

ОБУЧЕНИЕ РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ

АКИПКРО
Кафедра математического
образования

Перед работой над материалом ответьте на вопросы:

- Что Вы подразумеваете под термином «задача»?
- Всегда ли Вы планируете работу учеников над задачей?
- Что Вы понимаете под работой над задачей?
- Какие этапы работы над задачей Вы можете выделить?

Цель презентации – систематизация и обобщение знаний о методике решения текстовых задач школьного курса математики.



План:

- 1) Актуальность обучения решению задач. Роль текстовых задач в обучении математике. Вопросы для самоконтроля.
- 2) Классификация задач, понятие сюжетной задачи. Вопросы для самоконтроля.
- 3) Технология работы над задачей.
- 4) Способы решения некоторых видов сюжетных задач. Пример решения задачи ГИА 9 (демонстрационный вариант 2008 г.). Вопросы для самоконтроля.
- 5) Задание для понимания учебной информации.
- 6) Вопросы для самоконтроля.

1. Актуальность обучения решению задач. Роль текстовых задач в обучении математике.

**Смена приоритетов в образовании: на смену
знаниевому подходу в обучении приходит
компетентностный.**

Важно не только наличие
знаний и умений, но и
применение их
в деятельности.

Пример задачи из PISA:

«На международной выставке “Туризм без границ” посетители были поражены стендом фирмы Preved-Medved-Tour. Это надо видеть! Прямо в павильоне установлен надувной глобус высотой с четырехэтажный дом. А вокруг него летают пчелы, символизирующие самолеты, которые перевозят туристов. Похоже, насекомые самые настоящие. К счастью, никто из посетителей не пожаловался на укусы, и защитники животных тоже не выражали протестов...

Вопрос: можно ли считать математически корректным использование пчел в качестве моделей самолетов?»

При решении этой задачи школьнику нужно было:

- из текста предложенного репортажа, или рекламы вычленить именно математическую задачу;
- отбросить незначимые детали типа «укусов» или «защитников животных»;
- оперировать не точными цифрами, предложенными в задании, а приблизительными значениями из повседневного опыта (высота этажа — примерно 3,5 м, длина пчелы — примерно 2 см);
- задействовать информацию из другой науки — географии (диаметр Земли равен примерно 13 тыс. км).

Ответ: использование пчел некорректно, поскольку в том масштабе, в котором выполнен глобус, пчела соответствует 1–2 км.

Пример статистической задачи:

Владелец одного частного предприятия уволил большую часть рабочих, а оставшимся снизил зарплату на 20% (табл.).

	Зарботок до увольнения		Зарботок после увольнения	
	3000 руб.	1200 руб.	2400 руб.	960 руб.
Число рабочих	200	800	200	120

После этого он заявил, что средний заработок рабочих на его предприятии повысился. Так ли это?



Решение.

Чтобы ответить на вопрос задачи необходимо вычислить средние характеристики: моду, медиану и среднее арифметическое.

Статистические характеристики	До увольнения	После увольнения
Мода	1200 руб.	2400 руб.
Медиана	1200 руб.	2400 руб.
Среднее арифметическое	1560 руб.	1860 руб.

Средние характеристики действительно увеличились, но простой взгляд на таблицу подтверждает, что жизнь рабочих не улучшилась, а, наоборот, ухудшилась, не говоря уже о тех, кто потерял работу.



Выпускники основной школы должны осознавать, что иногда средние характеристики могут *не оказаться* типичными представителями статистических данных, поэтому их использование приводит к ложному выводу, как в рассмотренной задаче.

Объективный вывод получается на основе анализа данных с точки зрения здравого смысла.

Подобные задания создают условия не только для применения полученных знаний, но и осмысления полученного результата. Это способствует формированию предметных (математических) компетенций школьников.



Статистические данные анализа результатов проведения ЕГЭ:

решаемость задания, содержащего
текстовую задачу, ежегодно составляет
около **30%**.

Проблемы:

- большинство учащихся не в полной мере владеет техникой решения текстовых задач и не умеет за их часто нетрадиционной формулировкой увидеть типовые задания, которые были достаточно хорошо отработаны на уроках в рамках школьной программы;
- учащиеся не умеют переносить математические знания на решение прикладных текстовых задач, встречающихся в изучении нематематических школьных предметов.

Распространен метод **обучения через задачи** как реализация системы *проблемного обучения*.

Задачи становятся не только и не столько целью, сколько *средством обучения*.

«Обучение математике – это в первую очередь *решение задач*.

...Развитие мышления и способности к математической деятельности осуществляется в ходе самостоятельных размышлений учащихся над задачами.

Умение решать задачи – критерий успешности обучения математике.»

(Концепция математического образования)

Основные причины несформированности умения решать задачи:

- Психологическая причина: основным мотивом решения задач являются внешние мотивы благополучия в виде отметки, престижа, поощрения и т.п., в то время как для успешного обучения решению задач основным мотивом должно быть желание **«научиться решать задачи»**.
- Методическая причина: для овладения деятельностью по решению задач у учеников должна быть сформирована **ориентировочная основа этой деятельности**, что не всегда происходит в практике обучения математике в школе.

**Учитель предлагает учащимся
тот способ, который
соответствует особенностям его
собственного
*математического мышления.***

**Надо пытаться понять учеников,
которые по-разному мыслят.**

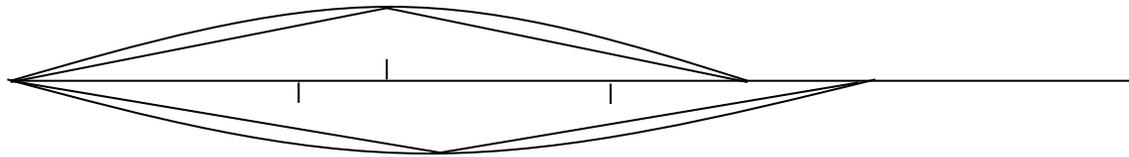
**Например, при сравнении чисел
 $2/3$ и $3/4$.**

И. Каплунович выделил 5 ведущих подструктур математического мышления:

- **«Тополог»**
- **«Проективист»**
- **«Порядковец»**
- **«Метрист»**
- **«Алгебраист»**

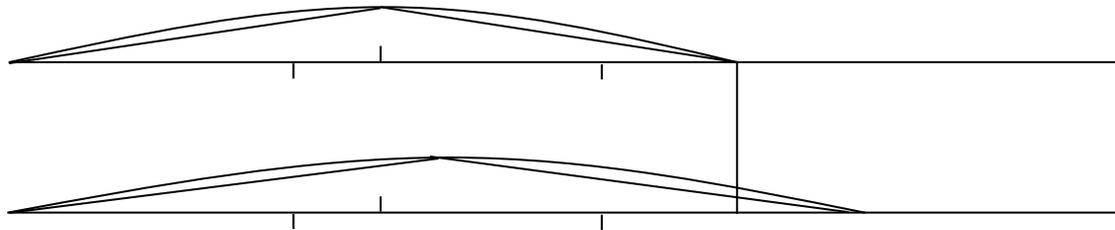
(Каплунович И. Об одном подходе к гуманизации обучения математике / Математика. – 2004. – № 25-26.)

«Тополог»



$2/3$ «включается в» $3/4$, значит $2/3 < 3/4$.

«Проективист»



$$2/3 < 3/4.$$

«Порядковец»

$$2/3 = 8/12,$$

$$3/4 = 9/12,$$

так как $8/12 < 9/12$, то $2/3 < 3/4$.

«Метрист»

$$3/4 - 2/3 = (9-8)/12 = 1/12,$$

следовательно, $3/4 > 2/3$.

«Алгебраист»

(дополняет до единицы)

$$2/3 + 1/3 = 1,$$

$$3/4 + 1/4 = 1,$$

так как $1/3 > 1/4$, то $2/3 < 3/4$.

Ученик переводит задачу «на свой ЯЗЫК».

- Решение задачи становится для него **адаптивным, понятным**, каждое действие выполняется **осознанно**, исчезает статичность мышления.
- Оперирование математическими образами, понятиями и суждениями становится **динамичным**.

**Целесообразно использовать
разные способы решения
задач.**

Факты:

- 1) на решение задач по математике затрачивается около половины всего учебного времени;
- 2) количество задач, решенных учащимися за 10 лет обучения, исчисляется несколькими десятками тысяч;
- 3) чем старше учащиеся, тем чаще при решении малознакомой задачи они произносят печально-известные слова «...».

Вопросы для самоконтроля:

- 1) В чем, на Ваш взгляд, заключаются основные трудности школьников при решении задач?
- 2) Что важно учителю учитывать для успешного обучения школьников решению задач?

2. Классификация задач, понятие сюжетной задачи.

Классификация задач:

по функциональному назначению:

- с дидактическими функциями;
- с познавательными функциями;
- с развивающими функциями;

по связи между компонентами:

- алгоритмические,
- полуалгоритмические;
- эвристические;

по отношению между условиями и требованием:

- определенные;
- недоопределенные;
- переопределенные;

Классификация задач:

по характеру требований:

- ▣ на доказательство;
- ▣ на вычисления;
- ▣ на построение;
- ▣ на исследование и др.

по содержанию:

- ▣ математические (задачи с практическим содержанием, в том числе, задачи межпредметного характера, упражнения);
- ▣ нематематические (прикладные задачи).

Классификация задач:

по принадлежности к определенному разделу математики:

- ▣ арифметические;
- ▣ алгебраические;
- ▣ геометрические;
- ▣ тригонометрические;
- ▣ комбинаторные и др.

по специфике языка:

- ▣ текстовые;
- ▣ сюжетные;
- ▣ абстрактные (предметные).

Задачи, в которых зависимость между данными и искомыми не выражена в явной форме, а сформулирована словами, так же как и вопрос задачи, называются собственно **задачами** или **задачами с текстом**.

(Ляпин С.Е. Методика обучения математике)

Сюжетной задачей называют задачу, описывающую реальную или приближенную к реальной ситуацию на неформально-математическом языке.

(из Доклада заседания районного МО учителей математики 8.01.2003.)

- **К сюжетным задачам** относятся задачи, в содержании которых описан некоторый жизненный процесс, действие, событие (н-р, «на движение», «на работу» и др.).

(С.А. Владимирцева).

Способы решения задач:

- арифметический,
- алгебраический,
- комбинированный.

Способы записи решения задачи:

- составление выражения по условию задачи,
- «вопрос-действие»,
- «действие с пояснением»,
- запись пункта плана с последующим выполнением действия,
- связный рассказ (применяется при решении задачи алгебраическим способом),
- таблица.

! Требований и правил по оформлению записи решения задач не существует.

Вопросы для самоконтроля:

1. Что называется сюжетной задачей?
2. Назовите способы решения сюжетных задач.
3. Существует ли образец оформления решения задачи?
4. Охарактеризуйте способы записи решения задачи.

3. Технология работы над задачей.

Типовой проект работы над задачей:

1. Анализ текста задачи. Краткая его запись.
2. Поиск способа решения задачи. Составление плана ее решения.
3. Решение задачи и его запись.
4. Проверка решения задачи.
5. Выбор и запись ответа.
6. Анализ решения задачи. Возможные обобщения.

Анализ текста задачи предполагает:

- разбиение текста на условие и требование;
- разбиение условия и требования на элементарные предложения;
- определение роли и значимости каждого из условий.

При анализе условия задач целесообразно выяснить:

- Какие ситуации рассматриваются в задаче?
- Какими величинами они (ситуации) характеризуются?
- Что известно о каждой рассматриваемой ситуации?
- Что нужно найти?

Вопросы, помогающие разобраться в условии задачи

- О чем эта задача?
- Что обозначают слова...?
- Что в задаче требуется найти?
- Что в задаче известно?
- Что является искомым?

Способы проверки решения задачи:

- прикидка;
- соотнесение полученного результата с условием задачи;
- решение задачи другим способом;
- составление обратной задачи и др.

Вопросы для самоконтроля:

1. Какие этапы составляют типовой проект работы над задачей?
2. Какие вопросы целесообразно задавать ученикам на этапе анализа задачи?
3. Назовите способы проверки решения задачи.

4. Способы решения некоторых видов сюжетных задач.

Некоторые виды сюжетных задач:

- Задачи «на движение»
- Задачи «на работу»
- Задачи «на смеси и сплавы»
- Задачи «на проценты»

 Задачи для самостоятельного решения

 Пример решения задачи ГИА 9

Задачи «на движение»

- ВЕЛИЧИНЫ, характеризующие процесс движения
- «ПОДСКАЗКИ» к поиску решения

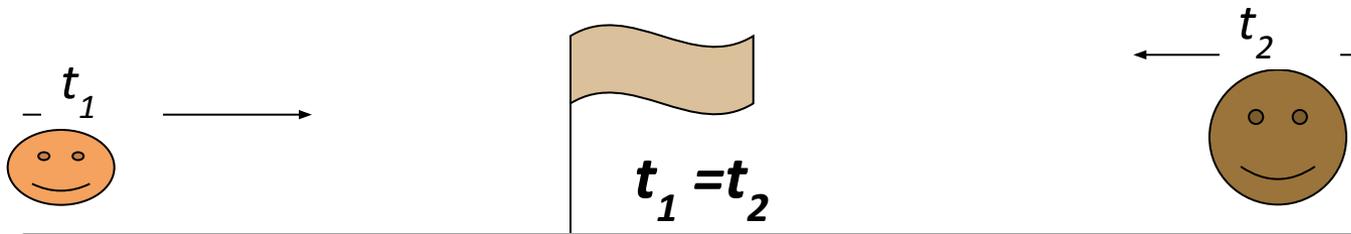
ВЕЛИЧИНЫ, характеризующие процесс движения:

- расстояние или пройденный путь (S)
- время, за которое пройден путь (t)
- скорость движения (V)

$$S = V \cdot t$$

«ПОДСКАЗКИ» к поиску решения:

а) Если два тела начинают движение одновременно, то в случае встречи, **время** их движения до момента встречи **одинаково**.



«ПОДСКАЗКИ» к поиску решения:

б) Если тело сделало в пути остановку, а затем прибыло в пункт назначения вовремя, то время, затраченное телом **фактически, меньше, чем запланированное**.

в) Скорость сближения двух тел, движущихся навстречу друг другу, равна **сумме их скоростей**.

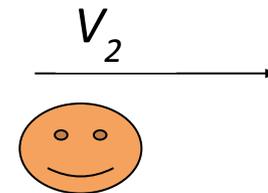
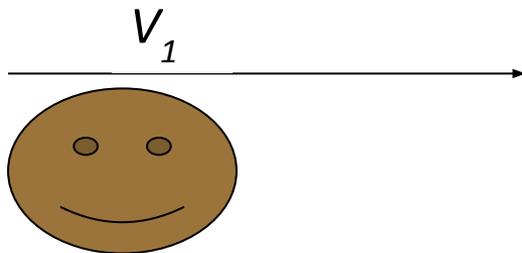


$$V_{\text{сближения}} = V_1 + V_2$$

«ПОДСКАЗКИ» к поиску решения:

г) Собственная скорость тела при движении по реке равна **среднему арифметическому скорости тела по течению реки и скорости тела против течения.**

д) Если одно тело догоняет другое, то скорость их сближения равна **разности скоростей** этих тел.

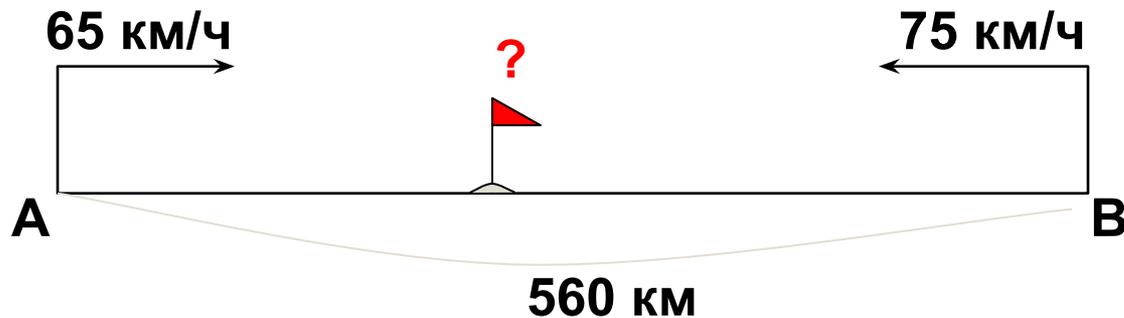


$$V_{\text{сближения}} = V_1 - V_2$$

Вернуться к слайду
виды сюжетных
задач

1. Из двух городов, расстояние между которыми равно 560 км, навстречу друг другу одновременно выехали два автомобиля. Через сколько часов автомобили встретятся, если их скорости равны 65 км/ч и 75 км/ч?

Удобно показать вид движения на схеме. Движение навстречу друг другу.



1). $65 + 75 = 140$ (км/ч) скорость навстречу друг другу.

2). $560 : 140 = 4$

Чтобы найти время надо

расстояние разделить на скорость:

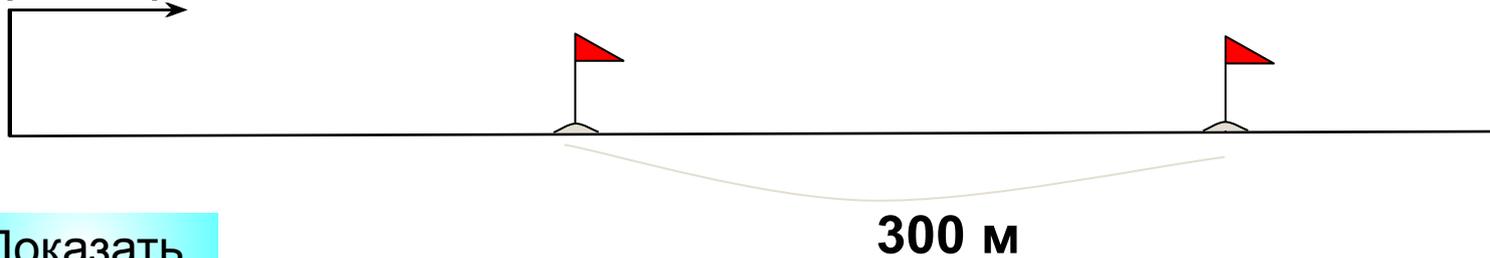
$$t = \frac{S}{v}$$



Ответ: 4

2. Два пешехода отправляются одновременно в одном направлении из одного и того же места на прогулку по аллее парка. Скорость первого на 1,5 км/ч больше скорости второго. Через сколько минут расстояние между пешеходами станет равным 300 метрам?

~~(x+1,5)~~ км/ч



Показать

1) Найдем скорость с отставанием: $(x+1,5) - x = 1,5$

Узнаем, за какое время 1^й пешеход удалится на 300 м (0,3 км)

2) $0,3 : 1,5 = 0,2$ (ч)

Чтобы найти время надо расстояние разделить на скорость: $t = \frac{S}{v}$ ❌

Осталось перевести 0, 2 ч в минуты

$$0,2 * 60 = 12 \text{ мин.}$$

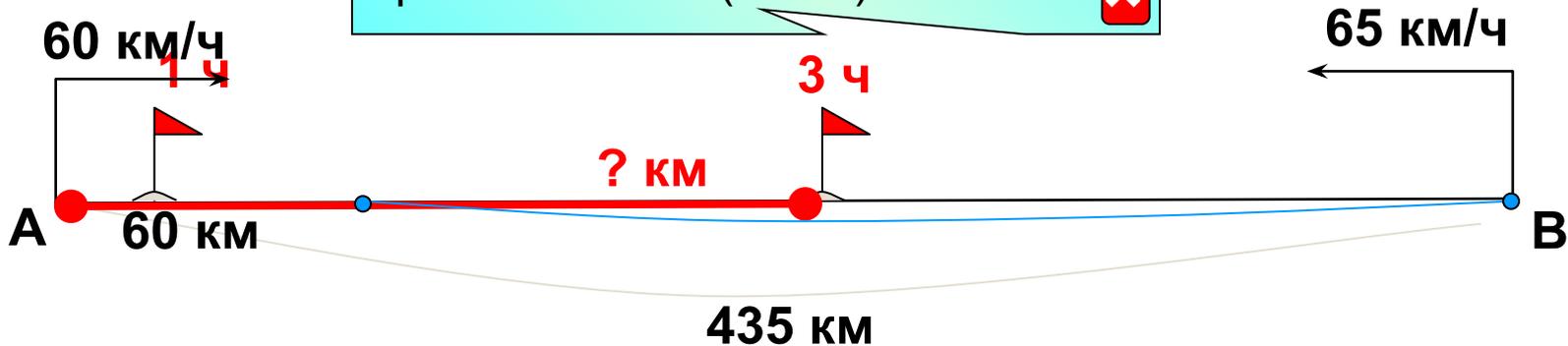
Можно было догадаться без введения переменной x , что если скорость первого на 1,5 км/ч больше скорости второго – это означает, что первый удаляется каждый час на 1,5 км. Это скорость, с которой второй пешеход отстает от первого.

Ответ: 12



3. Расстояние между городами А и В равно 435 км. Из города А в город В со скоростью 60 км/ч выехал первый автомобиль, а через час после этого навстречу ему из города В выехал со скоростью 65 км/ч второй автомобиль. На каком расстоянии от города А автомобили встретятся? Ответ дайте в километрах.

Удобно показать на схеме тот момент, когда машина из А уже проехала 1 час (60 км)



1) $435 - 60 = 375$ (км) расстояние между автомобилями через 1ч.

2) $60 + 65 = 125$ (км/ч) скорость сближения

3) $375 : 125 = 3$ (ч) время до встречи

4) $60 * 3 = 180$ (км) за 3 ч проедет первая машина

5) $60 + 180 = 240$ (км) расстояние от А до места встречи

Чтобы найти время надо

расстояние разделить на скорость:

$$t = \frac{S}{v}$$



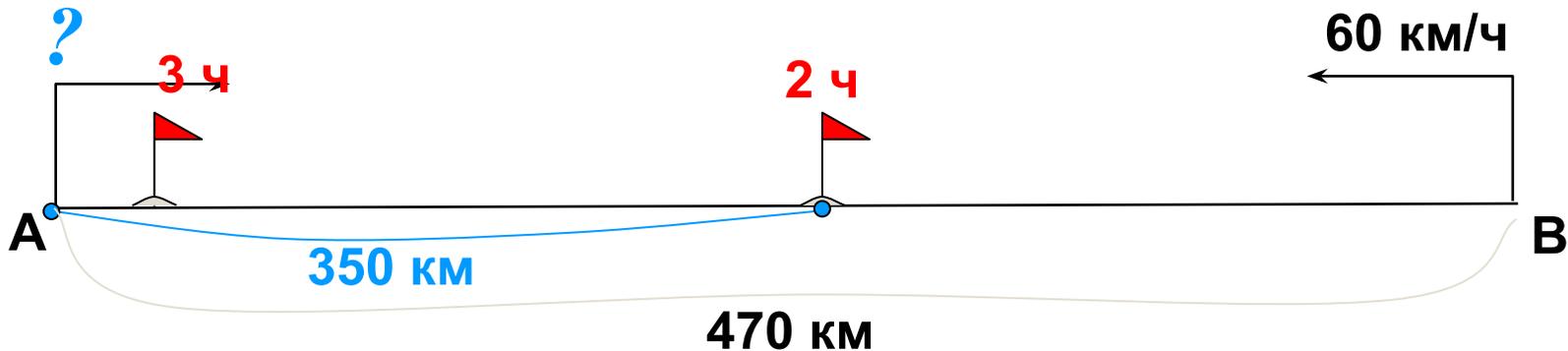
Чтобы найти расстояние надо скорость умножить на время:

$$S = vt$$



4. Расстояние между городами А и В равно 470 км. Из города А в город В выехал первый автомобиль, а через 3 часа после этого навстречу ему из города В выехал со скоростью 60 км/ч второй автомобиль. Найдите скорость первого автомобиля, если они встретились на расстоянии 350 км от города А.

Удобно показать на схеме тот момент, когда машина из А уже проехала 3 часа.



- 1) $470 - 350 = 120$ (км) расстояние, которое проехал до встречи 2-й автомобиль.
- 2) $120 : 60 = 2$ (ч) время, которое проехал до встречи 2-й автомобиль.
- 3) $350 : (3+2) = 70$ (км/ч) скорость 1 автомобиля, который выехал из А и проехал до встречи 350 км, затратив 5ч.

5. Из пункта А в пункт В одновременно выехали два автомобиля. Первый проехал с постоянной скоростью весь путь. Второй проехал первую половину пути со скоростью 24 км/ч, а вторую половину пути — со скоростью, на 16 км/ч большей скорости первого, в результате чего прибыл в пункт В одновременно с первым автомобилем. Найдите скорость первого автомобиля. Ответ дайте в км/ч.

Это условие поможет ввести x ...

Чтобы найти время надо расстояние разделить на скорость

$$t = \frac{S}{v}$$

	v , км/ч	S , км	t , ч
1 автомобиль	x	S	$\frac{S}{x}$
2 автомобиль I половина пути	24	$\frac{S}{2}$	$\frac{S}{2 \cdot 24}$
	II половина пути	$x+16$	$\frac{S}{2(x+16)}$

$$\frac{S}{2(x+16)} + \frac{S}{2 \cdot 24} =$$

$$\frac{S}{2(x+16)} + \frac{S}{2 \cdot 24} = \frac{S}{x} \quad / : S$$

Решите уравнение самостоятельно и найдите ответ на вопрос задачи.

Это условие поможет ввести x ...

6. Велосипедист выехал с постоянной скоростью из города А в город В, расстояние между которыми равно **72** км. На следующий день он отправился обратно со скоростью на **6** км/ч больше прежней. По дороге он сделал остановку на обратный путь столько же времени, сколько на путь из А в В. Найдите скорость велосипедиста на пути из А в В.

Чтобы найти время надо расстояние разделить на скорость

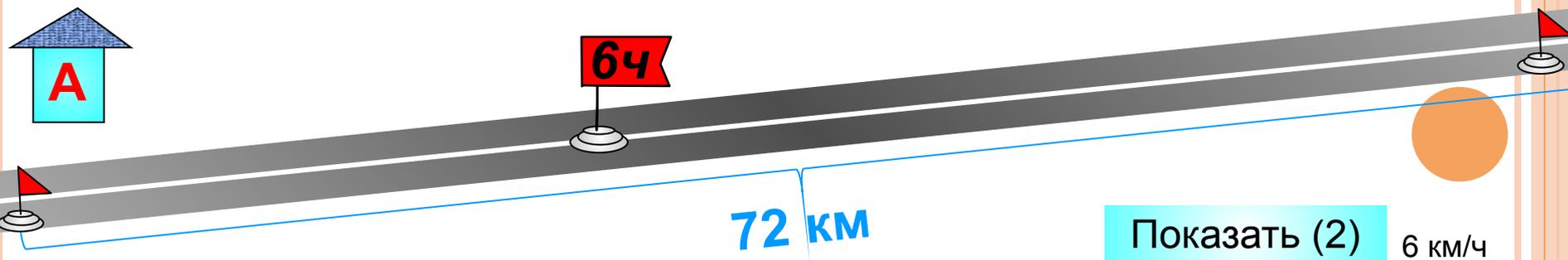
$$t = \frac{S}{v} \quad \text{в км/ч.}$$

	v , км/ч	S , км	t , ч
Путь А-В	x		$\frac{72}{x}$
Путь В-А	$x+6$		$\frac{72}{x+6}$
Остановка			6

=

$$\frac{72}{x+6} + 6 = \frac{72}{x}$$

Решите уравнение самостоятельно и найдите ответ на вопрос задачи.



Показать (2) 6 км/ч

7. Два велосипедиста одновременно отправились в 88-километровый пробег. Первый ехал со скоростью, на 3 км/ч большей, чем скорость второго, и прибыл к финишу на 3 часа раньше второго. Найти скорость велосипедиста, который прибыл к финишу вторым. Ответ дайте в км/ч

Это условие поможет ввести x ...

Первый велосипедист прибыл к финишу на 3 ч раньше, т.е. его время в пути на 3 часа меньше. ❌

	v , км/ч	S , км	t , ч
1 вел			
2 вел			x

К меньшей величине прибавим 3, уравнием с большей величиной ❌

Из большей величины вычтем меньшую, разность равна 3 ❌

Из большей величины вычтем 3, уравнием с меньшей величиной ❌

1 способ

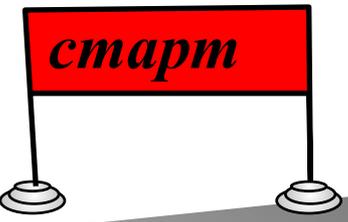
$$\frac{88}{x+3} < \frac{88}{x} + 3$$

2 способ

$$\frac{88}{x} - \frac{88}{x+3} = 3$$

3 способ

$$\frac{88}{x} - 3 = \frac{88}{x+3}$$



Решите любое уравнение самостоятельно



88 км

Показать 8 км/ч

8. Товарный поезд каждую минуту проезжает на 750 метров меньше, чем скорый, и на путь в 180 км тратит времени на 2 часа больше, чем скорый. Найдите скорость товарного поезда. Ответ дайте в км/ч.

$$750 \text{ м / мин} \stackrel{* 60}{=} 45000 \text{ м / ч} \stackrel{: 1000}{=} 45 \text{ км / ч}$$

Если скорость товар. поезда взять за x м/мин, то скорость скорого $x+750$ (м/мин). Но лучше выразить скорость в км/ч. Ведь остальные величины в задаче в км и ч. ❌

	v , км/ч	S , км	t , ч
Товарный	x	180	$\frac{180}{x}$
Скорый	$x+45$	180	$\frac{180}{x+45}$

На 2 часа $>$

Из большей величины вычтем меньшую, разность равна 2 ❌

$$\frac{180}{x} - \frac{180}{x+45} = 2$$

Ответ: 45

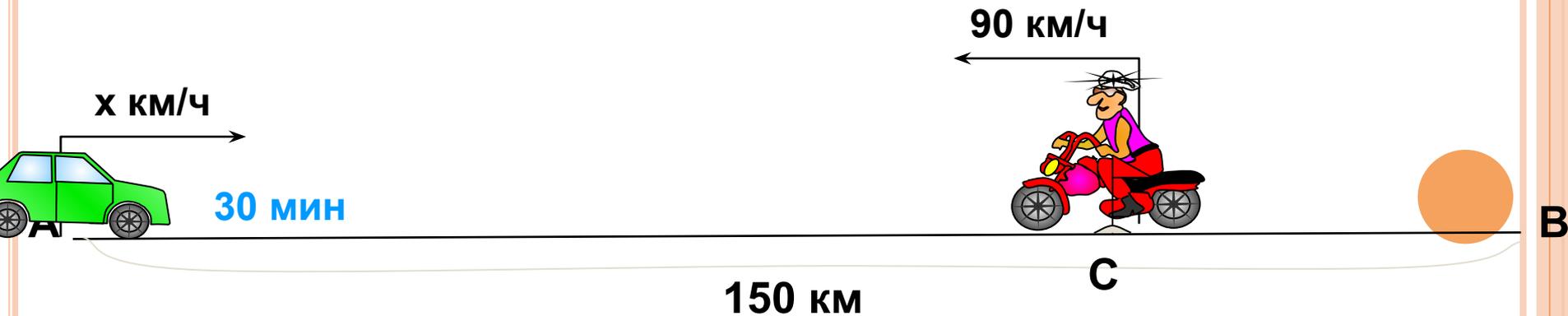
9. Расстояние между городами А и В равно 150 км. Из города А в город В выехал автомобиль, а через 30 минут следом за ним со скоростью 90 км/ч выехал мотоциклист, догнал автомобиль в городе С и повернул обратно. Когда он вернулся в А, автомобиль прибыл в В. Найдите расстояние от А до С. Ответ дайте в километрах.

Показать (2)

1^я ситуация, когда произошла встреча в г. С.
Расстояние оба объекта прошли равное, но автомобиль был в пути на 30 мин больше.



2^я ситуация, когда автомобиль прибыл в г. В, а мотоциклист в г. А.
Расстояние они прошли разное, но время на эту дорогу затрачено равное.

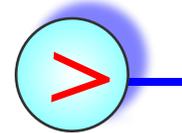


9. Расстояние между городами А и В равно 150 км. Из города А в город В выехал автомобиль, а через 30 минут следом за ним со скоростью 90 км/ч выехал мотоциклист, догнал автомобиль в городе С и повернул обратно. Когда он вернулся в А, автомобиль прибыл в В. Найдите расстояние от А до С. Ответ дайте в километрах.

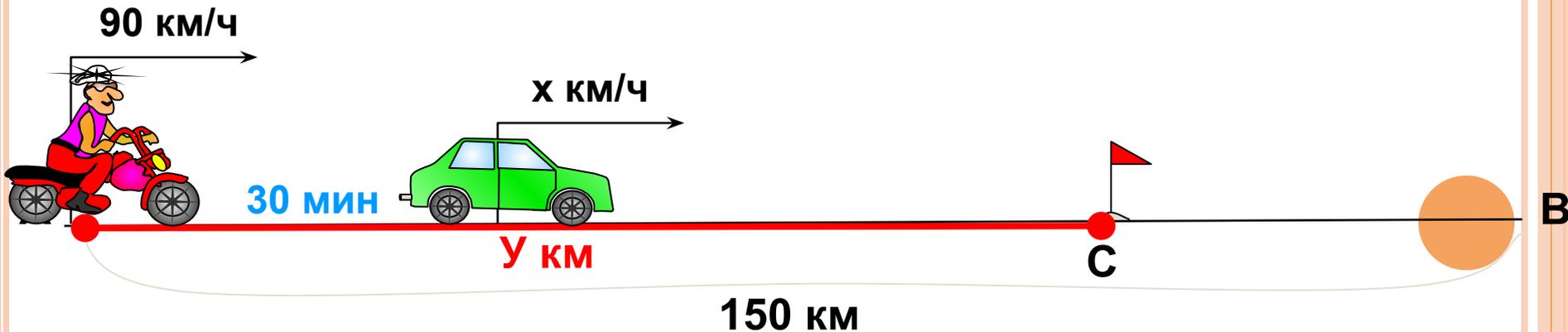
Составим математическую модель 1^й ситуации, когда произошла встреча в г. С. Расстояние оба объекта прошли равное, но автомобиль был в пути на 30 мин больше.

	v , км/ч	S , км	t , ч
Автомобиль	x	y	$\frac{y}{x}$
Мотоциклист	90	y	$\frac{y}{90}$

На $\frac{1}{2}$ ч



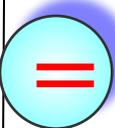
$$\frac{y}{x} - \frac{y}{90} = \frac{1}{2}$$



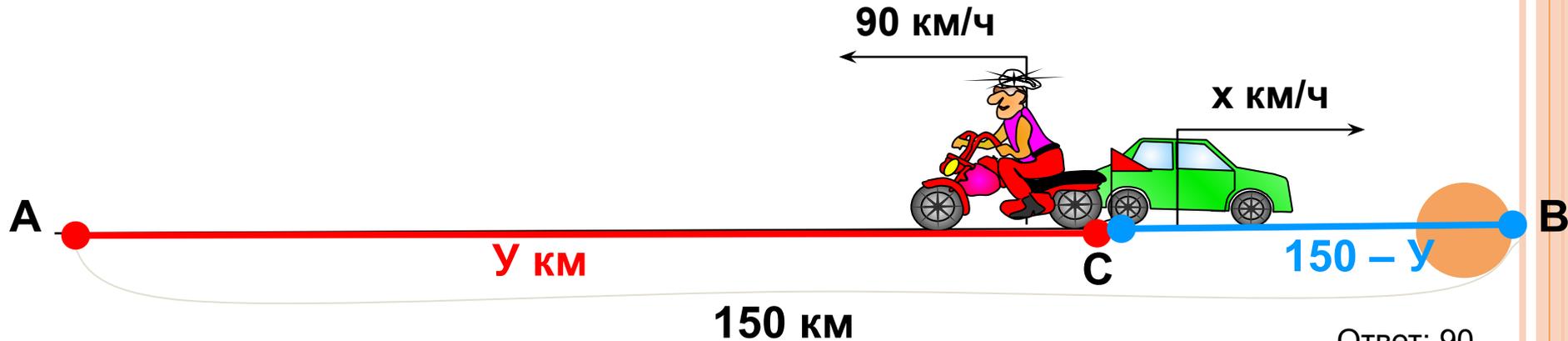
9. Расстояние между городами А и В равно 150 км. Из города А в город В выехал автомобиль, а через 30 минут следом за ним со скоростью 90 км/ч выехал мотоциклист, догнал автомобиль в городе С и повернул обратно. Когда он вернулся в А, автомобиль прибыл в В. Найдите расстояние от А до С. Ответ дайте в километрах.

Составим математическую модель 2^й ситуации, когда автомобиль прибыл в г. В, а мотоциклист в г. А. Расстояние они прошли разное, но время на эту дорогу затрачено равное.

	$v, \text{ км/ч}$	$S, \text{ км}$	$t, \text{ ч}$
Автомобиль	x	$150-y$	$\frac{150-y}{x}$
Мотоциклист	90	y	$\frac{y}{90}$



$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{150-y}{x} = \frac{y}{90} \\ \frac{y}{x} - \frac{y}{90} = \frac{1}{2} \end{array} \right.$$



Ответ: 90

Задачи «на работу»

- ВЕЛИЧИНЫ, характеризующие процесс движения
- «ПОДСКАЗКИ» к поиску решения

ВЕЛИЧИНЫ, характеризующие процесс работы:

- работа (A);
- время выполнения работы (t);
- производительность (скорость выполнения работы в единицу времени) (N);

$$A = N \cdot t$$

«ПОДСКАЗКИ» к поиску решения:

- Вся работа принимается за 1.
- Провести «параллель» с величинами, характеризующими процесс движения

A	S
N	\mathcal{U}
t	t
$A=N \cdot t$	$S=\mathcal{U} \cdot t$
$N=A \backslash t$	$\mathcal{U}=S \backslash t$
$t=A \backslash N$	$t=S \backslash \mathcal{U}$

Вернуться к слайду
ВИДЫ СЮЖЕТНЫХ
задач

Прототип задания В13 (№ 26592)

Заказ на 110 деталей первый рабочий выполняет на 1 час быстрее, чем второй. Сколько деталей в час делает второй рабочий, если известно, что первый за час делает на 1 деталь больше?

Пусть x деталей за один час делает 2 раб., тогда $(x+1)$ деталей делает за час 1 раб.

$$\frac{110}{x} = \frac{110}{x+1} + 1;$$

$$110(x+1) = 110x + 110$$

Первый рабочий выполняет заказ на 1ч быстрее, т.е. его время работы на 1 час меньше.

$$= 10, \quad x = -11$$

	A	k	t
1 рабочий	110	$x + 1$	$\frac{110}{x+1}$
2 рабочий	110	x	$\frac{110}{x}$

$$t = \frac{A}{k}$$



Ответ 10

Прототип задания В13 (№ 26594)

На изготовление 475 деталей первый рабочий тратит на 6 часов меньше, чем второй рабочий на изготовление 550 таких же деталей. Известно, что первый рабочий за час делает на 3 детали больше, чем второй. Сколько деталей в час делает первый рабочий?

$x - 3$ – число деталей, которые изготавливает за час второй рабочий.

$$\frac{475}{x} + 6 = \frac{550}{x - 3}; \quad 475(x - 3) + 6x(x - 3) = 550x; \quad 475x - 3 \cdot 475 + 6x^2 - 18x = 550x;$$

$$6x^2 - 93x - 3 \cdot 475 = 0 \quad \Bigg| : 3 \quad 2x^2 - 31x - 475 = 0; \quad x_1 = \frac{-19}{2} = -9,5,$$

$$x_2 = \frac{50}{2} = 25.$$


Ответ 25

Прототип задания В13 (№ 26595)

На изготовление 99 деталей первый рабочий тратит на 2 часа меньше, чем второй рабочий на изготовление 110 таких же деталей. Известно, что первый рабочий за час делает на 1 деталь больше, чем второй. Сколько деталей в час делает второй рабочий?

	k, дет./час	A, дет.	t, ч
1	$x+1$	99	$\frac{99}{x+1}$
2	x	110	$\frac{110}{x}$

$$\frac{99}{x+1} = \frac{110}{x} \text{ на } 2 \text{ час.}$$

$$99x + 2x(x+1) = 110(x+1);$$

на 2 час.

$$99x + 2x^2 + 2x = 110x + 110;$$

$$x_1 = 10,$$

$$2x^2 + 2x + 99x - 110x - 110 = 0;$$

$$x_2 = \frac{-11}{2} \text{ (посторонний корень)}$$

Ответ 10

26596)

Двое рабочих, работая вместе, могут выполнить работу за 12 дней. За сколько дней, работая отдельно, выполнит эту работу первый рабочий, если он за два дня выполняет такую же часть работы, какую второй — за три дня?

	A	t	k (в день)
1 рабочий	1	X	$\frac{1}{x}$
2 рабочий	1	Y	$\frac{1}{y}$
2 рабочих	2		$\frac{2}{x}$
3 рабочих	3		$\frac{3}{y}$

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{12} \\ \frac{2}{x} = \frac{3}{y} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 12y + 12x = xy \\ 2y = 3x \end{cases}$$

$$\begin{cases} 12\left(\frac{3x}{2}\right) + 12x = x\left(\frac{3x}{2}\right) \\ y = \frac{3x}{2} \end{cases}$$

$$30x = \frac{3x^2}{2}$$

$$\begin{cases} x = 0 \text{ (пост. корень)} \\ x = 20 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 20 \\ y = 30 \end{cases}$$

Полный объем работ примет за 1 (единицу)

Пусть 1-ый рабочий один выполнит работу за X дней, а 2-ой рабочий один выполнит работу за Y дней. Нам надо найти X.

Первый в день выполнит $\frac{1}{x}$ часть работы, 2-ой $\frac{1}{y}$ часть работы, а вместе $\frac{1}{12}$ часть работы. Первый за 2 дня выполнит $\frac{2}{x}$ часть работы, а 2-ой за 3 дня $\frac{3}{y}$ часть работы.

Ответ 20

Прототип задания В13 (№ 26596)

Двое рабочих, работая вместе, могут выполнить работу за 12 дней. За сколько дней, работая отдельно, выполнит эту работу первый рабочий, если он за два дня выполняет такую же часть работы, какую второй — за три дня?

Вопрос задачи поможет нам ввести x и y

Формула $A = vt$ поможет нам составить уравнение

справка

	t , дн.	A , часть	v , часть/дн.
1	x	1	$\frac{1}{x}$
2	y	1	$\frac{1}{y}$

Выразим скорость работы, для этого работу : время

$$v = \frac{A}{t}$$

Скорость совместной работы находим сложением скоростей

За 12 дней, работая вместе, рабочие выполнили работу, т.е. 1 часть самостоятельно

$$v_{\text{совм}} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$$

$$A = 1$$

$$t = 12$$

Найдем работу, которую выполнит I'й раб. за 2 дн. по формуле $A = vt$

$$A_1 = 2 \cdot \frac{2}{x}$$

справка

Найдем работу, которую выполнит II'й раб. за 3 дн. по формуле $A = vt$

$$A_2 = 3 \cdot \frac{3}{y}$$

справка

Ответ: 20

Подсказка для

введения x

Задача В13 (№ 26598)

Первая труба пропускает на 1 литр воды в минуту меньше, чем вторая. Сколько литров воды в минуту пропускает вторая труба, если резервуар объемом 110 литров она заполняет на 1 минуту

быстрее, чем первая труба?

	k , л./мин.	A ,	t , ч
		дет.	110
1	x	110	$\frac{110}{x}$
2	$x+1$	110	$\frac{110}{x+1}$

Чтобы найти время надо
 работу разделить на
 скорость
 $t = \frac{A}{k}$

x

на 1 мин.

$$\frac{110}{x+1} + 1 = \frac{110}{x}$$

~~$$110x + x(x+1) = 110x + 110;$$~~

$$x^2 + x = 110;$$

$$x^2 + x - 110 = 0;$$

$$x = -11;$$

$$x = 10$$

Вторая труба пропускает $(x+1)=11$ л в минуту

Ответ 11

26599)

Первая труба пропускает на 1 литр воды в минуту меньше, чем вторая. Сколько литров воды в минуту пропускает первая труба, если резервуар объемом 110 литров она заполняет на 2 минуты дольше, чем вторая труба за

литров?	к, л./мин.	А,	t, ч.
1	x-1	дет. 110	$\frac{110}{x-1}$
2	x	99	$\frac{99}{x}$

Чтобы найти время на работу разделить на скорость

$$t = \frac{A}{k}$$

$$\frac{110}{x-1} = \frac{99}{x} + 2;$$

$$110x = 99x - 99 + 2x^2 - 2x;$$

$$2x^2 - 2x - 110x + 99x - 99 = 0;$$

$$2x^2 - 13x - 99 = 0;$$

$$x = 11$$

$$x = -4,5 \text{ (постор. корень)}$$

Первая труба пропускает 10 литров

	к, л./мин.	А, дет.	t, ч.
1	x	110	$\frac{110}{x}$
2	x+1	99	$\frac{99}{x+1}$

$$\frac{110}{x} = \frac{99}{x+1} + 2; \quad 2x^2 - 9x - 110 = 0; \quad x = 10, \quad x = -5,5.$$

Ответ 10

Задачи «на смеси и сплавы»

- ВЕЛИЧИНЫ, характеризующие процесс движения
- «ПОДСКАЗКИ» к поиску решения

ВЕЛИЧИНЫ, характеризующие процесс в задачах на смеси и сплавы:

- масса раствора, сплава (M);
- масса «чистого» вещества в растворе, сплаве (m);
- доля «чистого» вещества в растворе, сплаве (a),
 $a = m \backslash M$;
- концентрация «чистого» вещества в растворе, сплаве (C),
 $C = a \cdot 100\%$.

«ПОДСКАЗКИ» К ПОИСКУ РЕШЕНИЯ:

1. Выяснить, сколько ситуаций описано в задаче, как они связаны между собой;
2. Составить таблицу:

СОСТОЯНИЕ РАСТВОРА (СПЛАВА)	M масса раствора (сплава)	m масса чистого вещества	a доля чистого вещества	C, % концентрация чистого вещества

«ПОДСКАЗКИ» К ПОИСКУ РЕШЕНИЯ:

3. Внести в таблицу все известные данные (относительно выбранного «чистого вещества»);
4. Определить требование задачи. Отметить его в таблице.
5. Заполнить ячейки (какие возможно);
6. Ввести переменную;
7. Заполнить (используя формулы) остальные ячейки;
8. Составить уравнение, выявив ту ячейку, которая может быть заполнена двумя способами. Решить полученное уравнение.
9. Осуществить выбор и запись ответа.

Примеры задач «на смеси»:

ЗАДАЧА 1. Смешали 30 % раствор соляной кислоты с 10 % раствором этой же кислоты и получили 600 г 15 % раствора. Сколько граммов каждого раствора было взято?

ЗАДАЧА 2. Сколько килограммов воды нужно выпарить из 0,5 т целлюлозной массы, содержащей 85 % воды, чтобы получить массу с содержанием 25 % целлюлозы?

Вернуться к слайду
виды сюжетных
задач

Задача 1.

Смешали 30 % раствор соляной кислоты с 10 % раствором этой же кислоты и получили 600 г 15 % раствора. Сколько граммов каждого раствора было взято?

Способы решения задачи:

1 – **алгебраический** (составление уравнения с одной переменной)

2 – **алгебраический** (составление системы уравнений)

3 – **«Старинный способ решения задачи»** (с двумя переменными)

задачи»

4 –

графический

1 способ – алгебраический (составление уравнения с одной переменной)

Анализ текста задачи (пункт 1)

1. К какому типу относится задача? (задача «на смеси»)
2. Какими величинами характеризуется процесс смешивания? (M , m , a , C)
3. Какие состояния раствора наблюдаются в задаче? Как они связаны между собой?
 - 1-е: 30-ти % раствор соляной кислоты;
 - 2-е: 10-ти % раствор соляной кислоты;
 - 3-е: 600 г нового раствора с 15-ти % содержанием кислоты (получен при смешивании 1-го и 2-го растворов)

Замечания.

1. За «чистое» вещество примем *соляную кислоту*.
2. По результату анализа текста составим таблицу

(ПУНКТ 2)

СОСТОЯНИЕ РАСТВОРА	M, г	m, г соляной кислоты	a соляной кислоты	C, % соляной кислоты
1				
2				
3=1«+»2				

(пункт 3)

ЧТО ЗНАЕМ О ПЕРВОМ РАСТВОРЕ?

СОСТОЯНИЕ РАСТВОРА	M, г	m, г соляной кислоты	a соляной кислоты	C, % соляной кислоты
1				
2				
3=1«+»2				

КОНЦЕНТРАЦИЯ СОЛЯНОЙ КИСЛОТЫ В РАСТВОРЕ 30%.

СОСТОЯНИЕ РАСТВОРА	M, г	m, г соляной кислоты	a соляной кислоты	C, % соляной кислоты
1				30
2				
3=1«+»2				

ЧТО ЗНАЕМ О ВТОРОМ РАСТВОРЕ?

СОСТОЯНИЕ РАСТВОРА	M, г	m, г соляной кислоты	a соляной кислоты	C, % соляной кислоты
1				30
2				
3=1«+»2				

КОНЦЕНТРАЦИЯ СОЛЯНОЙ КИСЛОТЫ В РАСТВОРЕ 10 %.

СОСТОЯНИЕ РАСТВОРА	M, г	m, г соляной кислоты	a соляной кислоты	C, % соляной кислоты
1				30
2				10
3=1«+»2				

ЧТО ИЗВЕСТНО О ТРЕТЬЕМ РАСТВОРЕ?

СОСТОЯНИЕ РАСТВОРА	M, г	m, г соляной кислоты	a соляной кислоты	C, % соляной кислоты
1				30
2				10
3=1«+»2				

РАСТВОР ПОЛУЧАЕТСЯ ПРИ СМЕШИВАНИИ 1-ГО И 2-ГО РАСТВОРОВ, ЕГО МАССА РАВНА 600 Г, А КОНЦЕНТРАЦИЯ СОЛЯНОЙ КИСЛОТЫ В НЕМ 15 %.

1 способ

СОСТОЯНИЕ РАСТВОРА	M, г	m, г соляной кислоты	a соляной кислоты	C, % соляной кислоты
1				30
2				10
3= 1«+»2	600			15

(ПУНКТ 4)

ЧТО ТРЕБУЕТСЯ УЗНАТЬ В ЗАДАЧЕ?

СОСТОЯНИЕ РАСТВОРА	M, г	m, г соляной кислоты	a соляной кислоты	C, % соляной кислоты
1				30
2				10
3 = 1 «+» 2	600			15

**СКОЛЬКО ГРАММОВ КАЖДОГО РАСТВОРА БЫЛО
ВЗЯТО,
Т.Е. МАССЫ 1-ГО И 2-ГО РАСТВОРА?**

СОСТОЯНИЕ РАСТВОРА	M, г	m, г соляной кислоты	a соляной кислоты	C, % соляной кислоты
1	?			30
2	?			10
3= 1«+»2	600			15

(ПУНКТ 5)

**КАКИЕ ЯЧЕЙКИ ТАБЛИЦЫ МОЖЕМ
ЗАПОЛНИТЬ, ИСПОЛЬЗУЯ ФОРМУЛЫ $A = m/M$ И
 $C = A \cdot 100\%$?**

1 способ

СОСТОЯНИЕ РАСТВОРА	M, г	m, г соляной кислоты	a соляной кислоты	C, % соляной кислоты
1	?			30
2	?			10
3= 1«+»2	600			15

1) ДОЛЮ СОЛЯНОЙ КИСЛОТЫ В КАЖДОМ
РАСТВОРЕ,
2) МАССУ СОЛЯНОЙ КИСЛОТЫ В 3-М
РАСТВОРЕ.

1 способ

СОСТОЯНИЕ РАСТВОРА	M, г	m, г соляной кислоты	a соляной кислоты	C, % соляной кислоты
1	?		0,3	30
2	?		0,1	10
3= 1«+»2	600	0,15·600	0,15	15

(ПУНКТ 6)

1 способ

**ВВЕДЕМ ПЕРЕМЕННУЮ:
ПУСТЬ X - МАССА 1-ГО РАСТВОРА**

СОСТОЯНИЕ РАСТВОРА	M, g	m, g соляной кислоты	a соляной кислоты	$C, \%$ соляной кислоты
1	?		0,3	30
2	?		0,1	10
3 = 1 «+» 2	600	$0,15 \cdot 600$	0,15	15

СОСТОЯНИЕ РАСТВОРА	M, г	m, г соляной кислоты	a соляной кислоты	C, % соляной кислоты
1	? x		0,3	30
2	?		0,1	10
3= 1«+»2	600	0,15·600	0,15	15

(ПУНКТ 7)

1 способ

КАКИМ ОБРАЗОМ МОЖНО ЗАПОЛНИТЬ ОСТАЛЬНЫЕ ЯЧЕЙКИ?

СОСТОЯНИЕ РАСТВОРА	M, г	m, г соляной кислоты	a соляной кислоты	C, % соляной кислоты
1	?		0,3	30
	x			
2	?		0,1	10
3= 1«+»2	600	0,15·600	0,15	15

- 1) М СОЛЯНОЙ КИСЛОТЫ В 1-М РАСТВОРЕ $0,3X$
- 2) М МАССА ВТОРОГО РАСТВОРА $(600-X)$ 1 способ
- 3) М СОЛЯНОЙ КИСЛОТЫ ВО 2-М РАСТВОРЕ $((600-X) \cdot 0,1)$

СОСТОЯНИЕ РАСТВОРА	М, г	м, г соляной кислоты	а соляной кислоты	С, % соляной кислоты
1	? X	$0,3 \cdot X$	0,3	30
2	? 600-X	$(600-X) \cdot 0,1$	0,1	10
3 = 1 «+» 2	600	$0,15 \cdot 600$	0,15	15

(ПУНКТ 8)

СОСТАВИМ И РЕШИМ УРАВНЕНИЕ:

$$0,3\mathbf{x} + (600 - \mathbf{x}) \cdot 0,1 = 0,15 \cdot 600$$

$$0,3\mathbf{x} + 60 - 0,1\mathbf{x} = 90$$

$$0,2\mathbf{x} = 30$$

$$\mathbf{x} = 150$$

(пункт 9)

ПЕРЕВЕДЕМ РЕЗУЛЬТАТ «НА ЯЗЫК ЗАДАЧИ»

150 г было взято 1-го раствора

Отвечили ли мы на вопрос задачи?

Нет.

Надо найти массу 2-го раствора : $600 - 150 = 450$ (г).

Проверим полученный ответ, например, «прикидкой».

Запишем ответ.

Ответ: 150 г, 450 г.

Вернуться к
слайду
способы
решения задач
на смеси

2 способ – алгебраический

(составление системы уравнений с двумя переменными)

Проследим за **содержанием кислоты** в растворах.

Возьмем для смешивания **x** г 30%-го раствора кислоты (или $30x/100$ г) и **y** г 10%-го раствора (или $10y/100$ г).

а) Так как в 600 г нового ¹⁵раствора кислоты стало ¹⁰⁰содержаться 15%, т.е. ⁶⁰⁰ г, то получаем

следующее уравнение:

$$\frac{30}{100}x + \frac{10}{100}y = \frac{15 \cdot 600}{100}$$

б) Кроме того, по условию $x + y = 600$.

Составим и решим систему уравнений:

$$\begin{cases} 30x + 10y = 15 \cdot 600, \\ x + y = 600; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 150, \\ y = 450. \end{cases}$$

Выбор ответа

По смыслу задачи $0 < x < 600$, $0 < y < 600$.

Найденные значения x и y этим условиям удовлетворяют.

Переведем результат «на язык задачи»

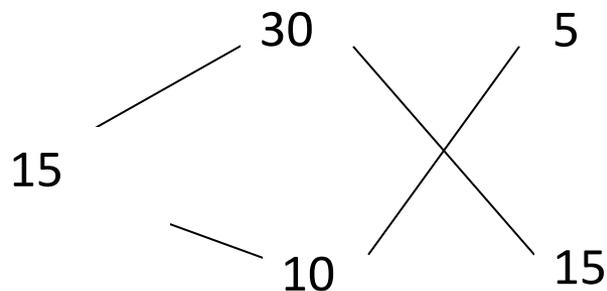
Итак, 30%-го раствора кислоты следует взять 150 г,
а 10%-го – 450 г.

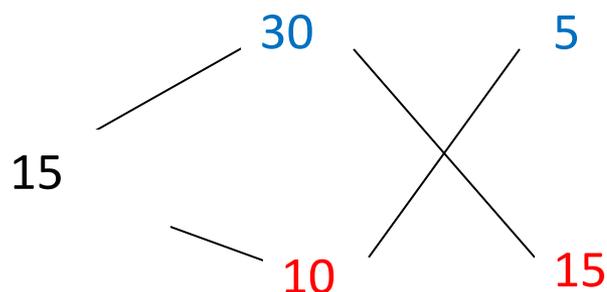
Ответ: 150 г, 450 г.

Рассмотрим пары 15 и 30, 15 и 10.

В каждой паре из большего числа вычтем меньшее и результат запишем в конце соответствующей черточки.

Получится схема:





Из схемы делается заключение, что **30%**-го раствора следует взять **5** частей, **10%**-го – **15** частей, т.е. 600 г «состоит» из **20** (т.е. 5+15) частей.

Таким образом, для получения 600 г 15%-го раствора нужно взять 30%-го раствора 150 г, а 10%-го – 450 г.

Ответ: 150 г, 450 г.

**Старинный способ решения
задач на смешивание
(сплавление) двух веществ,
всегда позволяет получить
правильный ответ.**

Доказательство.

Предположим, что смешиваются x г a %-го раствора кислоты (или $ax/100$ г) и y г. b %-го раствора кислоты (или $by/100$ г). При этом необходимо получить c %-ый раствор.

Пусть, для определенности, $a < c < b$.

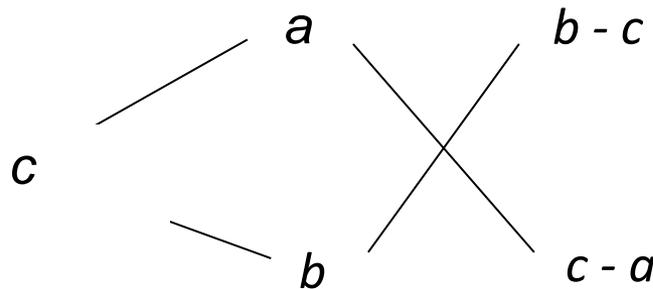
Очевидно, что если $c > b$ или $c < a$, то задача неразрешима.

Так как в полученных $(x+y)$ г смеси кислоты стало содержаться $c\%$, т.е. $(x+y) \cdot \frac{c}{100}$ г, то получаем следующее уравнение:

$$\frac{a}{100}x + \frac{b}{100}y = \frac{c \cdot (x + y)}{100}$$

Отсюда $\frac{x}{y} = \frac{b-c}{c-a}$.

Это отношение и дает старинный способ:



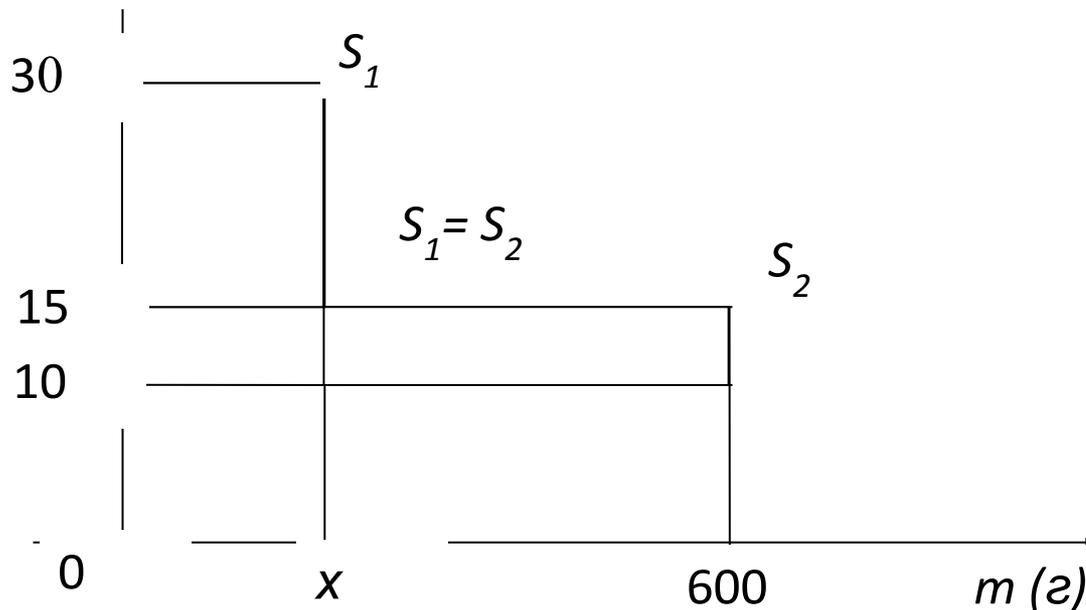
Вернуться к
слайду
способы
решения задач
на смеси

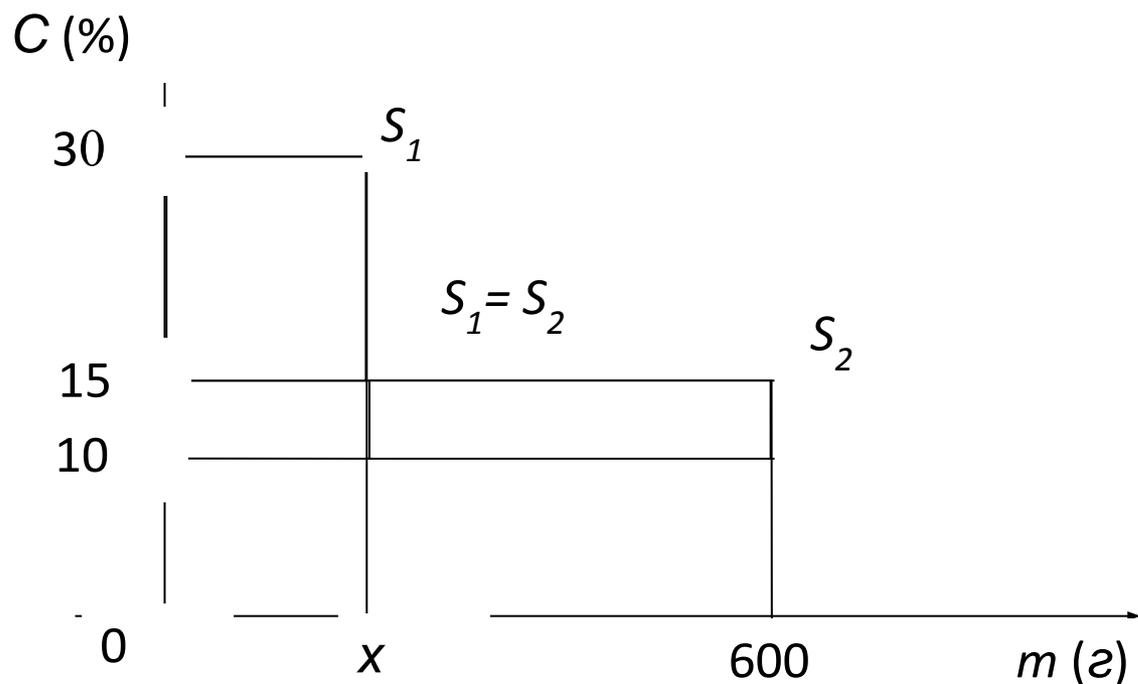
4 способ - графический

Обозначим x г массу первого раствора,
 $(600 - x)$ г массу второго раствора.

Используем систему координат с осями C (%) и m

(г): C (%)





Приравняем площади равновеликих фигур:

$$15x = 5(600 - x)$$

$$x = 150$$

Ответ: 150 г, 450 г.

Особенность задачи:

- $a = m/M$ при $m = \text{const}$, т.е. масса чистого вещества в растворе не меняется,
- величины M и C **обратно пропорциональные**.

Задачу можно отнести к типу задач на **«обратную пропорциональную зависимость»**.

Графически обратную пропорциональную зависимость можно изобразить с помощью *равновеликих прямоугольников*.

Примечание: если задача предполагает аналитическую модель $ax + by = c(x + y)$ [как в нашем случае], то ее можно решать *графически*, используя описанный способ.

Существует также тип задач на «**прямую пропорциональную зависимость**».

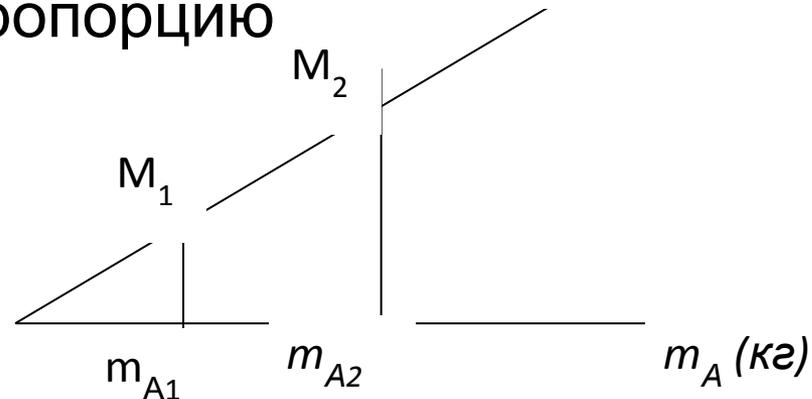
- $a = m/M$ при $a = \text{const}$, т.е. доля чистого вещества в растворе не меняется.
- m и M (переменные величины) находятся в **пропорциональной зависимости**.

Графически пропорциональную зависимость можно изобразить с помощью любого угла, стороны которого пересекаются параллельными прямыми. M (кг)

Затем нужно составить пропорцию

$$\frac{M_2}{M_1} = \frac{m_{A2}}{m_{A1}}$$

далее



ЗАДАЧА 2. Сколько килограммов воды нужно выпарить из 0,5 т целлюлозной массы, содержащей 85 % воды, чтобы получить массу с содержанием 25 % целлюлозы?

[далее](#)

[Вернуться к слайду](#)
[примеры задач на](#)
[смеси](#)

112

Анализ текста задачи (пункт 1)

1. К какому типу относится задача? (задача «на смеси»)
2. Какими величинами характеризуется процесс смешивания? (M , m , a , C)
3. Какие состояния раствора наблюдаются в задаче?
 - 1-е: $0,5 m$ целлюлозной массы с содержанием 85 % воды;
 - 2-е: вода, выпариваемая из целлюлозной массы;
 - 3-е: целлюлозная масса с содержанием 25 % целлюлозы.

Замечания.

1. По результату анализа текста составляем таблицу.
2. За чистое вещество можно взять как воду, так и целлюлозу (возьмём целлюлозу).

(ПУНКТ 2)

СОСТОЯНИЕ РАСТВОРА	M, г	m, г целлюлозы	a целлюлозы	C, % целлюлозы
1				
2				
3=1«-»2				



(ПУНКТ 3)

ЧТО ЗНАЕМ О ПЕРВОМ РАСТВОРЕ?

СОСТОЯНИЕ РАСТВОРА	M, г	m, г целлюлозы	a целлюлозы	C, % целлюлозы
1				
2				
3=1 «-» 2				

**МАССА 1-ОГО РАСТВОРА РАВНА 0,5 Т,
КОНЦЕНТРАЦИЯ ВОДЫ В НЕМ 85 %.**

СОСТОЯНИЕ РАСТВОРА	M, т	m, т целлюлозы	a целлюлозы	C, % целлюлозы
1	0,5			
2				
3=1 «-» 2				

МОЖЕМ ЛИ УЗНАТЬ КОНЦЕНТРАЦИЮ ЦЕЛЛЮЛОЗЫ В 1-ОМ РАСТВОРЕ? КАКИМ ДЕЙСТВИЕМ?

СОСТОЯНИЕ РАСТВОРА	M, г	m, г целлюлозы	a целлюлозы	C, % целлюлозы
1	0,5			
2				
3=1«-»2				

ДА, $100 - 85 = 15$ (%).

СОСТОЯНИЕ РАСТВОРА	М, г	м, г целлюлозы	а целлюлозы	С, % целлюлозы
1	0,5			15
2				
3=1«-»2				

ЧТО ИЗВЕСТНО О 2-М РАСТВОРЕ?

СОСТОЯНИЕ РАСТВОРА	M, г	m, г целлюлозы	a целлюлозы	C, % целлюлозы
1	0,5			15
2				
3=1 «-» 2				

**2-ОИ РАСТВОР ЭТО ЧИСТАЯ ВОДА,
КОТОРУЮ ВЫПАРИВАЮТ, ПОЭТОМУ
КОНЦЕНТРАЦИЯ ЦЕЛЛЮЛОЗЫ В НЕМ
РАВНА 0 %.**

СОСТОЯНИЕ РАСТВОРА	M, г	m, г целлюлозы	a целлюлозы	C, % целлюлозы
1	0,5			15
2				0
3=1«-»2				

ЧТО ЗНАЕМ О 3-М РАСТВОРЕ?

СОСТОЯНИЕ РАСТВОРА	M, г	m, г целлюлозы	a целлюлозы	C, % целлюлозы
1	0,5			15
2				0
3=1 «-» 2				

**3-ИЙ РАСТВОР ПОЛУЧЕН
ВЫПАРИВАНИЕМ ИЗ 1-ГО РАСТВОРА
2-ОЙ РАСТВОР И СОДЕРЖИТ 25 %
ЦЕЛЛЮЛОЗЫ.**

СОСТОЯНИЕ РАСТВОРА	M, г	m, г целлюлозы	a целлюлозы	C, % целлюлозы
1	0,5			15
2				0
3=1«-»2				25

(ПУНКТ 4)

ЧТО ТРЕБУЕТСЯ НАЙТИ В ЗАДАЧЕ?

СОСТОЯНИЕ РАСТВОРА	M, г	m, г целлюлозы	a целлюлозы	C, % целлюлозы
1	0,5			15
2				0
3=1 «-» 2				25

СКОЛЬКО ВОДЫ НАДО ВЫПАРИТЬ, Т.Е. МАССУ 2-ГО РАСТВОРА.

СОСТОЯНИЕ РАСТВОРА	M, т	m, т целлюлозы	a целлюлозы	C, % целлюлозы
1	0,5			15
2	?			0
3=1«-»2				25

(ПУНКТ 5)

**КАКИЕ ЯЧЕЙКИ МОЖЕМ ЗАПОЛНИТЬ,
ИСПОЛЬЗУЯ ФОРМУЛЫ ?**

СОСТОЯНИЕ РАСТВОРА	M, г	m, г целлюлозы	a целлюлозы	C, % целлюлозы
1	0,5			15
2	?			0
3=1 «-» 2				25

СОСТОЯНИЕ РАСТВОРА	M, г	m, г целлюлозы	a целлюлозы	C, % целлюлозы
1	0,5	0,15·0,5	0,15	15
2	?	0	0	0
3=1«-»2			0,25	25

(ПУНКТ 6)

ВВЕДЕМ ПЕРЕМЕННУЮ.

СОСТОЯНИЕ РАСТВОРА	M, г	m, г целлюлозы	a целлюлозы	C, % целлюлозы
1	0,5	$0,15 \cdot 0,5$	0,15	15
2	? x	0	0	0
3=1 «-» 2			0,25	25

(ПУНКТ 7)

ЗАПОЛНИМ ОСТАЛЬНЫЕ ЯЧЕЙКИ ТАБЛИЦЫ

СОСТОЯНИЕ РАСТВОРА	М, т	м, г целлюлозы	а целлюлозы	С, % целлюлозы
1	0,5	$0,15 \cdot 0,5$	0,15	15
2	? x	0	0	0
3=1 «-» 2	$0,5 - x$	$(0,5 - x) \cdot 0,25$	0,25	25

(ПУНКТ 8)

СОСТАВИМ И РЕШИМ УРАВНЕНИЕ:

$$0,15 \cdot 0,5 = (0,5 - x) \cdot 0,25$$

$$0,075 = 0,125 - 0,25 x$$

$$0,25 x = 0,05$$

$$x = 0,2$$

(ПУНКТ 9)

ПЕРЕВЕДЕМ РЕЗУЛЬТАТ «НА ЯЗЫК ЗАДАЧИ».

0,2 *t* воды выпарили из целлюлозной массы.

Ответили ли мы на вопрос задачи?

Нет, так как надо 0,2 *t* перевести в килограммы:
0,2 *t* = 200 кг.

Проверим полученный ответ, используя «прикидку».

Запишем ответ.

Ответ: 200 кг.

[Вернуться к слайду](#)
[виды сюжетных задач](#)

Пример решения задачи ГИА 9 (демонстрационный вариант 2008 г).

Часть 2, №21

Имеется два сплава с разным содержанием золота. В первом сплаве содержится 35%, а во втором – 60% золота. В каком отношении надо взять первый и второй сплавы, чтобы получить из них новый сплав, содержащий 40% золота?

	M	$m_{\text{золота}}$	$a_{\text{золота}}$	$C_{\text{золота}}$
1	? x	$0,35x$	$0,35$	35%
2	? y	$0,6y$	$0,6$	60%
3=1«+»2	$x+y$	$0,4(x+y)$	$0,4$	40%

$$0,4(x+y) = 0,35x + 0,6y$$

$$\frac{x}{y} = \frac{4}{1}$$

$$\frac{x}{y} = \frac{4}{1}$$

Ответ: 4 : 1.

[Вернуться к слайду](#)
виды сюжетных задач

ЗАДАЧИ НА «БАНКОВСКИЕ» ПРОЦЕНТЫ

«ПОДСКАЗКИ» к поиску решения

«ПОДСКАЗКИ» к поиску решения

- $p\%$ от b есть $0,01p \cdot b$.
- Если « a больше b на $p\%$ », то $a = b + 0,01p \cdot b$ или $a = b(1 + 0,01p)$.
- Если « a меньше b на $p\%$ », то $a = b - 0,01p \cdot b$ или $a = b(1 - 0,01p)$.
- Если « a увеличилось на $p\%$ », то новое значение a равно $a(1 + 0,01p)$.
- Если « a уменьшилось на $p\%$ », то новое значение a равно $a(1 - 0,01p)$.

Примечание: значимую роль в решении задач на проценты играют умения учеников находить **число по дроби, дробь от числа, выражать проценты дробями** и наоборот.

Примеры:

ЗАДАЧА 1. Вкладчик положил в банк деньги под 10 %. После начисления процентов некоторую сумму он изъясил, а остаток оставил в банке. После вторичного начисления процентов оказалось, что образовавшаяся на счету сумма на 1 % меньше исходной величины вклада. Сколько процентов от исходной суммы было изъясно вкладчиком после первого начисления процентов?

ЗАДАЧА 2. Предприятие уменьшило выпуск продукции на 20 %. На сколько процентов необходимо теперь увеличить выпуск продукции, чтобы достигнуть первоначального уровня?

ЗАДАЧА 1. Вкладчик положил в банк деньги под 10 %. После начисления процентов некоторую сумму он изъяс, а остаток оставил в банке. После вторичного начисления процентов оказалось, что образовавшаяся на счету сумма на 1 % меньше исходной величины вклада. Сколько процентов от исходной суммы было изъясно вкладчиком после первого начисления процентов?

Анализ текста задачи:

1. К какому типу относится задача?

Задача «на банковские проценты».

2. Какие ситуации описаны в задаче?

а) вкладчик положил деньги в банк под 10 %;

б) произошло первичное начисление процентов;

в) вкладчик изъяс некоторую сумму (какое-то количество % от исходной суммы);

г) произошло вторичное начисление процентов;

д) сумма на счету оказалась на 1 % меньше вклада (первоначальная сумма уменьшилась на 1 %).

Пусть S сумма вклада.

$S(1 + 0,1) = 1,1 \cdot S$ – сумма вклада после первого начисления.

$0,01k \cdot S$ – часть, изъятая вкладчиком (от исходной суммы – по условию).

$1,1 \cdot S - 0,01k \cdot S$ - сумма, оставшаяся на счету после первого начисления (на которую будет вторично начислен процент).



$(1,1 \cdot S - 0,01k \cdot S) \cdot 1,1$ – сумма вклада после второго начисления.

Так как сумма, оказавшаяся на счету на 1 % меньше исходной величины, то ее значение равно $S (1 - 0,01) = 0,99 \cdot S$.

Составим и решим

уравнение:

$(1,1S - 0,01k \cdot S) 1,1 = 0,99 S$ / разделим обе части уравнения на $S \neq 0$

$$(1,1 - 0,01k) 1,1 = 0,99$$

$$1,1 - 0,01k = 0,99 : 1,1$$

$$1,1 - 0,01k = 0,9$$

$$0,01k = 0,2$$

$$k = 20$$

Переведем полученный результат на язык задачи:
20 % от исходной суммы было изъято вкладчиком.

Ответ: 20 %.

ЗАДАЧА 2. Предприятие уменьшило выпуск продукции на 20 %. На сколько процентов необходимо теперь увеличить выпуск продукции, чтобы достигнуть первоначального уровня?

Анализ текста задачи:

1. К какому типу относится задача?

Задача «на банковские проценты».

2. Какие ситуации описаны в задаче?

а) предприятие уменьшило выпуск продукции на 20 % (первоначальный объем уменьшился на 20%);

б) предприятию необходимо увеличить выпуск, чтобы достичь первоначального уровня.

Пусть S объем выпускаемой продукции первоначально.

$S (1 - 0,2) = 0,8 S$ – объем выпускаемой продукции после снижения.

$0,01p$ – процент, на который необходимо повысить выпуск продукции.

$0,8S (1 + 0,01p)$ – объем выпускаемой продукции в случае повышения.

Так как объем выпускаемой продукции должен достичь первоначального уровня, то он равен S .

Составим и решим уравнение:

$$0,8 S (1 + 0,01p) = S \quad / \text{разделим обе части уравнения на } S \\ \neq 0$$

$$0,8 (1 + 0,01p) = 1$$

$$1 + 0,01p = 1 : 0,8$$

$$0,01p = 1,25 - 1$$

$$p = 25$$

На 25 % надо увеличить выпуск продукции, чтобы достичь первоначального уровня

Ответ: 25 %.
далее

[Вернуться к
слайду виды
сюжетных задач](#)

Подсказки к решению задач на «банковские» проценты являются основой для решения **задач на сложные проценты:**

- 1) Число увеличили на 10%, потом еще на 10%. На сколько процентов увеличили число за два раза?
- 2) Женя за весну похудел на 20%, потом поправился за лето на 30%, за осень опять похудел на 20% и за зиму прибавил в массе 10%. Осталась ли за этот год его масса прежней?

Вопросы для самоконтроля:

1. Назовите «подсказки» для решения задач на движение, на проценты, на смеси и сплавы, на работу.
2. На основе приведенных примеров решения задач назовите способы записи решения.
3. Приведите, по возможности, к одной из задач другое решение или другой способ записи решения?

Задание для понимания учебной информации

Попытайтесь схематически представить
главные теоретические положения
материала.

Сравните Вашу схему с той, которая
представлена на следующем слайде.



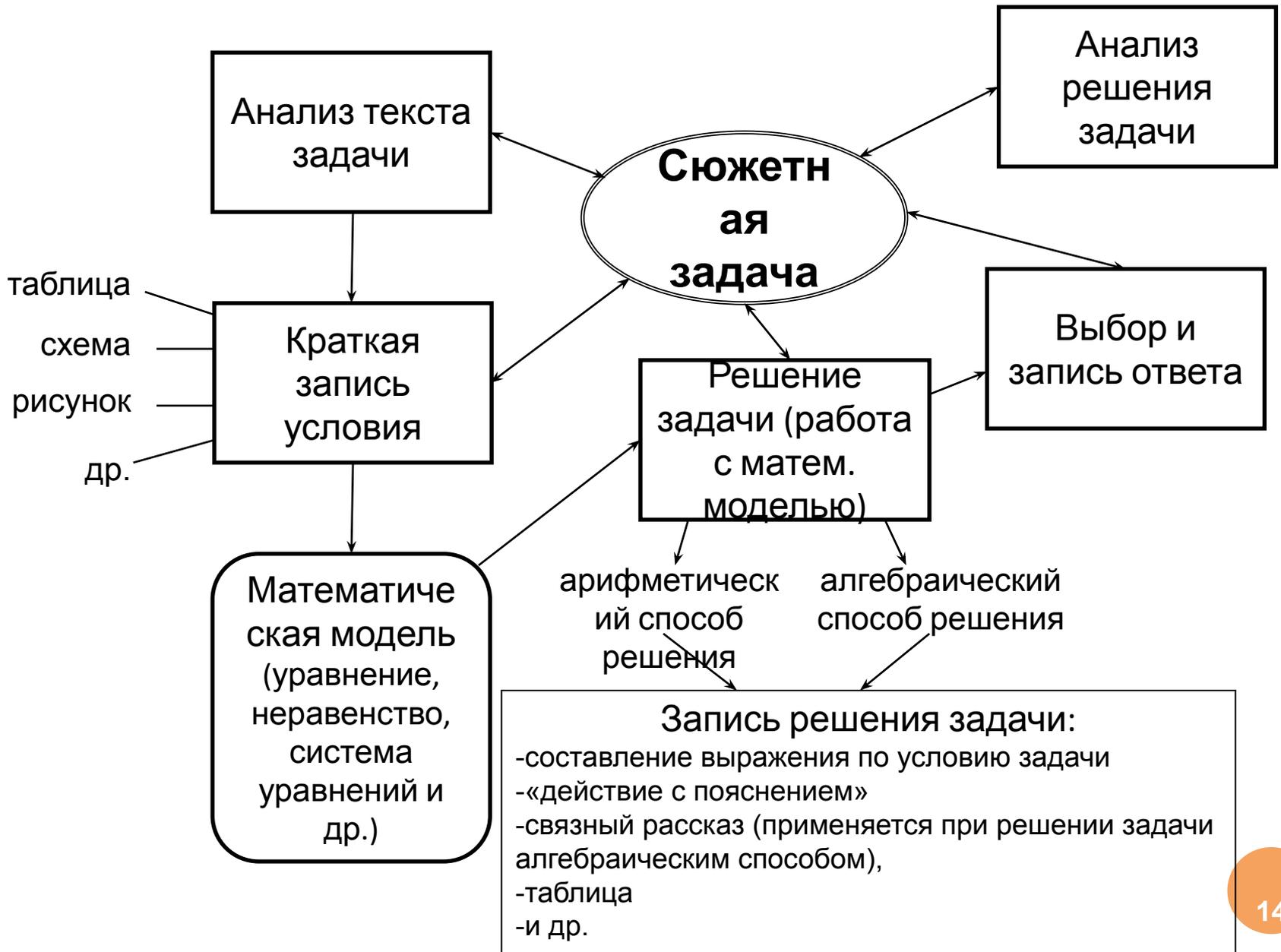


Рис. 1. Работа над сюжетной задачей

Проверьте понимание материала, который Вы систематизировали и обобщили благодаря работе с презентацией, ответив на вопросы для самоконтроля.

В случае затруднения при ответах на вопросы обращайтесь вновь к презентации.



Вопросы для самоконтроля:

1. Какова роль задач в обучении математике?
2. Приведите несколько классификаций задач по разным основаниям.
3. Что понимается под сюжетной задачей?
4. Какие способы решения задач существуют? Назовите способы записи решения задачи.
5. Назовите и охарактеризуйте этапы типового проекта работы над задачей.
6. Раскройте этап анализа текста задачи.
7. Охарактеризуйте возможные способы осуществления краткой записи задачи.
8. Изложите суть этап поиска решения задачи.

литературы:

- 1) Владимирцева С.А. Теория и методика обучения математике : Общая методика. – Барнаул : БГПУ, 2004.
- 2) Далингер В.А. Текстовые задачи на проценты и методика обучения учащихся их решению // Вестник ОмГПУ, 2006.
- 3) Доклад на заседании районного МО учителей математики 8.01.2003. – «Практико-ориентированная деятельность учащихся как фактор, обеспечивающий социальную адаптацию личности» // orenmath.liceum4.ru/file_download/43.
- 4) Каплунович И. Об одном подходе к гуманизации обучения математике // Математика. – 2004. – № 25-26. – С. 2-6.
- 5) Кац М. Проценты // Математика. – 2004. – № 23. – С. 28-32.
- 6) Кац М. Проценты // Математика. – 2004. – № 25-26. – С. 34-37.
- 7) Концепция математического образования // Математика в школе. – 2000. – № 2. – С. 15.
- 8) Ляпин С.Е. Методика обучения математике. – М., 1952.
- 9) Неопределённые и переопределённые задачи (использование задач с «аномальным» условием в процессе обучения математике) // <http://na5.ru/509013-1>.
- 10) Рашпелева Е. Несколько способов решения одной задачи // Математика. – 2004. – № 48. – С. 15-16.
- 11) Шевкин А. Текстовые задачи в школьном курсе математики. Лекция 4. Задачи на прямую и обратную пропорциональную зависимость. Задачи на пропорции // Математика. – 2005. – № 20. – С. 16-23.
- 12) http://www.expert.ru/printissues/russian_reporter/2008/05/pisa/ «Русский репортер» №5 (35)/ Григорий Тарасевич, редактор отдела «Науки» журнала «Русский репортер»
- 13) matem.uspu.ru/i/inst/math/subjects/13.ppt.
- 14) mrcpk.marsu.ru/works_iso/2007-06-18/.../progelkours.doc.
- 15) Презентации учителя математики Зениной Алевтины Дмитриевны.