Рекомендуемая литература:

а) основная:

1. **Гармаш А.Н., Орлова И.В. Математические методы в управлении:** Учеб. пособие. – М.: Вузовский учебник: ИНФРА-М, 2012.

ЭБС «Znanium.com»: https://www.znanium.com

2. **Методы оптимальных решений в экономике и финансах:** учебник / коллектив авторов; под ред. В.М. Гончаренко, В.Ю. Попова. – М.: КНОРУС, 2014, 2016. – 400 с.

ЭБС «Book.ru»: https://www.book.ru/book/915989

3. **Орлова И.В., Половников В.А. Экономико-математические методы и модели: компьютерное моделирование:** Учеб. пособие. – 3-е изд., перераб. и доп. – М.: Вузовский учебник: ИНФРА-М, 2012, 2014.

ЭБС «Znanium.com»: https://www.znanium.com

4. **Филонова Е.С. Линейные модели в экономике.** Учебное пособие. – Орел: ООО ПФ «Картуш», 2016.

б) <u>дополнительная</u>:

5. Кремер Н.Ш. и др. Исследование операций в экономике: Учебник для вузов. – М.: Издательство ЮРАЙТ, 2014, 2016. – Серия: Бакалавр. Академический курс.

ЭБС «Biblio-online.ru»: https://www. biblio-online.ru

6. Орлова И.В. Экономико-математическое моделирование: Практическое пособие по решению задач. – 2-е изд., испр. и доп. – М.: Вузовский учебник: ИНФРА-М, 2012 – 2014.

ЭБС «Znanium.com»: https://www.znanium.com

7. Экономико-математические методы и прикладные модели: учебник для бакалавриата и магистратуры / В.В. Федосеев, А.Н. Гармаш, И.В. Орлова; под ред. В.В. Федосеева. – 4-е изд. перераб. и доп. – М.: Издательство Юрайт, 2016.

ЭБС «Biblio-online.ru»: https://www. biblio-online.ru

Методические пособия

1. **Методы оптимальных решений.** Методические указания по выполнению контрольной работы. – М.: Финансовый университет, 2016.

2. **Теория игр.** Учебно-методическое пособие. - Орел. ООО ПФ «Картуш», 2013.

3. **Филонова Е.С., Агеев А.В. Экономико-математические методы и прикладные модели. Практикум (по теме «Модели управления товарными запасами»)** для студентов бакалавриата, обучающихся на третьем курсе по направлениям 080500.62 «Менеджмент», 080100.62 «Экономика». – М.: ВЗФЭИ, 2011.

Учебно-методический комплекс

Студент должен сдать:

1) домашнюю контрольную работу, (в том числе пройти по ней собеседование и получить баллы за текущий контроль);

2) экзамен в зимнюю сессию

ВВЕДЕНИЕ В ПРЕДМЕТ

Наша наука должна быть математической хотя бы потому, что мы имеем дело с количествами.

Стенли Джевонс

Математика – это наука о *количественных отношениях* и пространственных формах действительного мира

Методы оптимальных решений – это раздел математической экономики, в котором рассматриваются методы и модели, предназначенные для поиска *оптимальных*, т. е. наиболее выгодных, решений

<u>Модель</u> – это упрощенный образ (подобие) исследуемого явления, процесса, объекта

Современная экономика и управление – это мир моделей

$$Y = \alpha_o K^{\alpha_1} L^{\alpha_2}$$

Бухгалтерский баланс

$$\sum_{\text{ст. АКТИВА}} A = \sum_{\text{ст. ПАССИВА}} \text{П}$$

$$S = P(1 + ni) \qquad S = P(1 + i)^n$$

Сравнение множителей наращения (ставка 15 %, временная база 360 дней)

Срок депозита n	Множители наращения	
	$(1+ni)$	$(1+i)^n$
30 дней	1,0125	1,0117
180 дней	1,075	1,0724
1 год	1,15	1,15
5 лет	1,75	2,0114
10 лет	2,5	4,0456
20 лет	4	16,3665

Виды моделей:

1) физические

2) абстрактные:

а) символические б) словесно-описательные

Цели моделирования:

1) оптимизация

2) имитация

3) анализ и прогнозирование

Экономико-математическая модель (ЭММ) **– это образ экономического объекта, примерно воссоздаваемый с помощью математического языка**

Классификация ЭММ:

1) макро- и микроэкономические;

2) прескриптивные и дескриптивные;

3) статические и динамические;

4) детерминированные и стохастические

Основные этапы решения экономических задач с применением математических методов

1. Постановка экономической проблемы, задачи

2. Моделирование проблемы

3. Получение решения по модели (реализация модели)

4. Внедрение полученного решения, разработка рекомендаций, предложений

Тема: Линейное программирование

- 1.1. Экономико-математическая модель оптимизационной задачи и задачи линейного программирования
- 1.2. Графический метод решения задачи линейного программирования
- 1.3. Симплекс-метод решения задач линейного программирования
- 1.4. Основы теории двойственности

1.1. Экономико-математическая модель оптимизационной задачи и задачи линейного программирования

- **Принцип оптимальности:**

  выбор среди множества допускаемых в данной ситуации решений наиболее выгодного с точки зрения критерия оптимальности

- **Критерии оптимальности:**

  1. Максимум прибыли
  2. Минимум затрат
  3. Максимальное число комплектов
  4. Минимальные временные затраты
  5. Минимальная стоимость перевозок

Модель оптимизационной задачи

$$F = f(x_1, x_2, ..., x_n) \to \max\ (\min)$$

$$\mathrm{g}_1(x_1, x_2, ..., x_n)\ \{\leq, =, \geq\}\ \mathrm{b}_1$$

$$\mathrm{g}_2(x_1, x_2, ..., x_n)\ \{\leq, =, \geq\}\ \mathrm{b}_2$$

....

$$\mathrm{g}_\mathrm{m}(x_1, x_2, ..., x_n)\ \{\leq, =, \geq\}\ \mathrm{b}_\mathrm{m}$$

$$x_j \geq 0,\ \ \mathrm{j} = 1,2,..., \mathrm{n}$$

Общая задача линейного программирования (ЗЛП)

$$F = c_1x_1 + c_2x_2 + \ldots + c_nx_n \to \max\ (\min)$$

$$\mathrm{a}_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n \{\leq, =, \geq\}\, \mathrm{b}_1$$
$$\mathrm{a}_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n \{\leq, =, \geq\}\, \mathrm{b}_2$$

....

$$\mathrm{a}_{\mathrm{m}1}x_1 + a_{m2}x_2 + \ldots + a_{mn}x_n \{\leq, =, \geq\}\, \mathrm{b}_\mathrm{m}$$

$$\mathrm{x}_\mathrm{j} \geq 0,\ \mathrm{j} = 1,2,\ldots,\ \mathrm{n}.$$

Примеры на построение ЭММ

Для изготовления двух видов продукции P_1 и P_2 используют четыре вида ресурсов S_1, S_2, S_3, S_4. Необходимые данные приведены в таблице:

Вид ресурса	Запас ресурса	Количество ресурсов на единицу продукции	
		P_1	P_2
S_1	18	1	3
S_2	16	2	1
S_3	5	-	1
S_4	21	3	-
Прибыль от единицы продукции	-	2	3

ЭММ задачи

$$F = 2x_1 + 3x_2 \to \max$$

$$x_1 + 3x_2 \le 18$$

$$2x_1 + x_2 \le 16$$

$$x_2 \le 5$$

$$3x_1 \le 21$$

$$x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0.$$

C_1	2	0,5	1,5	3	35
C_2	1	2	3	6	47
C_3	3,5	1,5	3	1	15
Объем заказа, шт.	30	17	25	15	

1. Предложить план перевозок, который обеспечивает минимальные совокупные транспортные издержки.

2. Что произойдет с оптимальным планом, если изменятся условия перевозок: а) появится запрет на перевозки со склада C_2 до магазина «Мужская одежда»; б) по этой коммуникации будет ограничен объем перевозок — 6 шт.?

ВАРИАНТ 3

3.1. *Оптимальный план выпуска молочной продукции*. Продукцией городского молочного завода являются молоко, кефир и сметана. На производство 1 т молока, кефира и сметаны требуется соответственно 1,01; 1,01 и 9,45 т молока. При этом затраты рабочего времени при разливе 1 т молока и кефира составляют 0,18 и 0,19 машино-часа. На расфасовке 1 т сметаны заняты специальные автоматы в течение 3,25 часа. Всего для производства цельномолочной продукции завод может использовать 136 т молока. Основное оборудование может быть занято в течение 21,4 машино-часа, а автоматы по расфасовке сметаны — в течение 16,25 часа. Прибыль от реализации 1 т молока, кефира и сметаны соответственно равна 30, 22 и 136 руб. Завод должен ежедневно производить не менее 100 т молока.

Оптимальный план выпуска молочной продукции

Ресурсы	Продукция			Запасы
	Молоко	Кефир	Сметана	
Молоко	1,01	1,01	9,45	136
Основн. обор.	0,18	0,19	-	21,4
Спец. автом.	-	-	3,25	16,25
Прибыль	30	22	136	

$$F = 30x_1 + 22x_2 + 136x_3 \to \max$$

$$1.01x_1 + 1.01x_2 + 9.45x_3 \le 136$$

$$0.18x_1 + 0.19x_2 \le 21.4$$

$$3.25x_3 \le 16.25$$

$$x_1 \ge 100$$

$$x_{1,2,3} \ge 0$$

Решение:

X1	**X2**	**X3**			
118.8889	0	1.684891	**F**		
30	22	136	3795.812		
1	0	0	118.8889	>=	100
1.01	1.01	9.45	136	<=	136
0.18	0.19	0	21.4	<=	21.4
0	0	3.25	5.475897	<=	16.25

Отчет по устойчивости

Изменяемые ячейки						
		Результ.	**Нормир.**	**Целевой**	**Допустимое**	**Допустимое**
Ячейка	**Имя**	**значение**	**стоимость**	**Коэффициент**	**Увеличение**	**Уменьшение**
B3	X1	118.8888889	0	30	1E+30	8.392871067
C3	X2	0	-8.85914168 2	22	8.859141682	1E+30
D3	X3	1.68489124	0	136	144.6930693	136
		Результ.	**Теневая**	**Ограничение**	**Допустимое**	**Допустимое**
Ячейка	**Имя**	**значение**	**Цена**	**Правая часть**	**Увеличение**	**Уменьшение**
E6	F	118.8888889	0	100	18.88888889	1E+30
E7	F	136	14.39153439	136	31.32777778	15.92222222
E8	F	21.4	85.91416814	21.4	2.837623762	3.4
E9	F	5.475896531	0	16.25	1E+30	10.77410347

1.2. Графический метод решения задачи линейного программирования

$$F = c_1x_1 + c_2x_2 + \ldots + c_nx_n \rightarrow \max\ (\min)$$

$$\mathrm{a}_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n \{\leq, =, \geq\}\, \mathrm{b}_1$$
$$\mathrm{a}_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n \{\leq, =, \geq\}\, \mathrm{b}_2$$

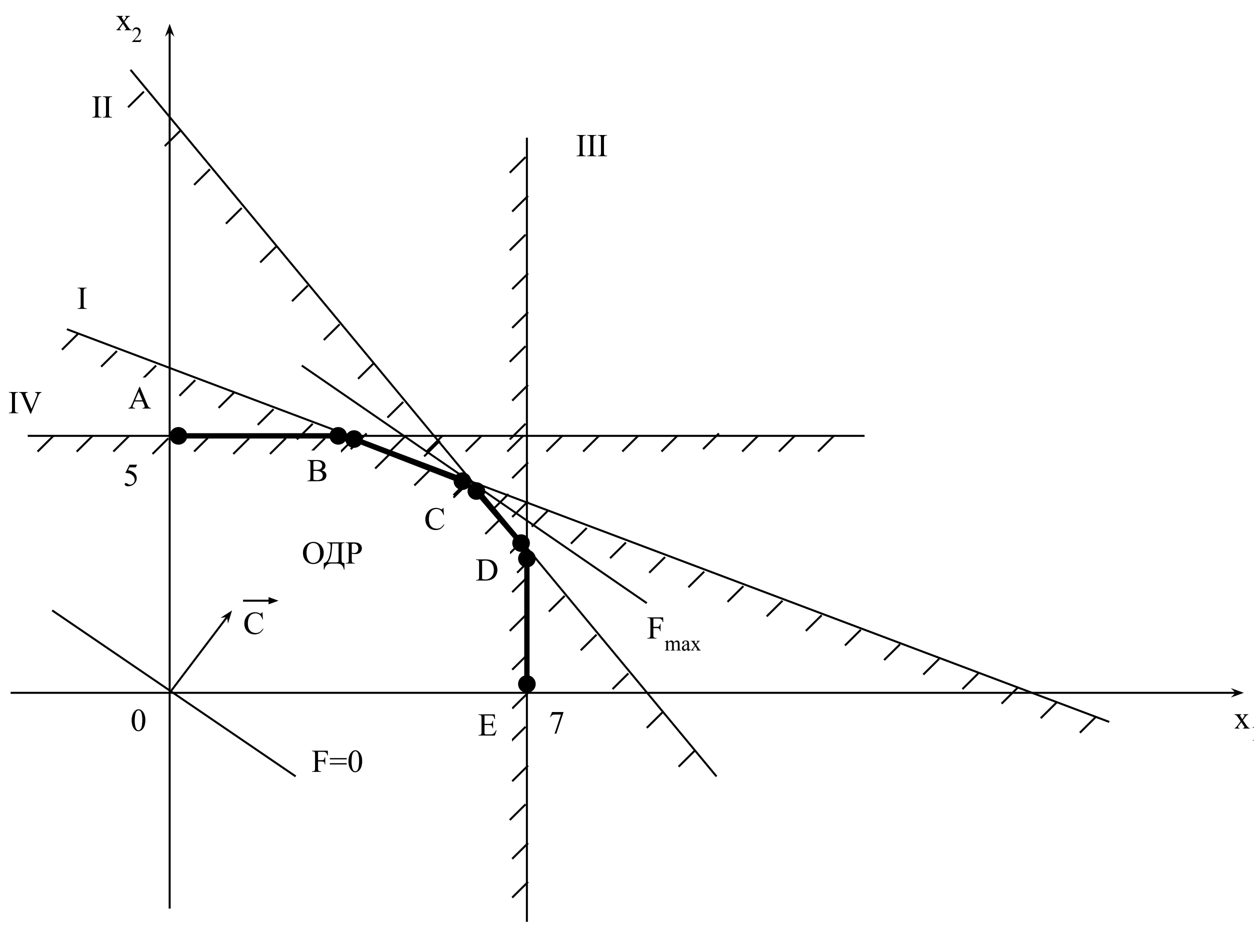
....

$$\mathrm{a}_{\mathrm{m}1}x_1 + a_{m2}x_2 + \ldots + a_{mn}x_n \{\leq, =, \geq\}\, \mathrm{b}_{\mathrm{m}}$$
$$\mathrm{x}_{\mathrm{j}} \geq 0,\ \mathrm{j} = 1,2,\ldots,\ \mathrm{n}.$$

Геометрическая интерпретация линейных неравенств и их систем

$$a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 \le b_i$$

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 \le b_1$$
$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 \le b_2$$
$$\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$$
$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 \le b_m$$



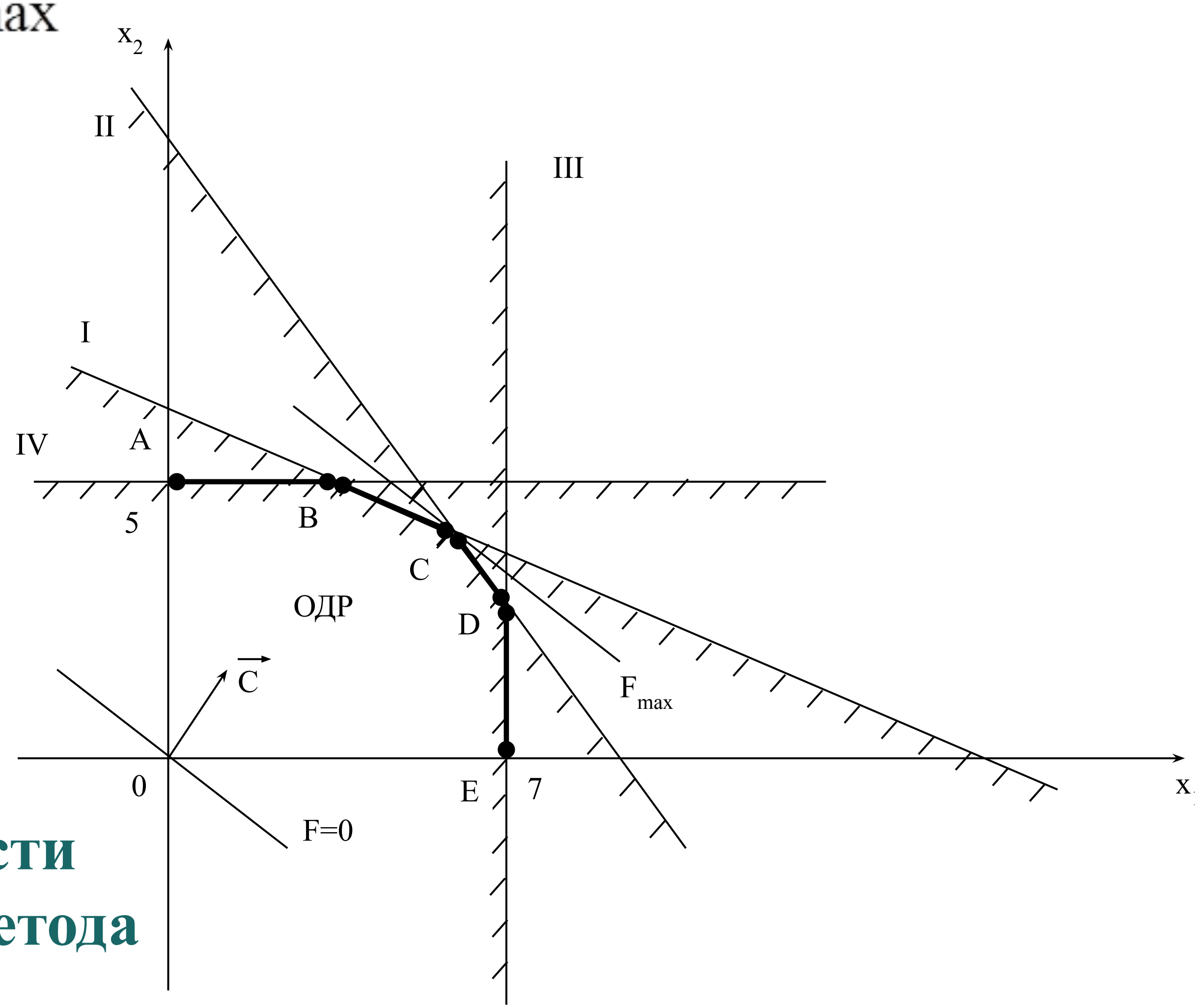
Графический метод. Пример

Для изготовления двух видов продукции P_1 и P_2 используют четыре вида ресурсов S_1, S_2, S_3, S_4. Необходимые данные приведены в таблице:

Вид ресурса	Запас ресурса	Количество ресурсов на единицу продукции	
		P_1	P_2
S_1	18	1	3
S_2	16	2	1
S_3	5	-	1
S_4	21	3	-
Прибыль от единицы продукции	-	2	3

Графический метод. Пример

$$F = 2x_1 + 3x_2 \to \max$$
$$x_1 + 3x_2 \le 18$$
$$2x_1 + x_2 \le 16$$
$$x_2 \le 5$$
$$3x_1 \le 21$$
$$x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0.$$



Анализ чувствительности
Особые случаи граф. метода

1.3. Симплекс-метод решения задач линейного программирования

$$
\begin{cases}
a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1j}x_j + \ldots + a_{1n}x_n = b_1 \\
a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2j}x_j + \ldots + a_{2n}x_n = b_2 \\
\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \ldots + a_{ij}x_j + \ldots + a_{in}x_n = b_i \\
\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \ldots + a_{mj}x_j + \ldots + a_{mn}x_n = b_m
\end{cases}
$$

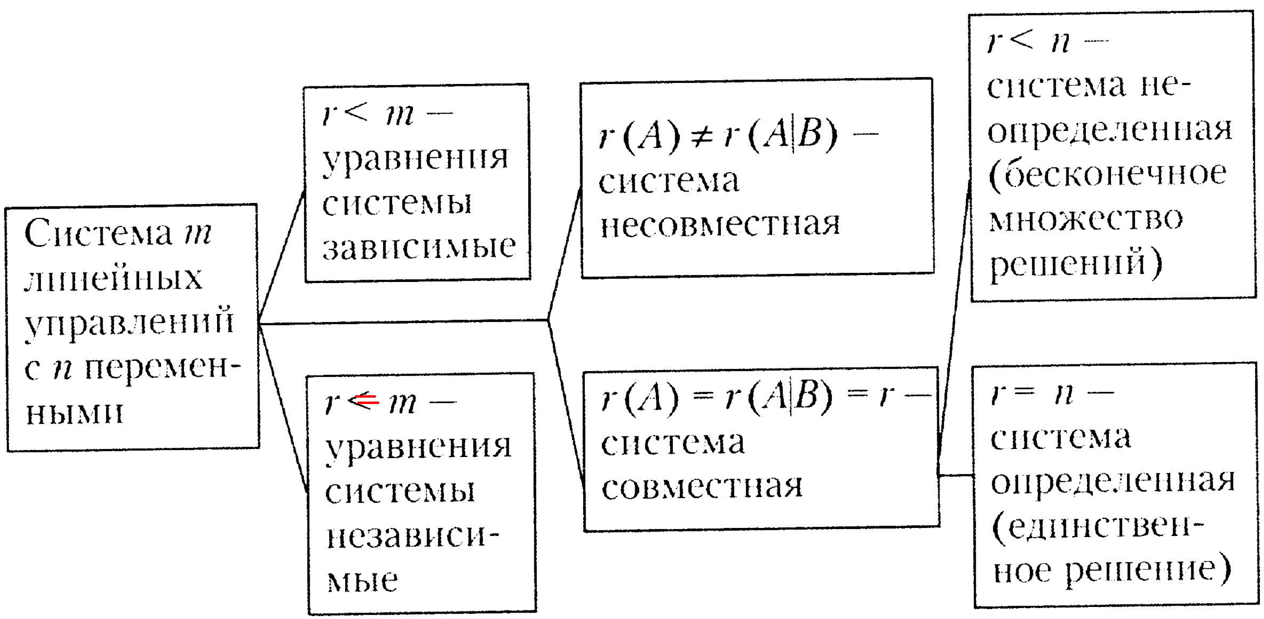


Схема сравнения методов

Графический метод	Алгебраический метод
Графическое представление всех ограничений, включая условие неотрицательности	Задание пространства решений посредством системы из m линейных уравнений с n неотрицательными переменными, $m < n$
Пространство решений состоит из бесконечного количества **допустимых** точек	Задача имеет бесконечное количество **допустимых** решений
↓	↓
Определяются **допустимые угловые точки** пространства решений	Находятся **допустимые базисные решения** системы уравнений
Кандидатами на оптимальное решение будут *конечное* число **угловых точек**	Кандидатами на оптимальное решение будут *конечное* число **базисных допустимых решений**
↓	↓
Целевая функция используется для определения **оптимальной угловой точки** среди всех кандидатов	Целевая функция используется для определения **оптимального базисного допустимого решения** среди всех кандидатов

Основные этапы симплексного метода:

---

1) определение какого-либо ***первоначального допустимого базисного решения*** задачи;

2) ***правило перехода*** к нехудшему решению;

3) ***проверка оптимальности*** допустимого базисного решения.

Различают симплексный метод:

а) с естественным базисом;

б) с искусственным базисом

Симплекс-метод с естественным базисом

$$F = 3x_1 + 4x_2 + 3x_3 + x_4 \to \max$$

$$7x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 6x_4 \le 80$$

$$5x_1 + 8x_2 + 4x_3 + 3x_4 \le 480$$

$$2x_1 + 4x_2 + x_3 + 8x_4 \le 130$$

$$x_1,\ x_2,\ x_3, x_4 \ge 0$$

$$F - 3x_1 - 4x_2 - 3x_3 - x_4 = 0$$

$$7x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 6x_4 + x_5 = 80$$

$$5x_1 + 8x_2 + 4x_3 + 3x_4 + x_6 = 480$$

$$2x_1 + 4x_2 + x_3 + 8x_4 + x_7 = 130$$

Базис	**Свободный член**	**Переменные**							**Оценочные отношения**
		x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	
x_5	80	7	2	2	6	1	0	0	40
x_6	480	5	8	4	3	0	1	0	60
x_7	130	2	$\boxed{4}$	1	8	0	0	1	32.5
F	0	-3	-4	-3	-1	0	0	0	

Первая симплексная таблица

Вторая симплексная таблица

Базис	Свободный член	Переменные							Оценочные отношения
		x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	
x_5	15	6	0	$\boxed{3/2}$	2	1	0	-1/2	10
x_6	220	1	0	2	-13	0	1	-2	110
x_2	32,5	1/2	1	1/4	2	0	0	1/4	130
F	130	-1	0	-2	7	0	0	1	

Третья симплексная таблица

Базис	Свободный член	Переменные							Оценочные отношения
		x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	
x_3	10	4	0	1	4/3	2/3	0	-1/3	
x_6	200	-7	0	0	$-15\frac{2}{3}$	-4/3	1	14	
x_2	30	-1/2	1	0	$1\frac{2}{3}$	-1/6	0	$2\frac{1}{4}$	
F	150	7	0	0	$9\frac{2}{3}$	4/3	0	1/3	

1.4. Основы теории двойственности

$$F(X) = c_1x_1 + c_2x_2 + \ldots + c_nx_n \to \max$$

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n \le b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n \le b_2 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \ldots + a_{mn}x_n \le b_m \\ x_i \ge 0,\ \mathrm{i} = 1,\ldots,\mathrm{n} \end{cases}$$

$$Z(X) = b_1y_1 + b_2y_2 + \ldots + b_my_m \to \min$$

$$\begin{cases} a_{11}y_1 + a_{21}y_2 + \ldots + a_{m1}y_m \ge c_1 \\ a_{12}y_1 + a_{22}y_2 + \ldots + a_{m2}y_m \ge c_2 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_{1n}y_1 + a_{2n}y_2 + \ldots + a_{mn}y_m \ge c_n \\ y_i \ge 0,\ \mathrm{i} = 1,\ldots,\mathrm{m}, \end{cases}$$

Отчет по устойчивости

Изменяемые ячейки						
		Результ.	**Нормир.**	**Целевой**	**Допустимое**	**Допустимое**
Ячейка	**Имя**	**значение**	**стоимость**	**Коэффициент**	**Увеличение**	**Уменьшение**
B3	X1	118.8888889	0	30	1E+30	8.392871067
C3	X2	0	-8.859141682	22	8.859141682	1E+30
D3	X3	1.68489124	0	136	144.6930693	136
		Результ.	**Теневая**	**Ограничение**	**Допустимое**	**Допустимое**
Ячейка	**Имя**	**значение**	**Цена**	**Правая часть**	**Увеличение**	**Уменьшение**
E6	F	118.8888889	0	100	18.88888889	1E+30
E7	F	136	14.39153439	136	31.32777778	15.92222222
E8	F	21.4	85.91416814	21.4	2.837623762	3.4
E9	F	5.475896531	0	16.25	1E+30	10.77410347

Теоремы двойственности

Теорема 1

$$F_{\max} = Z_{\min}$$

Теорема 2

$$y_i\left(\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j - b_i\right) = 0;$$

$$x_j\left(\sum_{i=1}^{m} a_{ij}y_i - c_j\right) = 0$$

Теорема 3

$$\frac{\partial F_{\max}}{\partial b_i} = y_i^*, \mathrm{i} = 1, 2, \ldots, \mathrm{m}.$$

Пример

Задача об оптимальном использовании ресурсов (задача о коврах)

В распоряжении фабрики имеется определенное количество ресурсов: рабочая сила (80 чел.-дней), сырье (480 кг), оборудование (130 станко-часов). Фабрика может выпускать ковры четырех типов. Данные о количестве единиц каждого ресурса, необходимых для производства одного ковра каждого типа, и доходах, получаемых предприятием от единицы каждого типа товаров, приведены в таблице. Необходимо составить план производства, максимизирующий доход от реализации.

Ресурсы	Нормы расхода ресурсов на один ковер				Наличие ресурсов
	«Лужайка»	«Силуэт»	«Детский»	«Дымка»	
Труд	7	2	2	6	80
Сырье	5	8	4	3	480
Оборудование	2	4	1	8	130
Цена ковра, тыс. руб.	3	4	3	1	

Пример

$$F = 3x_1 + 4x_2 + 3x_3 + x_4 \to \max$$

$$7x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 6x_4 \le 80$$

$$5x_1 + 8x_2 + 4x_3 + 3x_4 \le 480$$

$$2x_1 + 4x_2 + x_3 + 8x_4 \le 130$$

$$x_1,\ x_2,\ x_3, x_4 \ge 0.$$

$$Z = 80y_1 + 480y_2 + 130y_3 \to \min$$

$$7y_1 + 5y_2 + 2y_3 \ge 3$$

$$2y_1 + 8y_2 + 4y_3 \ge 4$$

$$2y_1 + 4y_2 + y_3 \ge 3$$

$$6y_1 + 3y_2 + 8y_3 \ge 1$$

$$y_1,\ y_2, y_3 \ge 0.$$

Пример

$$7 \cdot 0 + 2 \cdot 30 + 2 \cdot 10 + 6 \cdot 0 = 80$$

$$5 \cdot 0 + 8 \cdot 30 + 4 \cdot 10 + 3 \cdot 0 = 280 < 480$$

$$2 \cdot 0 + 4 \cdot 30 + 10 + 8 \cdot 0 = 130$$

$$\begin{cases} 2y_1 + 8y_2 + 4y_3 = 4 \\ 2y_1 + 4y_2 + y_3 = 3 \\ y_2 = 0 \end{cases}$$

$$4 - 4y_3 + y_3 = 3$$

$$y_3 = \frac{1}{3}$$

$$y_1 = 1\frac{1}{3}, \quad y_2 = 0, \quad y_3 = \frac{1}{3}$$

$$\begin{cases} y_1 + 2y_3 = 2 \\ 2y_1 + y_3 = 3 \end{cases}$$

$$y_1 = 2 - 2 \cdot \frac{1}{3}$$

$$Z_{\min} = 80 \cdot 1\frac{1}{3} + 480 \cdot 0 + 130 \cdot \frac{1}{3} = 150.$$

$$y_1 = 1\frac{1}{3}.$$

$$\begin{cases} y_1 = 2 - 2y_3 \\ 2(2 - 2y_3) + y_3 = 3 \end{cases}$$

Целесообразность включения в план производства новых видов изделий

$$\Delta_j = a_{1j} y_1 + a_{2j} y_2 + \ldots + a_{mj} y_m - c_j$$

$$\Delta_j = 5 \cdot 4/3 + 2 \cdot 0 + 9 \cdot 1/3 - 2 = 29/3 - 6/3 = 23/3 > 0$$

Тема. Специальные задачи линейного программирования

2.1. Задачи дискретного программирования

2.2. Транспортная задача

2.3. Задача о назначениях

Специальные задачи линейного программирования

1. Задачи дискретного программирования:

   - целочисленные,
   - с двоичными переменными.

2. Транспортные задачи:

   - задачи о назначениях

2.1. Задачи дискретного программирования

Модель задачи <u>целочисленного</u> программирования

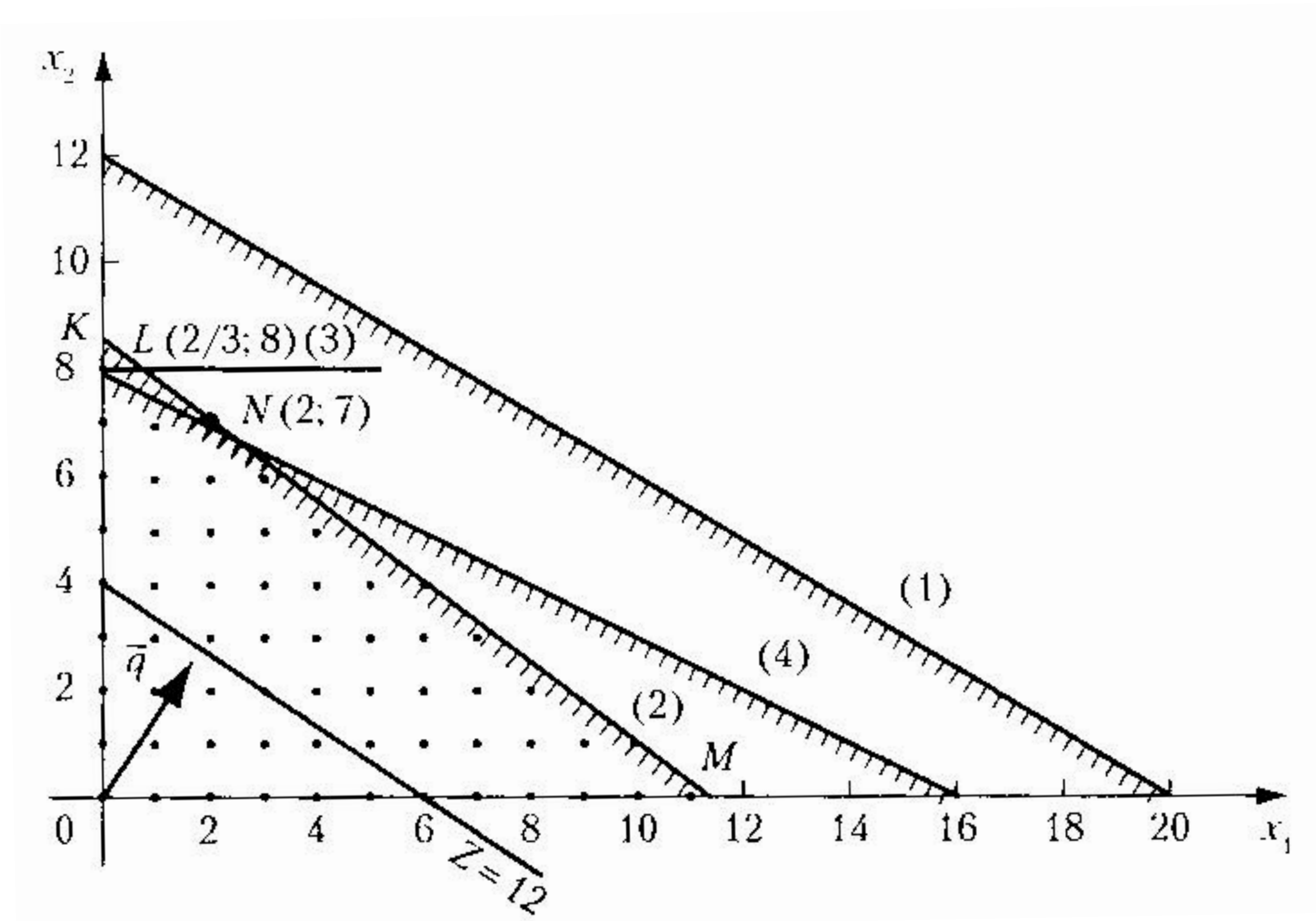
$$F(X) = c_1x_1 + c_2x_2 + \ldots + c_nx_n \to \max$$

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n \le b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n \le b_2 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \ldots + a_{mn}x_n \le b_m \\ x_j \ge 0,\ \ \mathrm{j} = 1,\ldots,\mathrm{n} \\ \mathrm{x_j}\ \text{ - целые числа} \end{cases}$$

<u>Методы</u> целочисленной оптимизации:

1. Методы отсечения
2. Комбинаторные методы
3. Приближенные методы

Сущность методов отсечения



Задачи с двоичными переменными

Управляющему банком предложены четыре проекта, претендующие на получение кредита в банке. Ресурс банка в каждом периоде, потребности проектов и прибыль по ним приведены в таблице (в усл. ед.):

Какие проекты следует финансировать, если цель состоит в максимизации прибыли банка от кредитования?

Проект	Потребности проектов в объемах кредитов				Прибыль
	Период 1	Период 2	Период 3	Период 4	
А	8	8	10	10	34
Б	7	9	9	11	30
В	5	7	9	11	27
Г	9	8	7	6	39
Ресурс банка	22	25	38	30	

2.2. Транспортная задача

Поставщики	**Потребители**						**Запасы**
	B_1	B_2	$\cdots$	B_j	$\cdots$	B_n	
A_1	c_{11}	c_{12}	$\cdots$	c_{1j}	$\cdots$	c_{1n}	a_1
A_2	c_{21}	c_{22}	$\cdots$	c_{2j}	$\cdots$	c_{2n}	a_2
$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$
A_i	c_{i1}	c_{i2}	$\cdots$	c_{ij}	$\cdots$	c_{in}	a_i
$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$
A_m	c_{m1}	c_{m2}	$\cdots$	c_{mj}	$\cdots$	c_{mn}	a_m
Потребности	b_1	b_2	$\cdots$	b_j	$\cdots$	b_n	

Различают *открытую* и *закрытую* транспортные задачи

Закрытая транспортная задача

$$\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} c_{ij}x_{ij} \to \min$$

$$\sum_{i=1}^{m} a_i = \sum_{j=1}^{n} b_j$$

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} = b_j,$$

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = a_i,$$

$$x_{ij} \ge 0.$$

Открытая транспортная задача

$$\sum_{i=1}^{m} a_i < \sum_{j=1}^{n} b_j$$

$$\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} c_{ij}x_{ij} \to \min$$

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} \le b_j,$$

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = a_i,$$

$$x_{ij} \ge 0.$$

$$\sum_{i=1}^{m} a_i > \sum_{j=1}^{n} b_j$$

$$\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} c_{ij}x_{ij} \to \min$$

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} = b_j,$$

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} \le a_i,$$

$$x_{ij} \ge 0.$$

Пример

Поставщики	**Потребители**				**Запасы**
	1	2	3	4	
1	4	1	2	5	40
2	3	2	3	7	60
3	4	4	5	2	90
Потребности	45	35	55	65	

Экономико-математическая модель задачи

$$F = 4 \cdot x_{11} + 1 \cdot x_{12} + 2 \cdot x_{13} + 5 \cdot x_{14} + 3 \cdot x_{21} + 2 \cdot x_{22}$$
$$+ 3 \cdot x_{23} + 7 \cdot x_{24} + 4 \cdot x_{31} + 4 \cdot x_{32} + 5 \cdot x_{33} + 2 \cdot x_{34} \to \min$$

$$\sum_{i=1}^{3} \sum_{j=1}^{4} c_{ij} x_{ij} \to \min$$

$$\sum_{i=1}^{3} x_{ij} \le b_j, \quad (1)$$

$$\sum_{j=1}^{4} x_{ij} = a_i, \quad (2)$$

$$x_{ij} \ge 0.$$

$$x_{11} + x_{21} + x_{31} \le 45$$
$$x_{12} + x_{22} + x_{32} \le 35$$
$$x_{13} + x_{23} + x_{33} \le 55$$
$$x_{14} + x_{24} + x_{34} \le 65$$

$$x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} = 40$$
$$x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} = 60$$
$$x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} = 90$$
$$x_{ij} \ge 0$$

2.3. Задачи о назначениях

$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_{ij}$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_{ij} = 1,$$

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = 1,$$

x_{ij} — двоичны

Пример

Предприниматель имеет 6 торговых точек по продаже продуктов питания. На следующий рабочий день он располагает 5 продавцами (один из продавцов не успел оформить медицинскую книжку). Из анализа сдачи ежедневной выручки в прошлом, предприниматель произвел оценку среднедневного объема продаж продуктов в различных торговых точках каждым из продавцов (произвел оценку элементов матрицы эффективностей назначений). Результаты этой оценки представлены в таблице. Назначение продавца Б на торговую точку III недопустимо по медицинским показаниям, т.е. в матрице эффективностей проставлен запрет – «-».

Как предприниматель должен осуществить назначение продавцов по торговым точкам, чтобы достичь максимального объема продаж?

Продавец	Среднедневной объем продаж по торговым точкам, у.е.					
	I	II	III	IV	V	VI
А	68	72	75	83	75	69
Б	56	60	-	63	61	59
В	35	38	40	45	25	27
Г	40	42	47	45	53	36
Д	62	70	68	67	69	70