- **Однорідні випадкові події** – масові випадкові події, які можуть багаторазово спостерігатися при здійсненні одних і тих самих умов.

- ***Предмет теорії ймовірностей***: закономірності, яким підкорюються масові випадкові події

Види випадкових подій:

- **Несумісні події** – це події, коли поява одної з них виключає появу інших подій у одному і тому ж випробуванні
- **Сумісні події** - це події, коли поява одної з них не виключає появу інших подій у одному і тому ж випробуванні
- Рівноможливі події – це події, які при дотриманні сукупності умов мають однакові ймовірності відбутися
- **Повна група подій** – сукупність події, коли в результаті випробування з’явилась хоча б одна з групи подій

Наслідки:

- * поява хоча б однієї події з повної групи подій є вірогідна подія,
- * коли події, які утворюють повну групу є попарно несумісні, то у результаті випробування з’явиться одна і тільки одна з цих подій

Класичне визначення ймовірності

- ***Ймовірність появи події А*** – відношення кількості результатів випробувань, які сприяють появі події А, до загальної кількості рівноможливих несумісних елементарних результатів випробувань, що формують повну групу:

$$P(A)=\frac{m}{n}$$

m – кількість сприятливих елементарних подій,

n – загальна кількість можливих елементарних подій.

Властивості ймовірності:

- Ймовірність достовірної події = 1,
- Ймовірність неможливої події = 0,
- Ймовірність випадкової події – додатне число між 0 і 1:

$$0 < m < n$$

$$0 < \frac{m}{n} < 1$$

$$0 \le P(A) \le 1$$

Формули комбінаторики

- Комбінаторика – розділ теорії ймовірностей, який досліджує кількості комбінацій, які при виконанні певних умов можна скласти з елементів (будь-якої природи) заданої множини

- **Переставлення** – комбінації, які можна сформувати з одних і тих же n елементів, що відрізняються порядком розташування елементів:

$$P_n = n!$$

- **Розміщення** – комбінації, складені з n різних елементів по m, які відрізняються <u>або</u> порядком, <u>або</u> складом елементів:

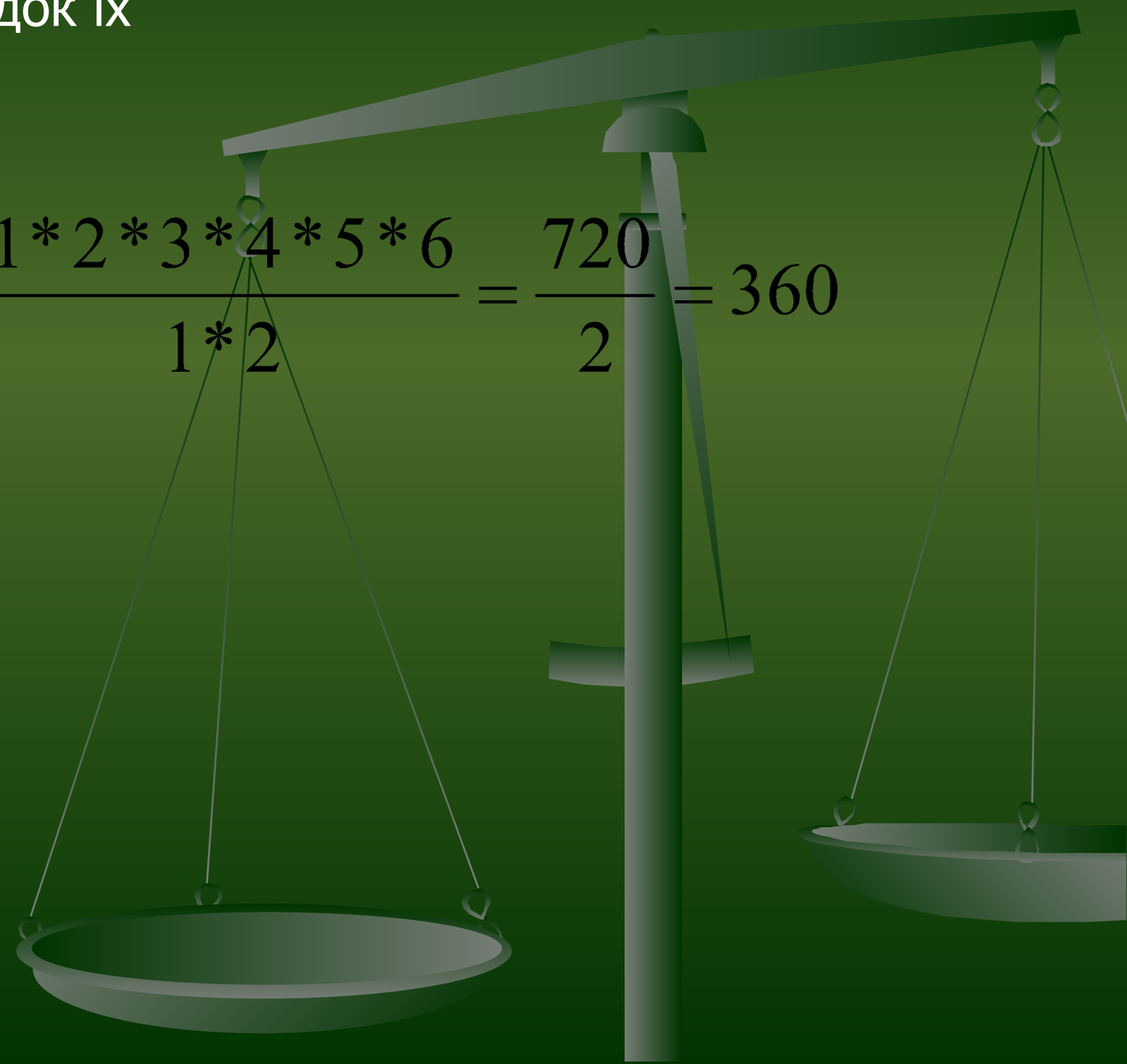
$$A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!}$$

- *NB!:* формула розміщень, коли (m = n), перетворюється в формулу переставлень:

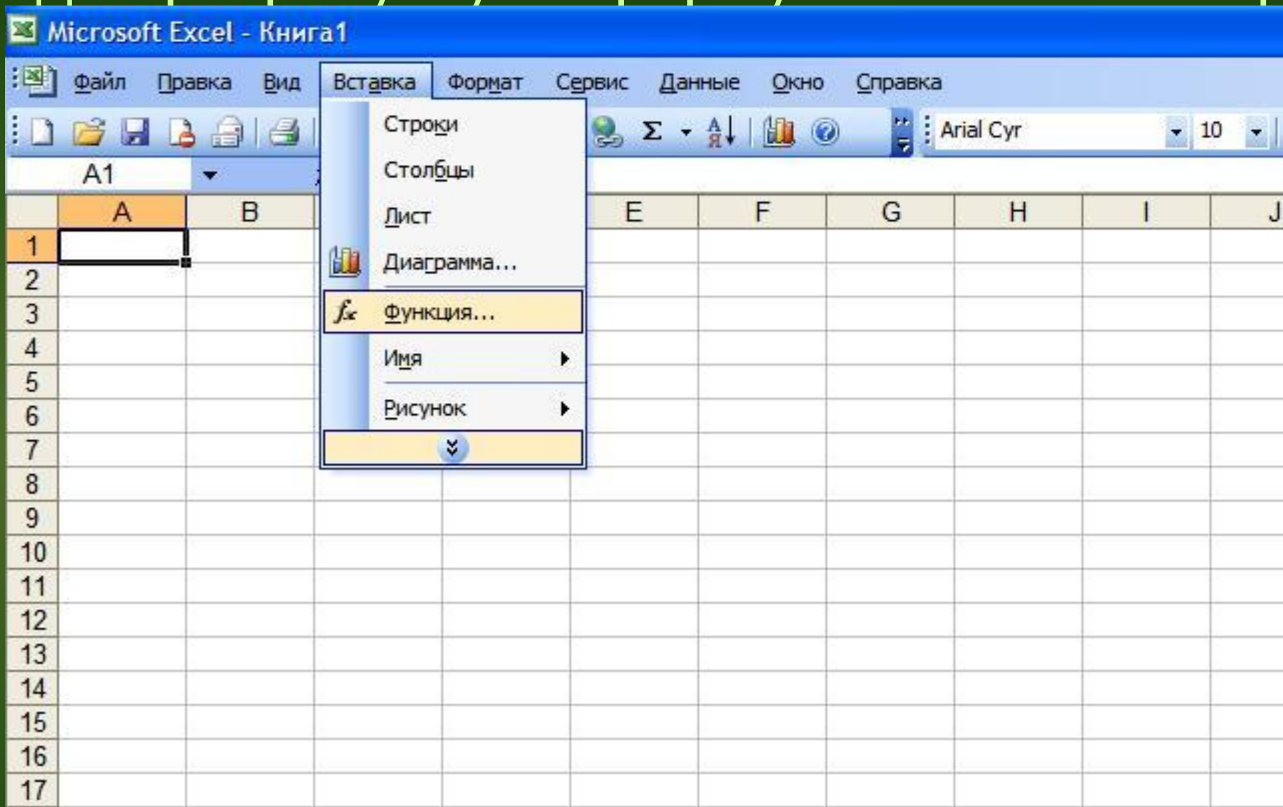
$$A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!} = \frac{n!}{0!} = n!$$

- ***Приклад:***
- Скільки тетрамерів можна скласти з 6 амінокислот, коли важливий не тільки склад, але і порядок їх розташування?

$$A_6^4 = \frac{6!}{(6-4)!} = \frac{1*2*3*4*5*6}{1*2} = \frac{720}{2} = 360$$



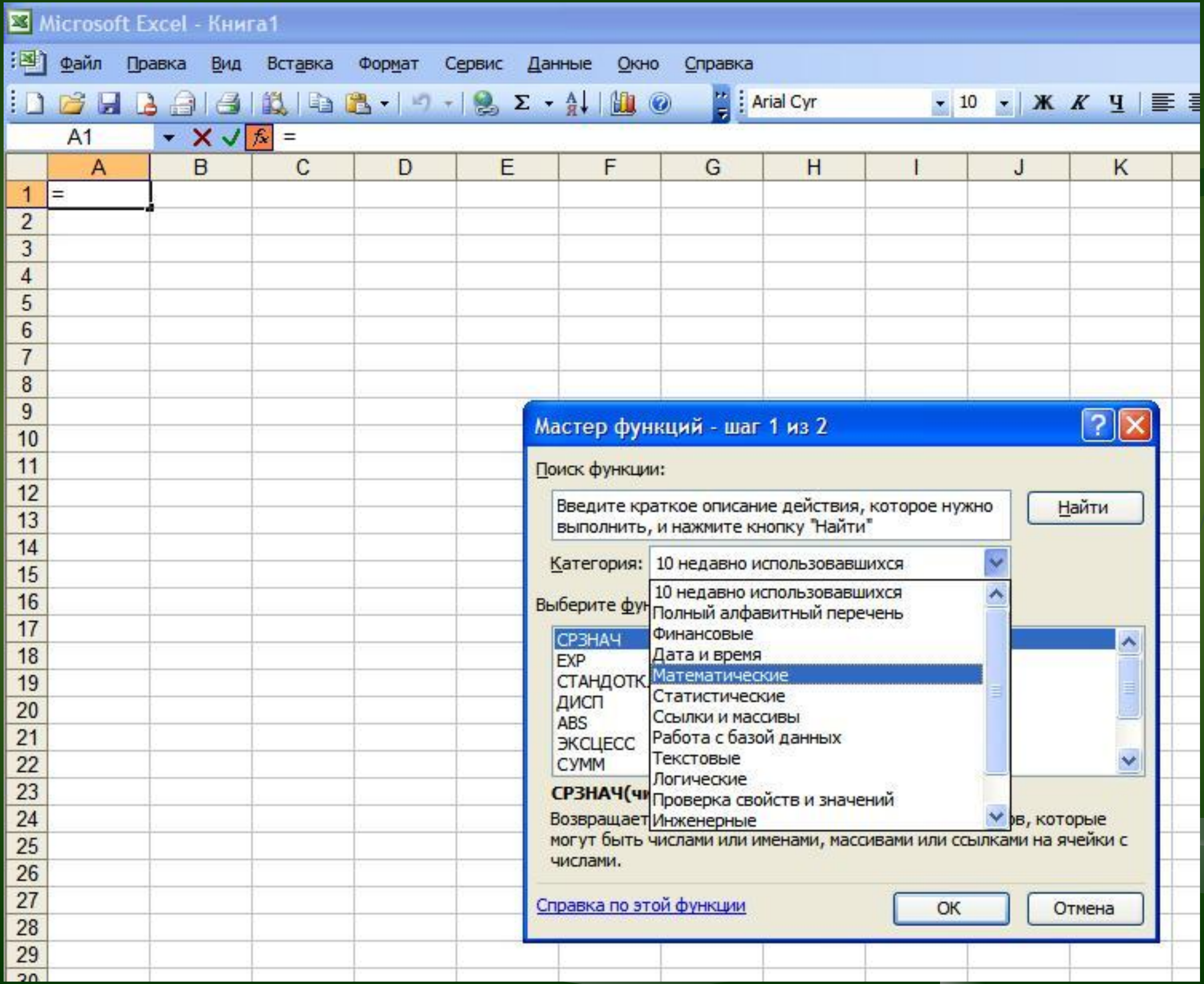
Застосування електронних таблиць Microsoft Excel для розрахунку за формулами комбінаторики:



Використовуємо Майстер функцій

(категорії функцій або Статистичні, або Математичні)

Вибір категорії функцій:

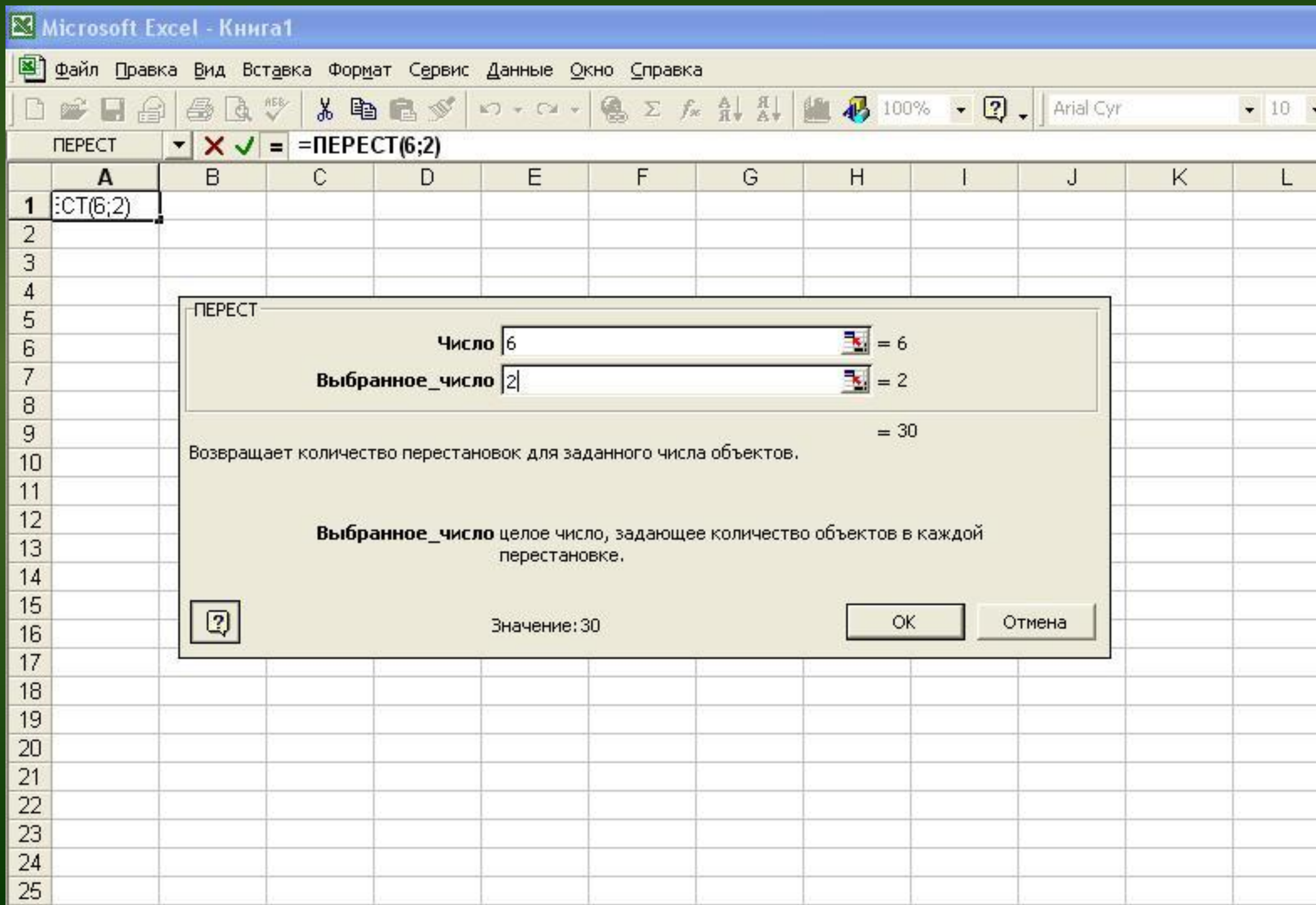


Переставлення і розміщення (категорія Статистичні функція ПЕРЕСТ,):

Необхідно вказати

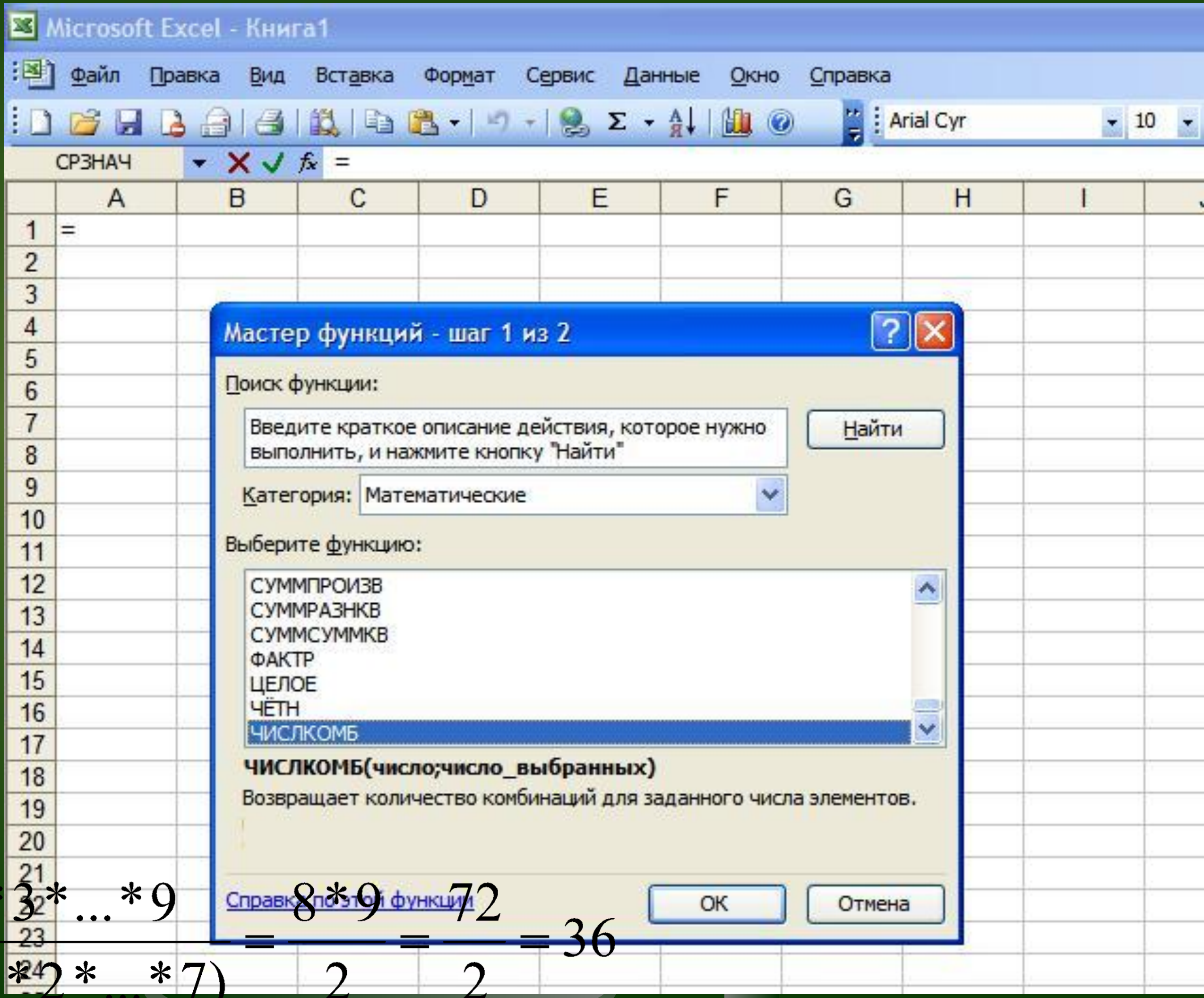
Число n

Вибране_число m



- **Сполучення** – комбінації з n різних елементів по m, які відрізняються складом елементів:

$$C_n^m = \frac{n!}{m! \cdot (n-m)!}$$

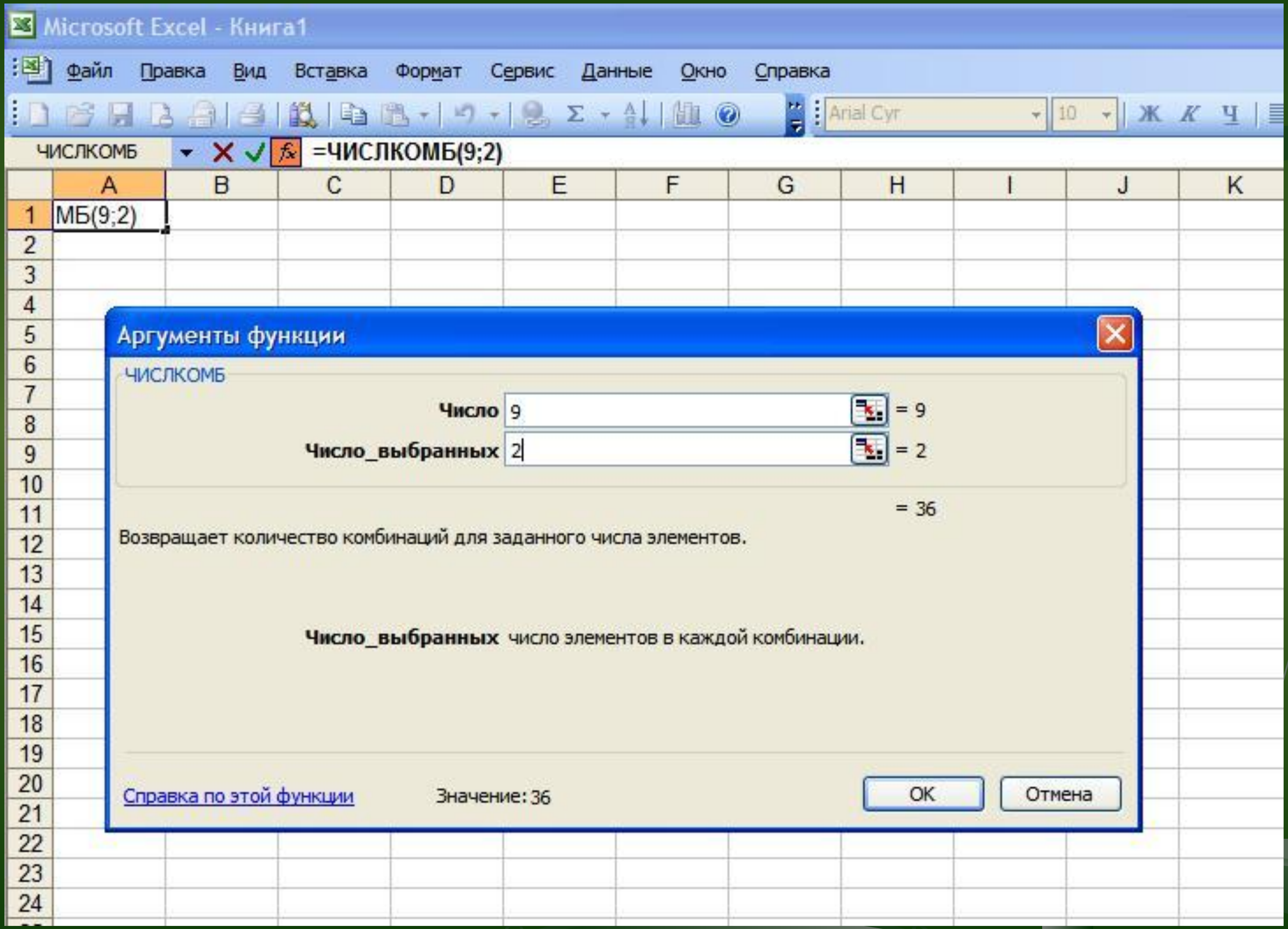


Приклад:
Скількома способами можна витягти 2 мишей з клітки, де сидять 9 мишей?

$$C_9^2 = \frac{9!}{2! \cdot (9-2)!} = \frac{1*2*3*\ldots*9}{1*2*(1*2*\ldots*7)} = \frac{8*9}{2} = \frac{72}{2} = 36$$

Сполучення:

ЧИСЛКОМБ(число; число_вибраних)



до формул комбінаторики:

Правило суми:

- Коли деякий об’єкт А можна вибрати з сукупності об’єктів m способами, а інший об’єкт В можна вибрати з неї n способами, то
- вибрати або А, або В можна (m+n) способами.

Правило добутку:

- Коли об’єкт А можна вибрати з сукупності об’єктів m способами і після кожного такого вибору об’єкт В можна вибрати n способами, то
- пару об’єктів (А,В) у вказаному порядку можна вибрати (m*n) способами.

Приклад:

- У клітці сидять 5 мишей: 3 чорні та 2 білі. Дослідник наудачу бере 2 миші. Яка ймовірність, що серед них будуть такі миші:

а) одна чорна і одна біла,

б) дві чорні

Розв’язок: загальна формула, яку ми використаємо – формула класичного визначення ймовірності:

$$P(A)=\frac{m}{n}$$

Попередні міркування: нам немає різниці, у якому порядку будуть діставати мишей (тобто як би на мишах були номери, то номер витягнутої миші та порядок появи цього номера не мав би значення – головне це колір), тоді у всіх варіантах використовуємо як базову – формулу сполучень:

$$C_n^m=\frac{n!}{m!\cdot(n-m)!}$$

а)

$$P(A)=\frac{m}{n}=\frac{C_3^1\cdot C_2^1}{C_5^2} \longrightarrow$$

$$C_3^1=\frac{3!}{1!\cdot(3-1)!}=\frac{1*2*3}{1*2}=3$$

$$C_2^1=\frac{2!}{1!\cdot(2-1)!}=\frac{1*2}{1}=2$$

$$C_5^2=\frac{5!}{2!\cdot(5-2)!}=\frac{1*2*3*4*5}{1*2*1*2*3}=\frac{120}{12}=10$$

$$P(A)=\frac{3*2}{10}=0{,}6$$

- Аналогічно для завдання б) :

$$P(A)=\frac{m}{n}=\frac{C_3^2\cdot C_2^0}{C_5^2}$$

$$C_3^2=\frac{3!}{2!\cdot(3-2)!}=\frac{1*2*3}{1*2}=3$$

$$C_2^0=\frac{2!}{0!\cdot(2-0)!}=\frac{1*2}{1*2}=1$$

$$C_5^2=\frac{5!}{2!\cdot(5-2)!}=\frac{1*2*3*4*5}{1*2*1*2*3}=\frac{120}{12}=10$$

$$P(A)=\frac{3}{10}=0{,}3$$