Часть II

ПРОВЕРКА

ГИПОТЕЗ

1. ВВЕДЕНИЕ

Выборки из генеральной совокупности

делаются случайным образом. –

Они могут быть разных объемов,

различного состава,

с разными значениями параметров.

Наиболее важные общие вопросы:

КАКОМУ ТЕОРЕТИЧЕСКОМУ РАСПРЕДЕЛЕНИЮ СООТВЕТСТВУЮТ ВЫБОРКИ?

СЛУЧАЙНО ЛИ РАСХОЖДЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ?

Вопрос можно поставить так, что он будет допускать

один из двух противоположных ответов.

Например:

- Является ли нормальным распределение? –

Либо является, либо нет.

Ответ важен, так как многие формулы и закономерности выведены именно для нормального распределения.

- При исследовании двух выборок выяснилось, что их средние отличаются.

Является ли это различие существенным или оно случайно? –

Один вариант - является, тогда выборки сделаны из разных генеральных совокупностей.

Второй - не является, тогда различие случайно, и

выборки на самом деле

сделаны из одной и той

же генеральной совокуп-

ности.

Ответ важен, так как часто это вопрос об эффективности лечения.

Общий способ решения проблемы

- Выдвижение

<u>нулевой</u> гипотезы,
то есть исходного предположения.

- Построение

<u>критерия</u>
его проверки.

КРИТЕРИЙ –
случайная величина,
значения которой
зависят
от значений
сравниваемых
параметров.

Значения критерия

- Вычисление двух значений критерия:

наблюдаемого
и
критического.

Наблюдаемое значение вычисляется по результатам исследования выборки.

Критическое значение определяется по <u>надежности</u> (иногда учитывается еще какой-то параметр выборки).

- Сравнение

наблюдаемого

и критического

значений.

- По результатам сравнения –

нулевая гипотеза принимается или отвергается.

Этот вывод имеет

ту надежность,

из которой мы исходили при определении

критического значения

выбранного критерия.

Выбор критерия

Выбор критерия определяется конкретной задачей.

Так, для решения вопроса о нормальности распределения можно использовать критерий χ^2 (хи-квадрат), или критерий согласия Пирсона.

Существует большая группа критериев согласия.

Они называются так потому, что позволяют решить, согласуется ли выдвинутая гипотеза с экспериментальными данными.

Мы рассмотрим подробно
уже упоминавшуюся задачу

оценки достоверности

различия выборочных средних.

3. ОЦЕНКА ДОСТОВЕРНОСТИ РАЗЛИЧИЯ ВЫБОРОЧНЫХ СРЕДНИХ

Пусть X и Y – однотипные признаки.

(Например, артериальное давление у группы пациентов до и после лечения.)

Средние выборочные этих величин оказались различны:

$$\overline{x} \neq \overline{y}.$$

Вопрос:

достоверно или нет это различие?

Иными словами:

различны или равны их теоретические средние μ_X и μ_Y?

Этот вопрос может иметь в медицине принципиальное значение.

Так, в примере с артериальным давлением

ответ «$\mu_X \neq \mu_Y$» означает эффективность проведенного лечения.

Если же $\mu_X = \mu_Y$, то лечение было неэффективно.

- Нулевая гипотеза:

теоретические средние величин X и Y равны, $\mu_X = \mu_Y$.

- Критерий:

в случае <u>нормального</u> распределения X и Y -

t-критерий следующего вида:

t-критерий для нормально распределенных величин

(1)

$$T = \frac{\bar{x} - \bar{y}}{\sqrt{\dfrac{s_X^2}{N_X} + \dfrac{s_Y^2}{N_Y}}}$$

Здесь $\overline{x}$, s^2_X, $\overline{y}$, s^2_Y – средние значения и исправленные дисперсии выборок для двух исследуемых величин,

N_X и N_Y – объемы этих выборок.

Если объемы двух выборок равны,

$$N_X = N_Y = N,$$

формула упрощается:

(2)

$$T = \frac{\bar{x} - \bar{y}}{\sqrt{\frac{s_X^2 + s_Y^2}{N}}}$$

Наблюдаемое значение t-критерия

Подставляя в форму-
лу (1) или (2) значения параметров выборок, находим
наблюдаемое значение случайной величины Т.
Оно тем меньше, чем меньше различаются средние выборочные.

Очевидно, чем
меньше различие средних выборочных,
тем меньше и различие средних теоретических.

$\Downarrow$

t-критерий характеризу-
ет близость математи-
ческих ожиданий двух случайных величин.

Критическое значение t-критерия

При больших объемах выборок можно считать распределение T (как и величин X и Y) нормальным.

Тогда по заданной надежности находим Ф $(t_{кр})$:

$$Ф(t_{кр}) = \frac{1+\gamma}{2}$$

и далее само ***критическое*** значение T – по таблице нормального распределения.

Теперь сравниваем **<u>модуль</u>** наблюдаемого значения величины T и ее критическое значение.

Сравнение и вывод (с надежностью γ)

Если

$|t_{набл}| < t_{кр}$,

гипотезу о равенстве теоретических сред-них принимают, и делают вывод, что различие средних выборочных <u>случайно</u>.

Если же

$|t_{набл}| > t_{кр}$,

то нулевую гипотезу отвергают, и делают вывод, что различие средних выборочных <u>значимо</u>, <u>существенно</u>.

Пример

В первые сутки болезни гриппом замерена температура X у 60 больных, прошедших предварительную вакцинацию, и температура Y у 60 больных, не прошедших вакцинации.

Обработка статистических рядов дала результаты:

$\overline{x} = 38,3$; $\overline{y} = 38,9$;

$s^2_X = 0,33$; $s^2_Y = 0,29$.

Проверить достоверность различия выборочных средних на уровне значимости 0,05.

Решение

Используем t-критерий.

Ищем наблюдаемое значение Т:

$$t_{набл} = \frac{38{,}3 - 38{,}9}{\sqrt{(0{,}33 + 0{,}29) / 60}}$$

$$= \frac{-0{,}6}{\sqrt{0{,}012}} \approx -5{,}45$$

Ищем критическое значение Т:

$\gamma = 1 - \beta = 1 - 0{,}05 = 0{,}95;$

$\Phi(t_{кр}) = 0{,}975;$

$t_{кр} \approx 2.$

Сравниваем:

$|t_{набл} 2 < 5{,}45 \approx |.$

Вывод: различие средних температур существенно (с надежностью 95%).