

# Показников а функція

**Підготували:**

**Рожкова Алла Анатоліївна**, вчитель математики  
ЗОШ № 2 м. Черкаси, I категорія

**Бушина Інна Борисівна**, вчитель математики та  
інформатики, ЗОШ № 5, вища категорія, вчитель-  
методист

# Означення показникової функції

Функція  $y=a^x$ , де  $a>0$  і  $a\neq 1$

називається показниковою (з основою  $a$ ).

Наприклад:

$$1) y = 2,5^x;$$

$$2) y = \sqrt{3^{x+2}};$$

$$3) y = \left(\frac{1}{7}\right)^{3x-1};$$

$$4) y = 3^{|\cos x|}.$$

Які з наведених функцій є показниковими :

$$1) y = 3^x;$$

$$2) y = x^3;$$

$$3) y = 1^x;$$

$$4) y = (-4)^x;$$

$$5) y = \left(\sqrt{201}\right)^{x+3};$$

$$6) y = x^{0,6};$$

$$7) y = (x-5)^8;$$

$$8) y = \left(1 - \sqrt{7}\right)^x;$$

$$9) y = 9^{-x};$$

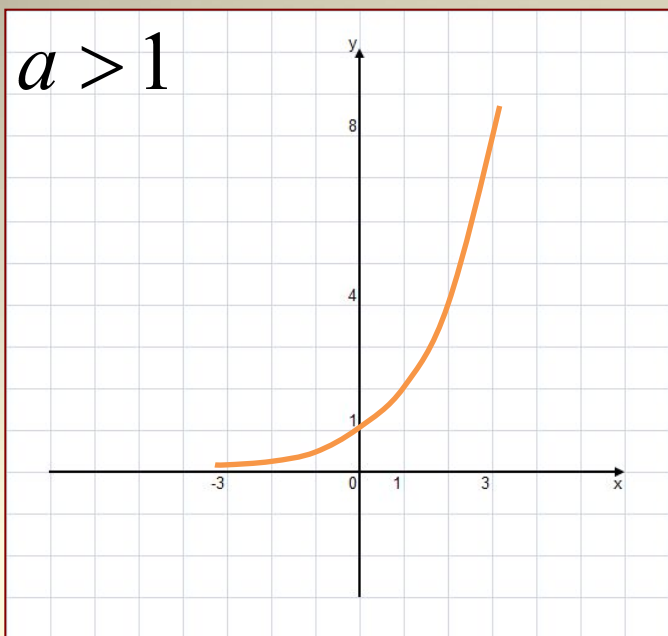
$$10) y = x^{-x};$$

$$11) y = \pi^x;$$

$$12) y = \left(\frac{2}{3}\right)^{\sqrt{5-x}}.$$

# Графік показникової функції

$x$	-3	-2	-1	0	1	2	3
$y=2^x$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4	8

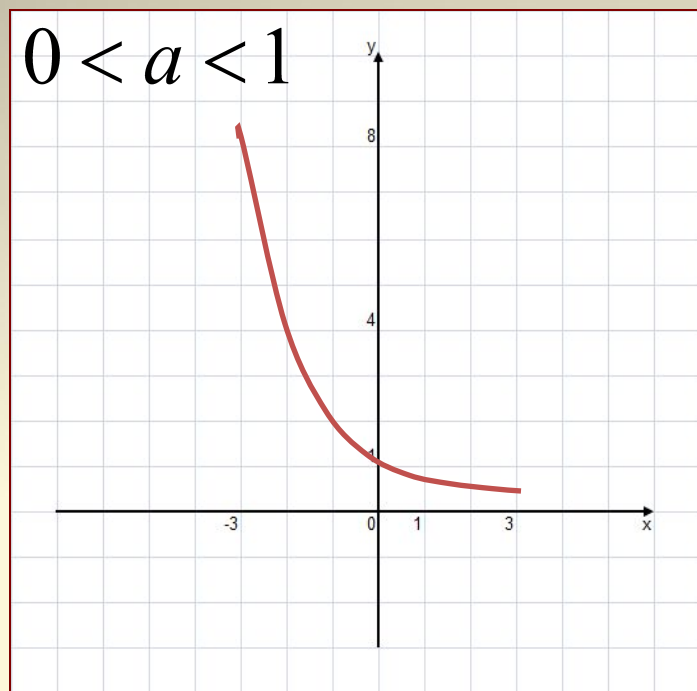


## Властивості:

- 1)  $D(y) = \mathbb{R}$  ;
- 2)  $E(y) = (0; \infty)$  ;
- 3) Функція зростає при  $x \in \mathbb{R}$  ;
- 4) Графік функції перетинає  $Oy$  в точці  $(0; 1)$ .

# Графік показникової функції

$x$	-3	-2	-1	0	1	2	3
$y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$	8	4	2	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$

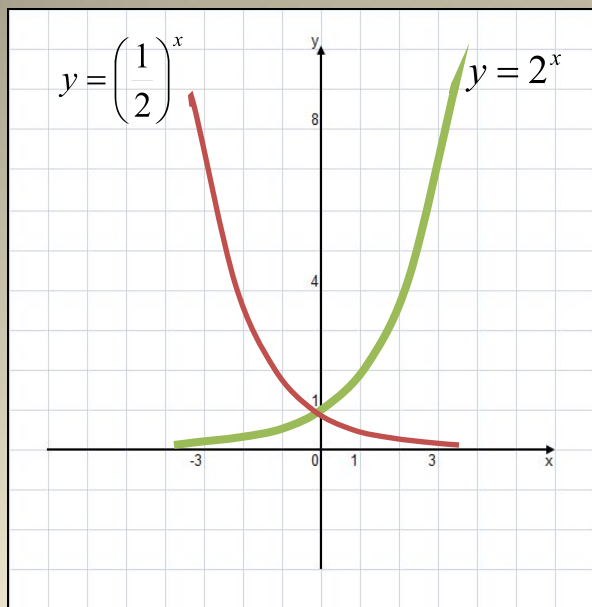


## Властивості:

- 1)  $D(y) = \mathbb{R}$ ;
- 2)  $E(y) = (0; \infty)$  ;
- 3) Функція спадає при  $x \in \mathbb{R}$  ;
- 4) Графік ф-ції перетинає  $Oy$  в точці  $(0; 1)$ .

# Загальні властивості

$$y = a^x, \quad (a > 0, a \neq 1)$$



**$0 < a < 1$**

- $D(y) = R$ ;
- $E(y) = (0; \infty)$ ;
- якщо  $x = 0$ , то  $y = 1$ ;
- спадає
- $x_1 > x_2 \Leftrightarrow a^{x_1} < a^{x_2}$ ;
- якщо  $x < 0$ , то  $y > 1$ ;
- якщо  $x > 0$ , то  $y < 1$ .

**$a > 1$**

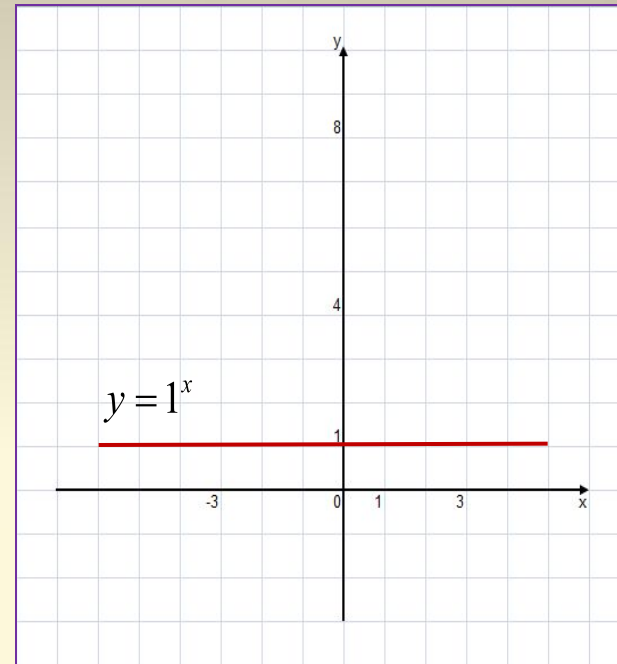
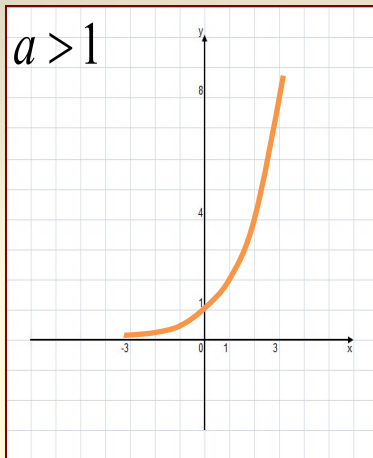
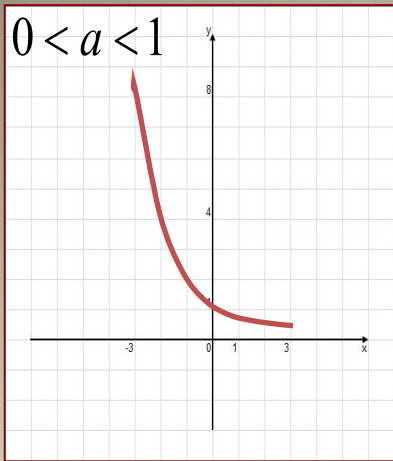
- $D(y) = R$ ;
- $E(y) = (0; \infty)$ ;
- якщо  $x = 0$ , то  $y = 1$ ;
- зростає
- $x_1 > x_2 \Leftrightarrow a^{x_1} > a^{x_2}$ ;
- якщо  $x < 0$ , то  $y < 1$ ;
- якщо  $x > 0$ , то  $y > 1$ .

Графік показникової функції називається експонентою.

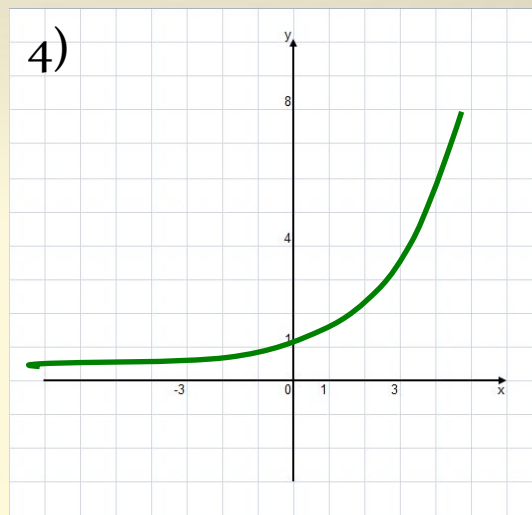
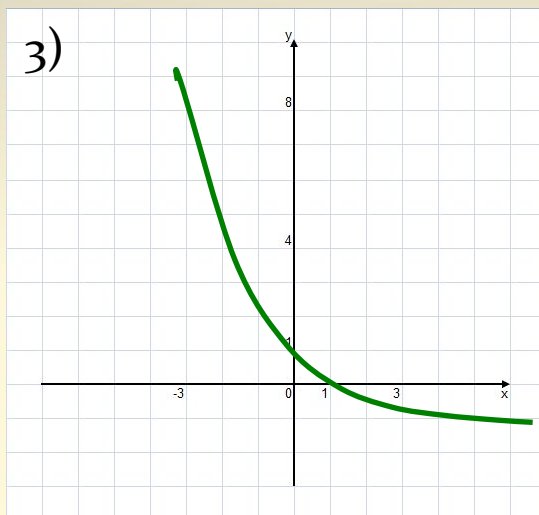
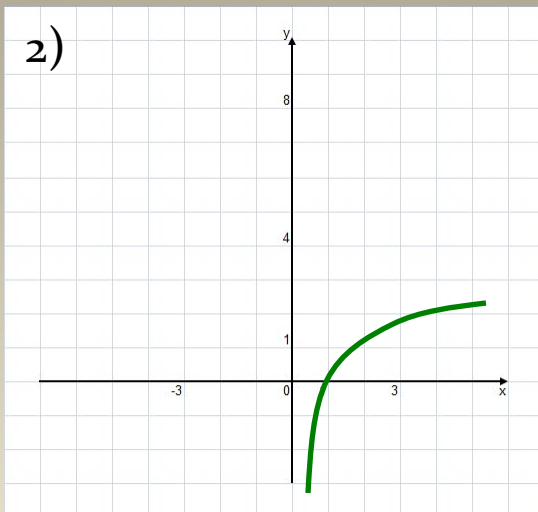
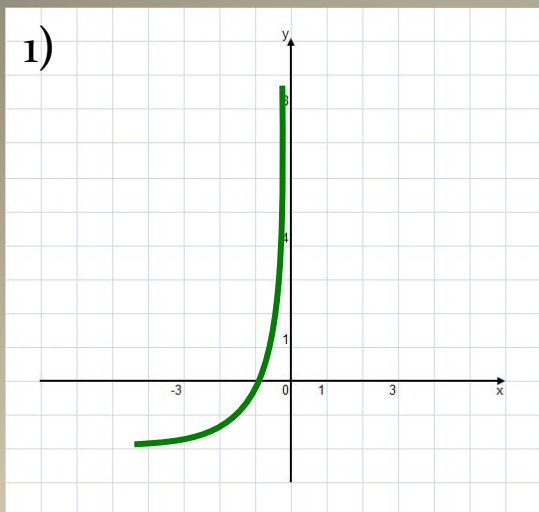
# Запам'ятай!

## Окремий випадок

Якщо  $a=1$ , то функція постійна.



# Які з графіків є графіками показникової функції:





# Застосування властивостей

Порівняти  $x$  і  $y$ ,

якщо:  
а)  $0,3^x > 0,3^y$  (т.я.  $0,3 < 1$ , то  $x < y$ );

$$\text{в) } \left(\frac{1}{3}\right)^x < \left(\frac{1}{3}\right)^y \\ (x > y)$$

б)  $5^x < 5^y$  (т.я.  $5 > 1$ , то  $x < y$ );

Порівняти  $a$  з одиницею ( $a > 0$ ),

якщо:

а)  $a^7 > a^{10}$  (функція  $y = a^t$  із зростанням аргументу спадає, тому  $a < 1$ );

б)  $a^{-5} < a^{-3}$  (із збільшенням показника степінь збільшується, тому  $a > 1$ ).

# Виконайте:

1) Знайти область визначення ф-ції:

$$a) y = 7^{2x};$$

$$б) y = 2^{\sqrt{x}};$$

$$в) y = 13^{\frac{1}{x-2}}.$$

2) Який висновок можна зробити щодо  $a$  ( $a > 0$ ), якщо:

$$a) a^{0,3} < 1;$$

$$б) a^{\frac{1}{3}} > a^{\frac{2}{7}};$$

$$в) a^{\sqrt{2}} > a^{\sqrt{5}}.$$

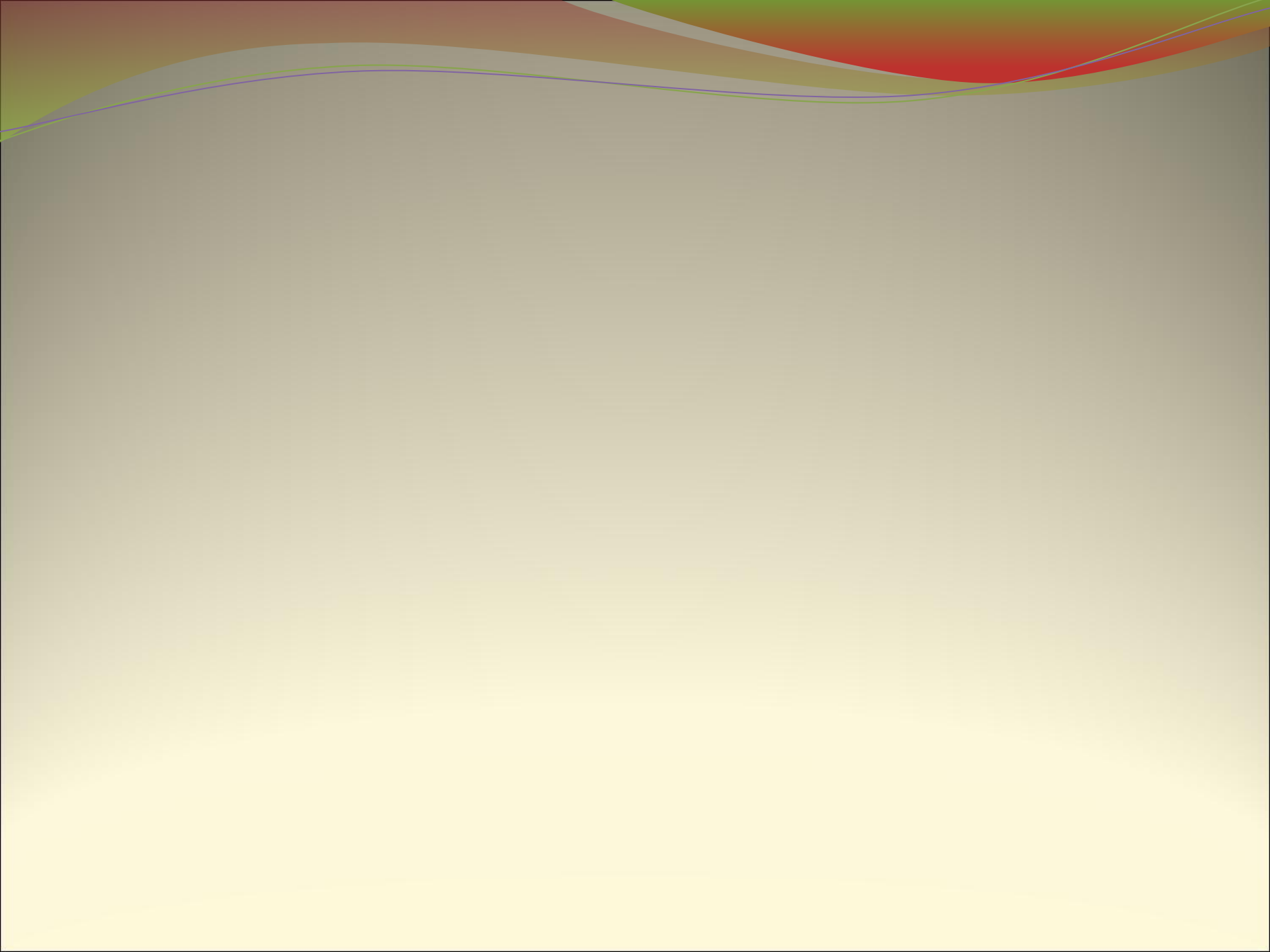
3) Розташуйте числа  $\left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{2}}$ ;  $\left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{3}}$ ;  $\left(\frac{1}{3}\right)^{-\sqrt{2}}$ ;  $\left(\frac{1}{3}\right)^{1,5}$ ;  $\left(\frac{1}{3}\right)^{-\sqrt{3}}$  у порядку зростання.

4) Порівняти  $x$  і  $y$ , якщо відомо, що вірна нерівність:

$$a) 4^x > 4^y;$$

$$б) 15^x < 15^y;$$

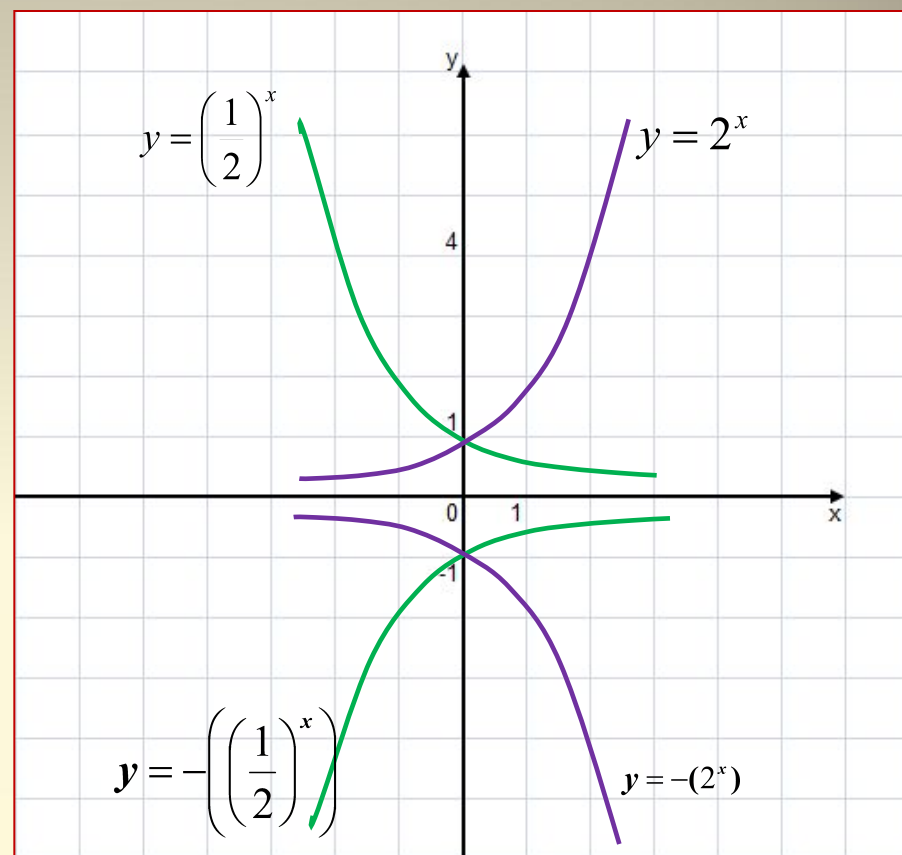
$$в) (0,5)^x < (0,5)^y.$$



# Симетричні перетворення

Зобразіть схематично графік функції  $y = - (a)^x$  ( $a > 0$ ,  $a \neq 1$ )

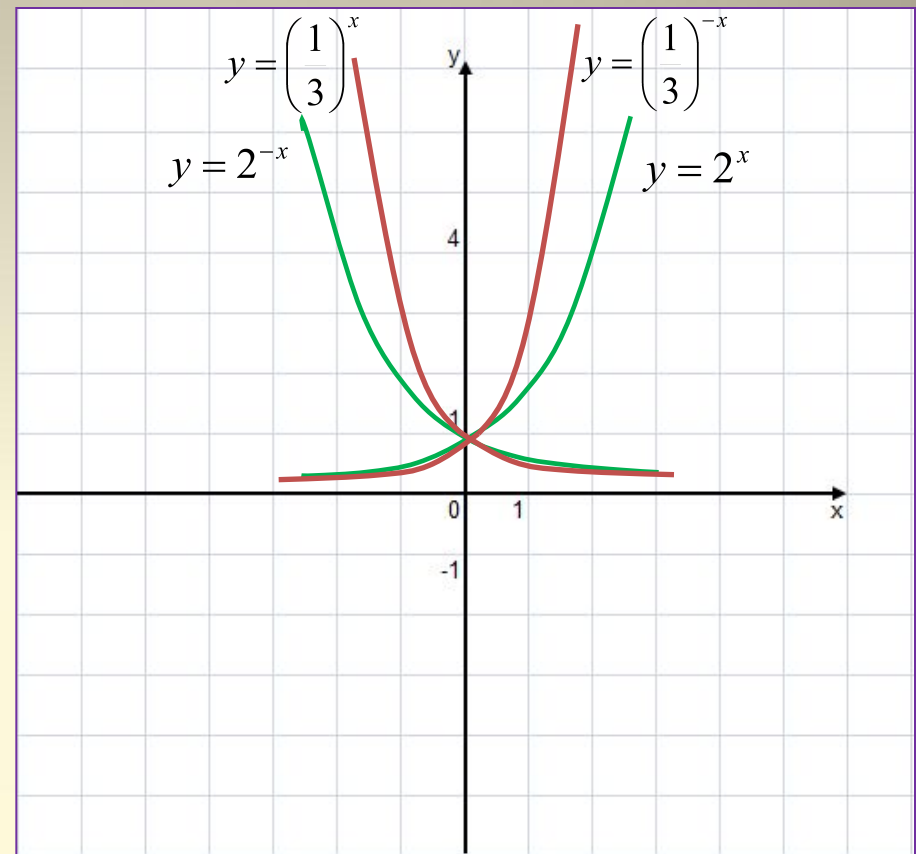
Для побудови графіка даного графіку необхідно виконати симетричні перетворення функції  $y = a^x$  відносно осі  $Ox$ .



# Симетричні перетворення

Зобразіть схематично графік функції  $y = a^{-x}$  ( $a > 0$ ,  $a \neq 1$ )

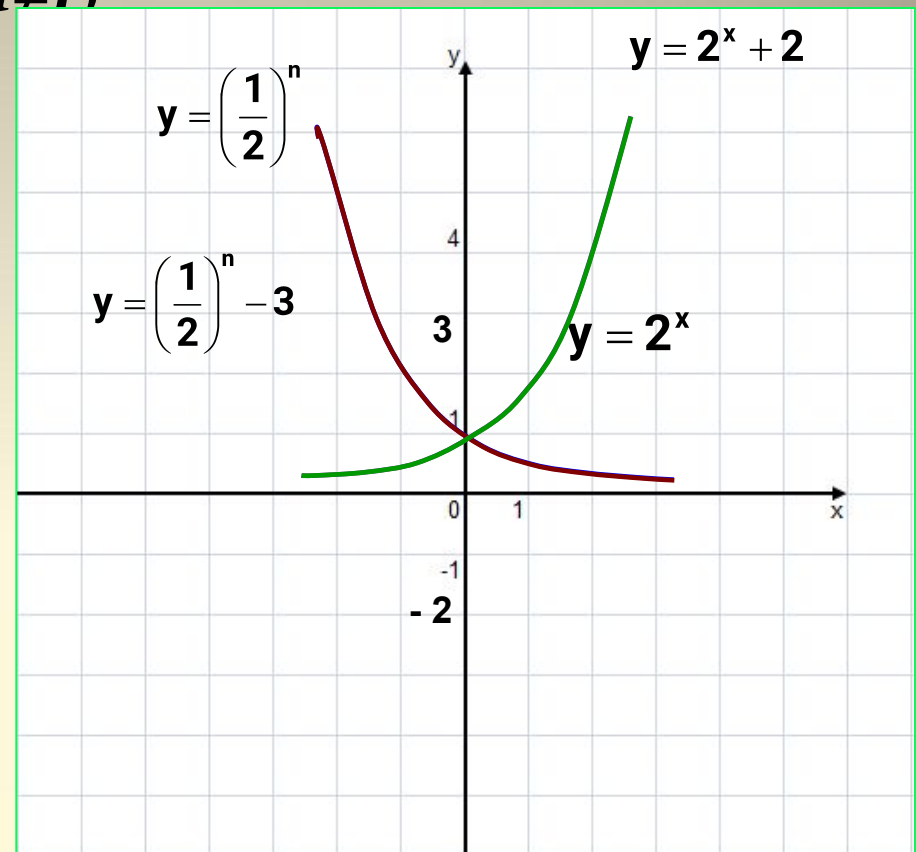
Для побудови графіка даного графіку необхідно виконати симетричні перетворення функції  $y = a^x$  відносно осі  $Oy$ .



# Паралельне перенесення

Зобразіть схематично графік функції  $y = a^x \pm n$  ( $a > 0$ ,  $a \neq 1$ )

Для побудови графіка функції  $y = a^x \pm n$  необхідно виконати паралельне перенесення функції  $y = a^x$  вздовж осі  $Oy$  на  $n$  одиниць вгору (вниз).

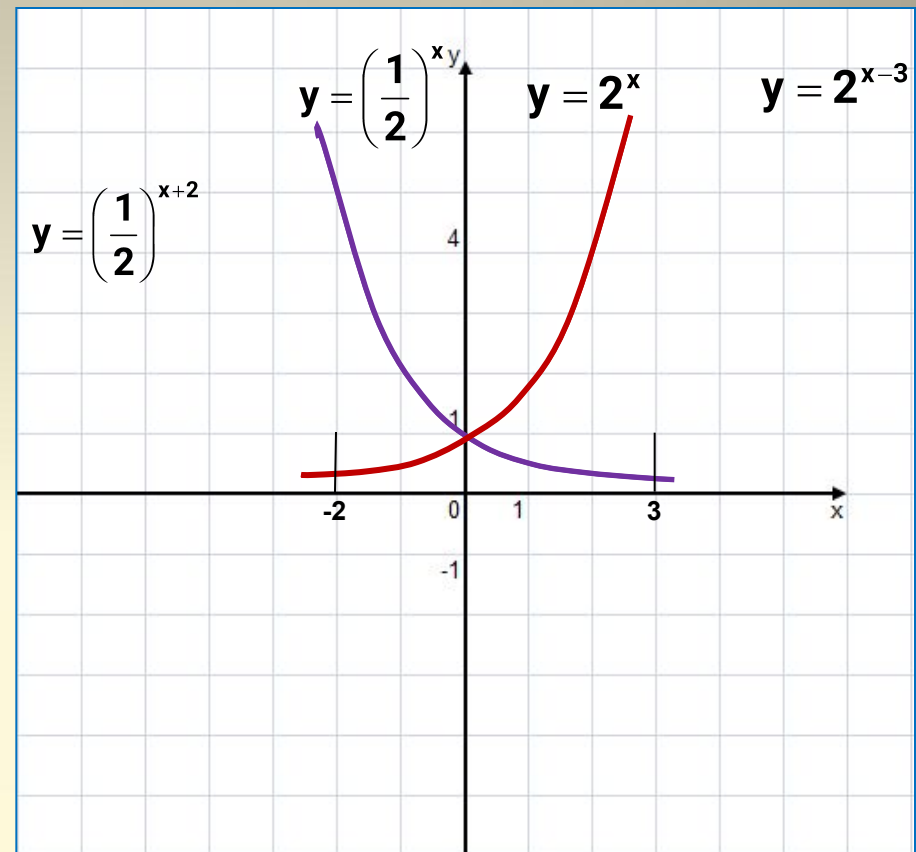


# Паралельне перенесення

Зобразіть схематично графік функції

$$y = a^{x \pm m} \quad (a > 0, a \neq 1)$$

Для побудови графіка функції  $y = a^{x \pm m}$  необхідно виконати паралельне перенесення функції  $y = a^x$  вздовж осі  $Ox$  на  $m$  одиниць вліво (вправо).



# Зобразіть схематично графік функції

$$y = \left| \left( \frac{1}{3} \right)^{|x|} - 3 \right|$$

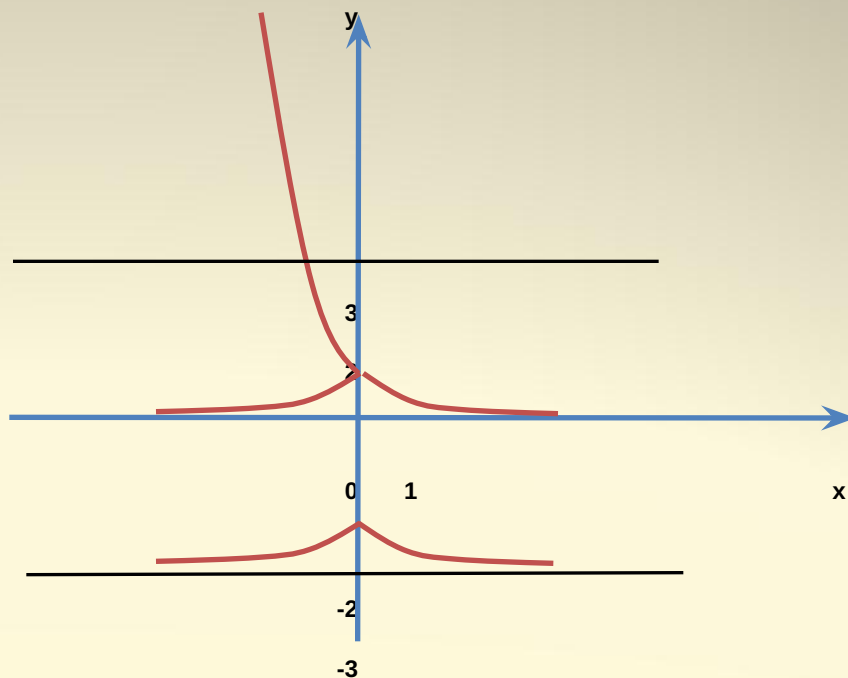
$$y = \left( \frac{1}{3} \right)^x \longrightarrow y = \left( \frac{1}{3} \right)^{|x|} \longrightarrow y = \left( \frac{1}{3} \right)^{|x|} - 3 \longrightarrow y = \left| \left( \frac{1}{3} \right)^{|x|} - 3 \right|$$

$$y = \left( \frac{1}{3} \right)^x \quad \left( a = \frac{1}{3} < 1 \right)$$

$$y = \left( \frac{1}{3} \right)^{|x|}$$

$$y = \left( \frac{1}{3} \right)^{|x|} - 3$$

$$y = \left| \left( \frac{1}{3} \right)^{|x|} - 3 \right|$$





# Тренувальна вправа № 1

Серед наведених функцій **показниковою** є:

$$y = x^{1,3}$$

$$y = \log_{1,3} x$$

$$y = (4,8)^x$$

$$y = (0,3)^x$$

$$y = x - 1,3$$

# Тренувальна вправа № 2

Серед наведених функцій вибрати ті, що **спадають**.

$$y = (4,8)^x$$

$$y = (0,001)^x$$

$$y = (\sqrt{3})^x$$

$$y = \left(\frac{1}{9}\right)^x$$

$$y = (\pi + 1)^x$$

$$y = \left(\frac{4}{3}\right)^x$$

# Тренувальна вправа № 3

Серед наведених функцій вибрати ті, що **зростають**.

$$y = \left( \frac{1}{\sqrt{3}} \right)^x$$

$$y = \left( \frac{3}{\pi} \right)^x$$

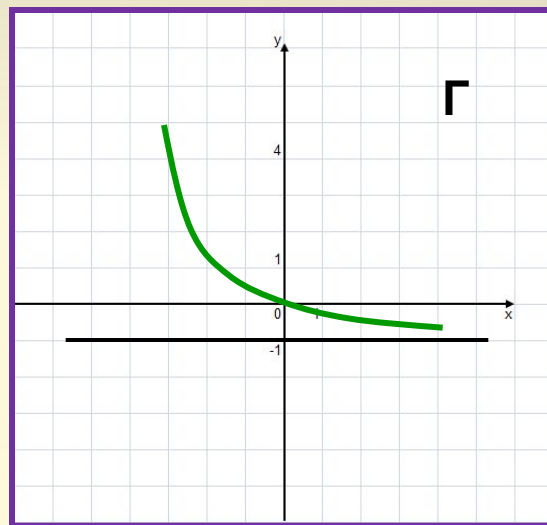
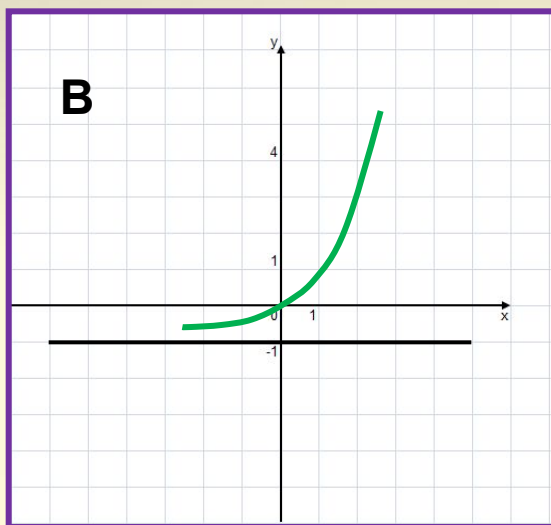
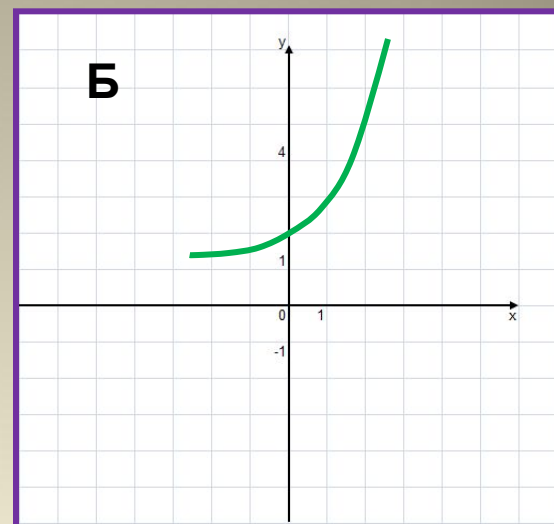
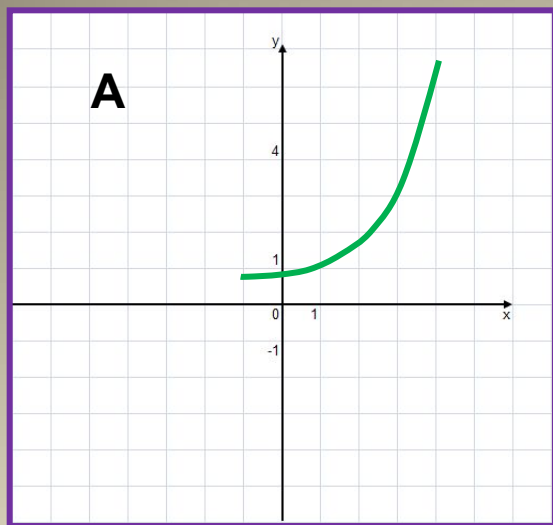
$$y = (0,01)^x$$

$$y = \left( \frac{\pi}{3} \right)^x$$

$$y = \left( \frac{1}{9} \right)^x$$

# Тренувальна вправа № 4

Графік функції  $y=2^x - 1$  зображено на рисунку:



# Тренувальна вправа № 5

Областю значень функції  $y = 2^x + 5$  є проміжок:

$$(-\infty; +\infty)$$

$$(0; +\infty)$$

$$(-\infty; +\infty)$$

$$(5; +\infty)$$

# Тренувальна вправа № 5

Серед наведених графіків зазначте графік функції

$$y = 3^{|x|}$$

