

# Ряды динамики

## Виды рядов динамики

### I. По времени:

*моментные* – уровень ряда показывает фактическое наличие изучаемого явления на конкретный момент времени.

*интервальные* – это последовательности, в которых уровень явления относится к результату, накопленному или вновь произведенному за определенный интервал времени

## II По форме представления уровней:

### 1. ряды абсолютных величин (таблица)

Объем продаж долларов США на ММВБ, млн.  
долл.

Дата	10.01.12	11.01.12	12.01.12	13.01.12
Объем продаж	126,750	124,300	148,800	141,800

## 2. ряды относительных величин (таблица)

Индекс инфляции в 2012 г.  
(на конец периода, в % к декабрю 2011  
года)

Период	Январь	Февраль	Март	Апрель	Май	Июнь
Индекс инфляции	126	162	190	221	264	310

### 3. ряды средних величин (таблица)

#### Потребление основных продуктов питания на одного члена семьи, кг/год

№ п/ п	Продукты	1995	2000	2002	2003	2004	2005
1	Мясопродукты	80,0	78,4	74,1	68,3	58,7	63,2
2	Молочные продукты	411,2	389,6	378,9	345,4	280,4	285,6
3	Хлебные продукты	101,2	91,6	85,7	91,8	98,0	105,8

### III По расстоянию между датами или интервалами времени:

1. *Полные* – когда даты регистрации или окончания периодов следуют друг за другом с равными интервалами. Это равноотстоящие ряды динамики
2. *Неполные* – когда принцип равных интервалов не соблюдается

## IV По числу показателей:

1. *Изолированные ряды* - ведется анализ во времени одного показателя
2. *Комплексные ряды* - когда анализ ведется по нескольким показателям, связанным между собой

# Показатели рядов динамики

*Абсолютный прирост* показывает, на сколько данный уровень выше или ниже базисного или предыдущего. Определяется как разность между двумя уровнями.

$$\Delta y_{ц} = y_i - y_{i-1}$$

$$\Delta y_{б} = y_i - y_0$$

# Пример

Объем выпуска на предприятии составил:

ГОДЫ	2008	2009	2010	2011
Объем выпуска продукции (тыс. руб.)	200	230	245	260

# Решение

	$\Delta y$					
	ц	б				
2008	-	-				
2009	230 - 200	230 - 200				
2010	245 - 230	245 - 200				
2011	260 - 245	260 - 200				

# Решение

	$\Delta y$					
	ц	б				
2008	-	-				
2009	30	30				
2010	15	45				
2011	15	60				

*Темп роста* показывает во сколько раз сравниваемый уровень ниже или выше базисного или предыдущего. Определяется, как отношение двух уровней ряда и может выражаться в виде коэффициента или в процентах.

$$Tr = \frac{\text{сравниваемый уровень}}{\text{базисный или предыдущий уровень}} \cdot 100\%$$

$$Tr_{\sigma} = \frac{y_i}{y_0} \times 100\% \quad . \quad Tr_{\psi} = \frac{y_i}{y_{i-1}} \times 100\%$$

	$\Delta y$		Тр, %			
	ц	б	ц	б		
2008	-	-	-	-		
2009	30	30	$\frac{230}{200} \times 100\%$	$\frac{230}{200} \times 100\%$		
2010	15	45	$\frac{245}{230} \times 100\%$	$\frac{245}{200} \times 100\%$		
2011	15	60	$\frac{260}{245} \times 100\%$	$\frac{260}{200} \times 100\%$		

	$\Delta y$		Тр, %			
	ц	б	ц	б		
2008	-	-	-	-		
2009	30	30	115,0	115,0		
2010	15	45	106,5	122,5		
2011	15	60	106,1	130,0		

*Темп прироста* показывает, на сколько процентов уровень данного периода больше (или меньше) базисного уровня (или предыдущего).

$$T_{\text{пр}} = T_{\text{р}} - 100\%$$

	$\Delta y$		Тр,%		Тпр,%	
	ц	б	ц	б	ц	б
2008	-	-	-	-	-	-
2008	30	30	115,0	115,0	115,0 -100	115,0-100
2008	15	45	106,5	122,5	106,5 -100	122,5 - 100
2008	15	60	106,1	130,0	106,1 -100	130,0 - 100

	$\Delta y$		Тр, %		Тпр, %	
	ц	б	ц	б	ц	б
2008	-	-	-	-	-	-
2009	30	30	115,0	115,0	15,0	15,0
2010	15	45	106,5	122,5	6,5	22,5
2011	15	60	106,1	130,0	6,1	30,0

# Приемы обработки и анализа рядов динамики

## 1. Смыкание рядов

Годы	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006
Уровни продукции промышленности							
В старых границах региона	20,1	20,7	21,0	21,2	-	-	-
В новых границах региона	-	-	-	23,8	24,6	25,5	27,2

*1 способ:* Для приведения ряда динамики к сопоставимому виду для 2003 года определим коэффициент соотношения уровней двух рядов:

$$\frac{23,8}{21,2} = 1,12$$

Умножая на этот коэффициент уровни первого ряда, получаем их сопоставимость с уровнями второго ряда, млн. руб.:

$$2000 \text{ г. - } 20,1 \cdot 1,12 = 22,5$$

$$2001 \text{ г. - } 20,7 \cdot 1,12 = 23,2$$

$$2002 \text{ г. - } 21,0 \cdot 1,12 = 23,5.$$

## В итоге :

Получен сопоставимый ряд динамики общего объема продукции промышленности (в фактически действовавших ценах, в структуре и методологии соответствующих лет) в одном из регионов (в новых границах, млн. руб.):

Годы	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006
	22,5	23,2	23,5	23,8	24,6	25,5	27,2

*2 способ:* уровни года, в котором произошли изменения (в нашем примере уровни 2003 года), как до изменений, так и после изменений (для нашего примера в старых и новых границах, т.е. 21,2 и 23,8) принимают за 100%, а остальные – пересчитываются в процентах по отношению к этим уровням соответственно (в нашем примере до изменений – по отношению к 21,2, а после изменений – по отношению к 23,8). В результате получается сомкнутый ряд.

Годы	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006
Общий объем продукции в новых границах региона, (% к 2003 г.)	94,8	97,6	99,1	100,0	103,4	107,2	114,3

## 2. Метод скользящей средней

Суть метода состоит в замене абсолютных данных средними арифметическими за определенные периоды. Расчет средних ведется способом скольжения, т.е. постепенным исключением из принятого периода скольжения первого уровня и включением следующего.

Например, имеются следующие данные, характеризующие динамику производства валового выпуска продукции предприятия по месяцам (графы 1 и 2 таблицы):

Месяц	Валовой выпуск продукции, млн. руб.	Скользкая сумма трех членов	Скользкая средняя из трех членов
1	2	3	4
Январь	63	-	-
Февраль	93	258	86
Март	102	312	104
Апрель	117	345	115
Май	126	360	120
Июнь	117	383	128
Июль	140	383	128
Август	126	396	132
Сентябрь	130	399	133
Октябрь	143	408	136
Ноябрь	135	423	141
Декабрь	145	-	-

### 3. Выявление сезонных колебаний

*Суть метода:* для каждого месяца рассчитывается средняя величина уровня за три года, затем рассчитывается среднемесячный уровень для всего ряда и в заключение определяется процентное отношение средних для каждого месяца к общему среднемесячному уровню ряда, т.е.

$$I_s = \frac{\bar{Y}_i}{\bar{Y}} \cdot 100\% \quad \text{где}$$

$\bar{Y}_i$  - средняя для каждого месяца за 3 года;

$\bar{Y}$  - общий средний месячный уровень за 3 года.

Месяцы	Число расторгнутых браков				Индекс сезонности $I_s = \frac{\bar{Y}_i}{\bar{Y}} \cdot 100\%$
	2009	2010	2011	в среднем за 3 года $\bar{Y}_i$	
1	2	3	4	5	6
Январь	195	158	144	165,7	122,4
Февраль	164	141	136	147,0	108,6
Март	153	153	146	150,7	111,3
Апрель	136	140	132	136,0	100,4
Май	136	136	136	136,0	100,4
Июнь	123	129	125	125,7	92,8
Июль	126	128	124	126,0	93,1
Август	121	122	119	120,7	89,1
Сентябрь	118	118	118	118,0	87,2
Октябрь	126	130	128	128,0	94,5
Ноябрь	129	131	135	131,7	97,3
Декабрь	138	141	139	139,3	102,9
Средний уровень ряда $\bar{Y}$	138,7	135,6	131,8	135,4	100,0

# Средние характеристики рядов динамики

- средний уровень ряда;
- средний абсолютный прирост;
- средний темп роста;
- средний темп прироста.

## Средний уровень ряда

*Для интервального ряда динамики абсолютных показателей средний уровень за период определяется по формуле простой средней арифметической.*

$$\bar{Y} = \frac{\sum Y_i}{n},$$

где  $n$ -число уровней ряда

В нашем примере:

т. к. ряд интервальный

$$\bar{Y} = \frac{\sum Y_i}{n} = \frac{200 + 230 + 245 + 260}{4} = \frac{935}{4} = 233,75 \text{ т.руб.},$$

Для моментного динамического ряда средний уровень определяется двумя способами, в зависимости от величины интервала между датами.

- Когда промежутки между датами одинаковы, то расчет ведется по формуле средней хронологической (полные ряды):

$$\bar{Y} = \frac{\frac{Y_1}{2} + Y_2 + Y_3 + \dots + \frac{Y_n}{2}}{n-1}$$

Например:

Например, определить размер среднего запаса материалов на складе, если остатки текущего хранения составили: 1.01.-120 т. руб.; 1. 02.-140 т. руб.; 1. 03.-130 т. руб.; 1. 04.-160 т. руб.

$$\begin{aligned} \text{Ср. запас} &= \frac{\frac{120}{2} + 140 + 130 + \frac{160}{2}}{4 - 1} = \\ &= \frac{410}{3} = 136,7 \quad \text{тыс. руб.} \end{aligned}$$

Для моментного динамического ряда средний уровень определяется двумя способами, в зависимости от величины интервала между датами.

- Когда промежутки между датами неравные (неполные ряды) вычисляется средняя арифметическая взвешенная; в качестве весов принимается продолжительность промежутков времени между моментами.

$$\bar{Y} = \frac{\sum Y_i t_i}{\sum t_i},$$

Например:

Определить средний размер вкладов, если: на 1. 01. он составил 400 тыс. руб.; на 1. 03.-300 тыс. руб.; на 1. 07.-440 тыс. руб.; на 1. 08.-460тыс. руб.

$$\begin{aligned} C_{\text{р.размер вклада}} &= \frac{400 \times 2 + 300 \times 4 + 440 \times 1 + 460 \times 5}{2 + 4 + 1 + 5} \\ &= \frac{800 + 1200 + 440 + 2300}{12} = \\ &= \frac{4740}{12} = 395 \text{ тыс. руб.} \end{aligned}$$

Средний абсолютный прирост

$$\overline{\Delta y} = \frac{\sum \Delta y_{\zeta i}}{n}$$

$$\overline{\Delta Y} = \frac{\Delta Y \sigma_n}{m-1} = \frac{Y_n - Y_0}{m-1};$$

в нашем примере:

$$\overline{\Delta Y} = \frac{\sum \Delta Y_{\psi i}}{n} = \frac{30 + 15 + 15}{3} = 20 \text{ тыс. руб.}$$

$$\overline{\Delta Y} = \frac{\Delta Y \delta_n}{m - 1} = \frac{60}{4 - 1} = 20 \text{ тыс. руб.}$$

# Средний темп роста

$$\bar{T}_p = \sqrt[n]{T_{p_{y1}} \times T_{p_{y2}} \times \dots \times T_{p_{yn}}}$$

$$\bar{\mathbf{T}}_p = m^{-1} \sqrt{\mathbf{T}_{p\sigma_n}} = m^{-1} \sqrt{\frac{\mathbf{Y}_n}{\mathbf{Y}_0}}$$

в нашем примере:

$$\begin{aligned}\bar{T}_p &= \sqrt[3]{1,15 \times 1,065 \times 1,061} = \\ &= \sqrt[3]{1,299} = 1,091 = 109,1\%\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\bar{T}_p &= \sqrt[4-1]{1,299} = \sqrt[3]{1,299} = \\ &= 1,091 = 109,1\%\end{aligned}$$

## Средний темп прироста

$$\bar{T}_{np} = \bar{T}_p - 1$$

ИЛИ

$$\bar{T}_{np} = \bar{T}_p - 100\%$$

В нашем примере:

$$\bar{T}_{np} = 109,1\% - 100\% = 9,1\%$$

ИЛИ

$$\bar{T}_{np} = 1,091 - 1 = 0,091$$