4.6. СПОСОБЫ ЗАДАНИЯ ПЛОСКОСТИ

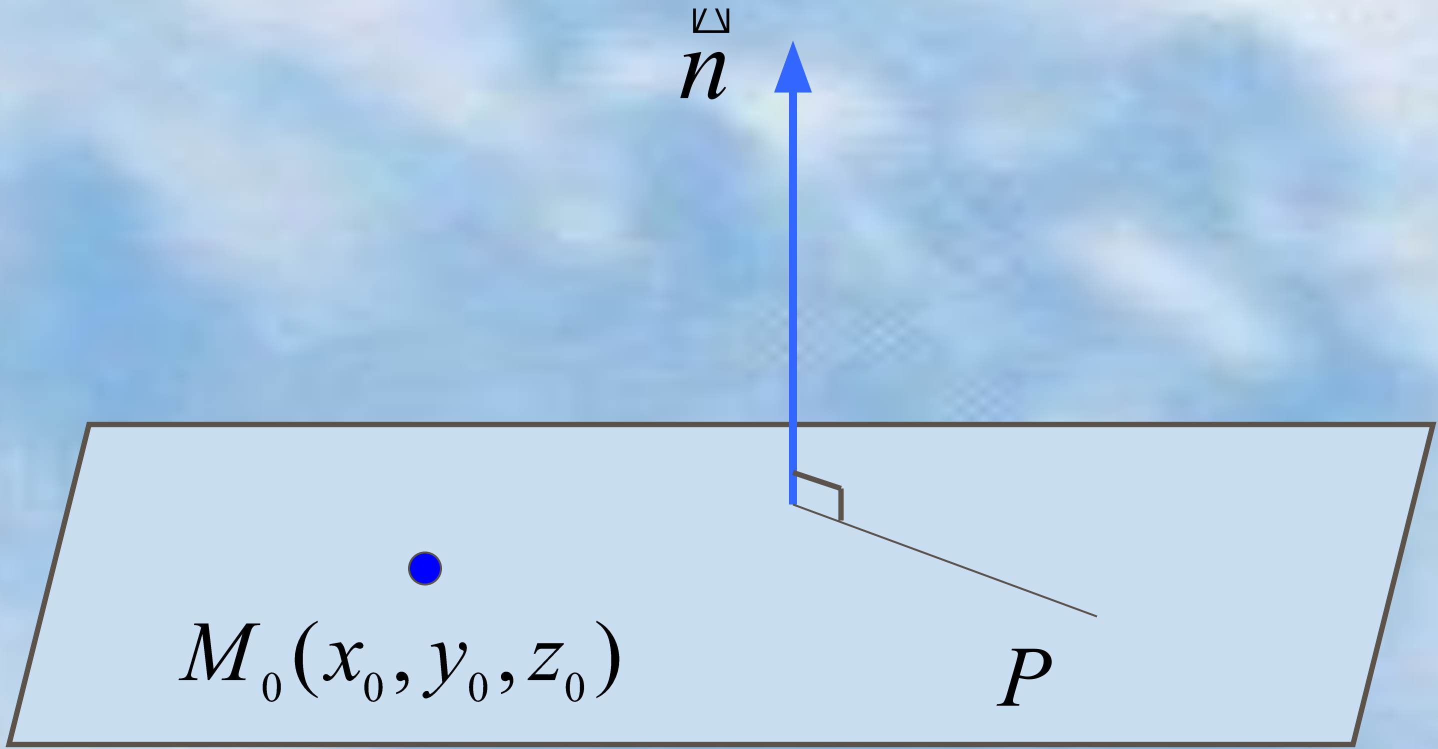
1. Уравнение плоскости, проходящей через заданную точку и перпендикулярной заданному вектору

Пусть плоскость *P*, проходит через заданную точку

$$M_0(x_0, y_0, z_0)$$

и перпендикулярна вектору $\vec{n} = (A, B, C)$

Этот вектор называется нормальным вектором плоскости *P*.


$\vec{n}$
$M_0(x_0, y_0, z_0)$
P

Выберем на плоскости произвольную точку $M(x, y, z)$

Тогда

$$\overrightarrow{MM_0} = (x - x_0, y - y_0, z - z_0)$$

и

$$\overrightarrow{MM_0} \perp \vec{n}$$

Тогда скалярное произведение этих векторов должно быть равно нулю:

$$(\overrightarrow{MM_0}, \vec{n}) = 0$$

Распишем его в координатах:

$$(\overrightarrow{MM_0}, \vec{n}) = A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$$

$$A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$$

1

уравнение плоскости, проходящей через заданную точку и перпендикулярной заданному вектору

2. Общее уравнение плоскости

Раскроем скобки в уравнении (1):

$$Ax - Ax_0 + By - By_0 + Cz - Cz_0 = 0$$

Обозначим:

$$-Ax_0 - By_0 - Cz_0 = D$$

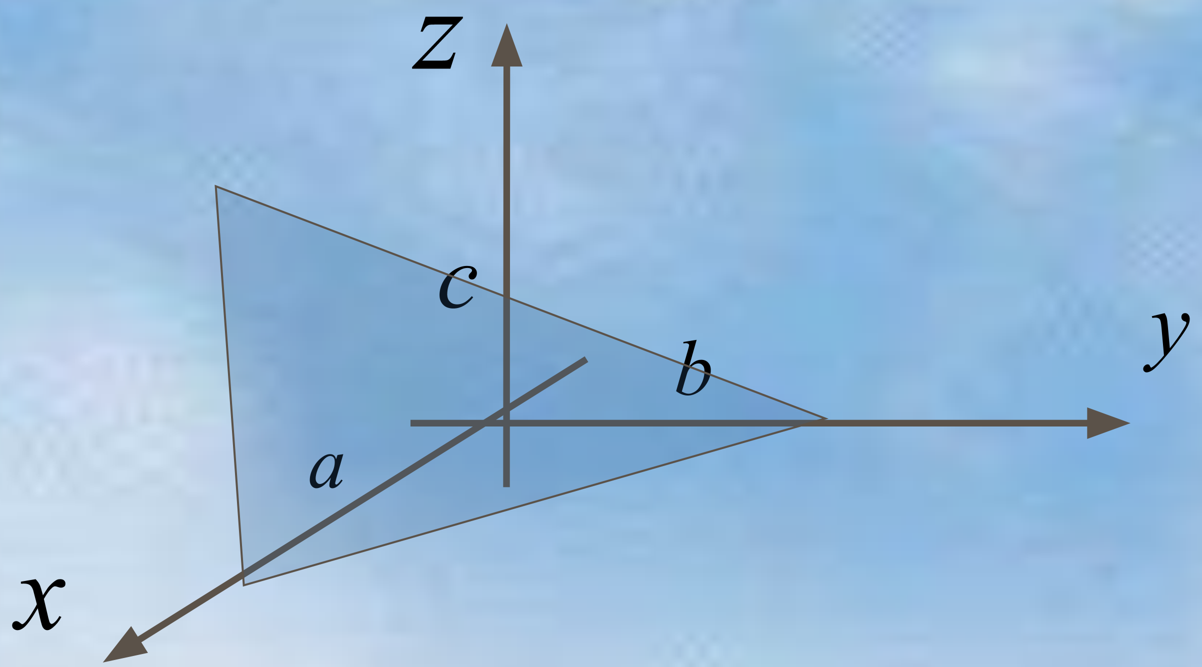
$$Ax + By + Cz + D = 0$$

2

общее уравнение плоскости

3. Уравнение плоскости в отрезках

Пусть плоскость Р отсекает на осях координат отрезки, равные соответственно *a,b,c*.



$$\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$$

3

уравнение плоскости в отрезках

4. Уравнение плоскости, проходящей через три точки

Пусть задана плоскость, проходящая через три точки:

$$M_1(x_1, y_1, z_1) \qquad M_2(x_2, y_2, z_2) \qquad M_3(x_3, y_3, z_3)$$

Тогда уравнение этой плоскости можно записать в виде равенства нулю определителя:

$$\begin{vmatrix} x - x_1 & y - y_1 & z - z_1 \\ x_2 - x_1 & y_2 - y_1 & z_2 - z_1 \\ x_3 - x_1 & y_3 - y_1 & z_3 - z_1 \end{vmatrix} = 0$$

4

уравнение плоскости, проходящей через три точки

Пусть даны две плоскости с нормальными векторами

$$\vec{n}_1 = (A_1, B_1, C_1) \qquad \vec{n}_2 = (A_2, B_2, C_2)$$

Условия параллельности и перпендикулярности плоскостей определяются условиями коллинеарности и перпендикулярности их нормальных векторов:

$$\vec{n}_1 \parallel \vec{n}_2$$

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} = \frac{C_1}{C_2}$$

Условие параллельности двух плоскостей

$$A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2 = 0$$

Условие перпендикулярности двух плоскостей

Пусть дана точка

$$M_0 = (x_0, y_0, z_0)$$

И плоскость

$$Ax + By + Cz + D = 0$$

Тогда расстояние от точки до плоскости определяется по формуле:

$$d = \frac{\left| Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D \right|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$$

расстояние от точки до плоскости