

10.4. ПРИМЕНЕНИЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛА В ПРИБЛИЖЕННЫХ ВЫЧИСЛЕНИЯХ

Приращение функции отличается от дифференциала на бесконечно малую величину:

$$\Delta y = dy + \alpha(\Delta x) \cdot \Delta x$$

Поэтому при достаточно малых Δx :

$$\Delta y \approx dy$$

ИЛИ

$$f(x + \Delta x) \approx f(x) + f'(x) \cdot \Delta x$$

Эта формула может использоваться для приближенных вычислений.

Пример.

Вычислить приближенно

$$\sqrt[4]{16,64}$$

Решение:

Получим вначале приближенную формулу для вычисления корней n -ой степени.

$$f(x) = \sqrt[n]{x}$$

Находим производную функции:

$$f'(x) = \frac{1}{n} \cdot x^{\frac{1}{n}-1} = \frac{\sqrt[n]{x}}{n \cdot x}$$

$$\begin{aligned} f(x + \Delta x) &= \sqrt[n]{x + \Delta x} \approx \sqrt[n]{x} + \frac{\sqrt[n]{x}}{n \cdot x} \cdot \Delta x = \\ &= \sqrt[n]{x} \left(1 + \frac{\Delta x}{n \cdot x} \right) \end{aligned}$$

В нашем примере :

$$\sqrt[4]{x + \Delta x} \approx \sqrt[4]{x} \left(1 + \frac{\Delta x}{4 \cdot x} \right)$$

В качестве x возьмем число, близкое к 16.64 , но так, чтобы был известен корень 4 степени из этого числа, при этом Δx должно быть малым:

$$x = 16 \quad \Delta x = 0.64$$

Тогда

$$\sqrt[4]{16.64} \approx \sqrt[4]{16} \left(1 + \frac{0.64}{4 \cdot 16} \right) = 2.02$$