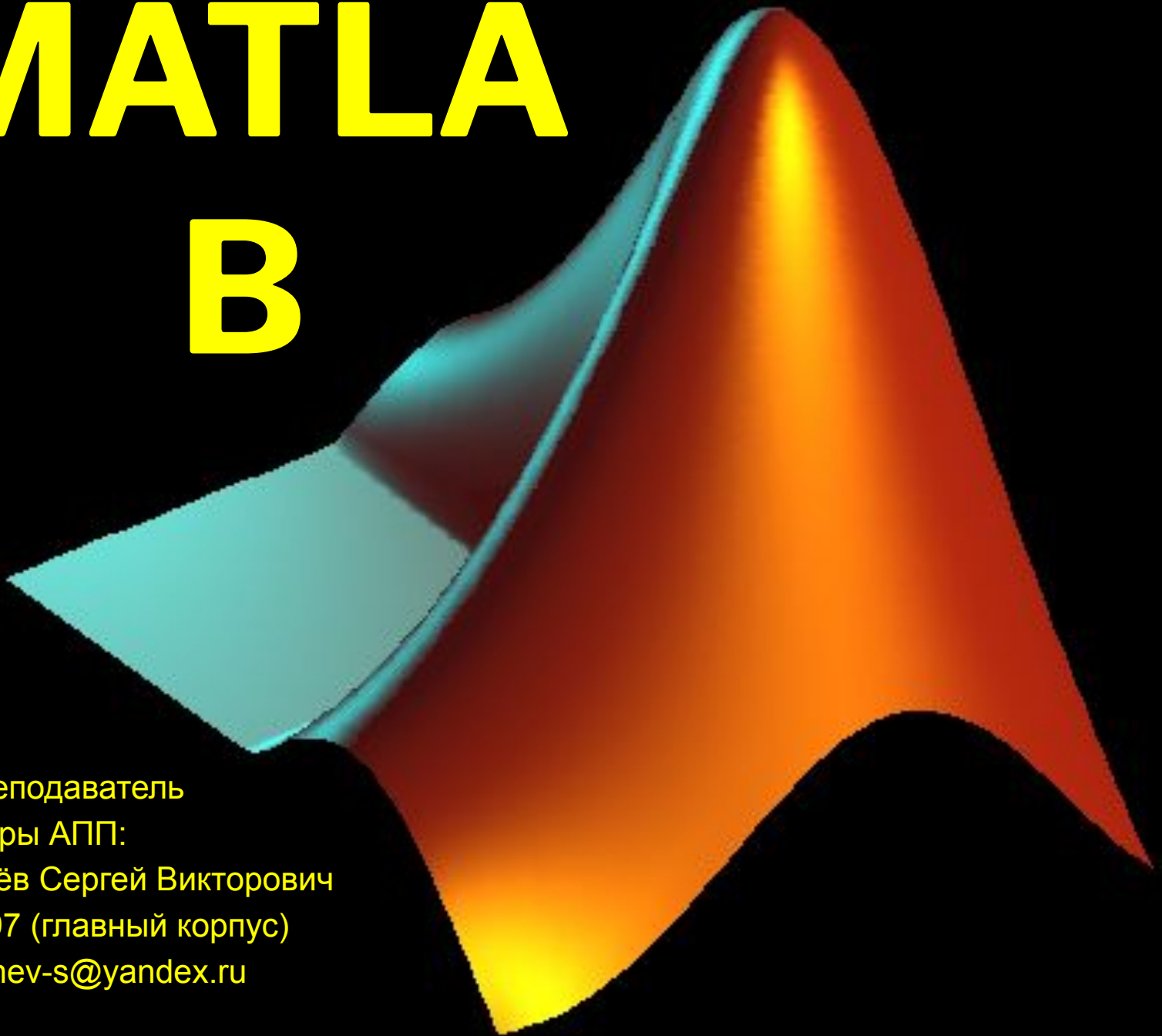
MATLAB



Ст. преподаватель
кафедры АПП:
Носачёв Сергей Викторович
Каб.297 (главный корпус)
nosachev-s@yandex.ru

Содержание

Введение

Matlab (MATrix LABoratory) – это

- математические вычисления
- создание алгоритмов
- моделирование
- анализ, обработка и визуализация данных
- научная и инженерная графика
- разработка приложений с GUI
- огромное количество прикладных пакетов

Пакеты, встроенные в Matlab

- Matlab Web Server
- Bioinformatics Toolbox
- Communications Toolbox
- Control System Toolbox
- Database Toolbox
- Distributed Computing Toolbox
- Financial Toolbox
- Fuzzy Logic Toolbox
- Genetic Algorithm and Direct Search Toolbox
- Image Processing Toolbox
- Neural Networks Toolbox
- Partial Differential Equation Toolbox
- Signal Processing Toolbox
- SimBiology
- Spline Toolbox
- Statistics Toolbox
- Symbolic Toolbox
- Virtual Reality Toolbox
- Wavelet Toolbox
- Simulink
- Aerospace Blockset
- Communications Blockset
- Video and Image Processing
- Real-Time Workshop
- Matlab Builder for .NET
- Matlab Compiler
- Интеграция в MS Office

ОСНОВНЫЕ ЧАСТИ ПАКЕТА MATLAB:

1. Язык Matlab
2. Среда Matlab
3. Управляемая графика
4. Библиотека математических функций
5. Программный интерфейс

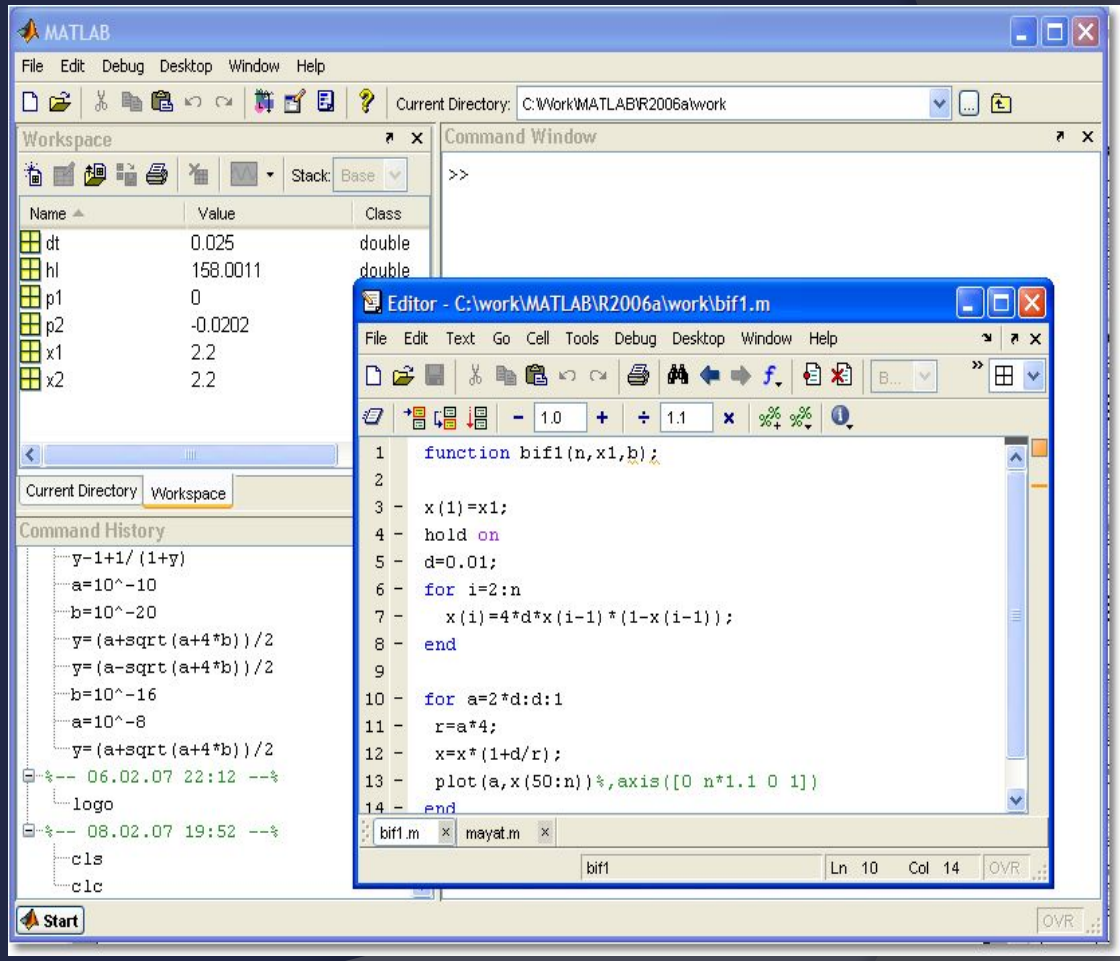
Язык Matlab

- Си- и Паскаль-подобный объектно-ориентированный
- Огромный набор встроенных функций
- Расширяемый пользователем

```
clear;
x1=2.2;
p1=0.0;
dt=0.025;
axis([-pi pi -pi pi]);
hl=line(x1,p1);
set(hl,'EraseMode' , 'none' , 'LineStyle' , ':' , 'Color' , 'r' );
grid on;
pause;
while 1
  x2=x1+p1*dt;
  p2=p1-sin(x2)*dt;
  if x2> pi
    x2=x2-2*pi;
  end;
  if x2< -pi
    x2=x2+2*pi;
  end;
  set(hl, 'XData' ,x2, 'YData', p2);
  x1=x2; p1=p2;
end;
```

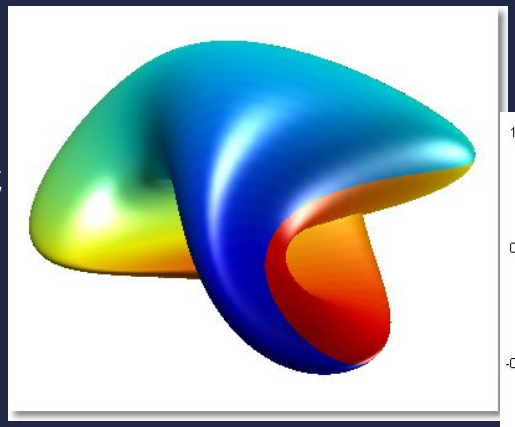
Среда Matlab

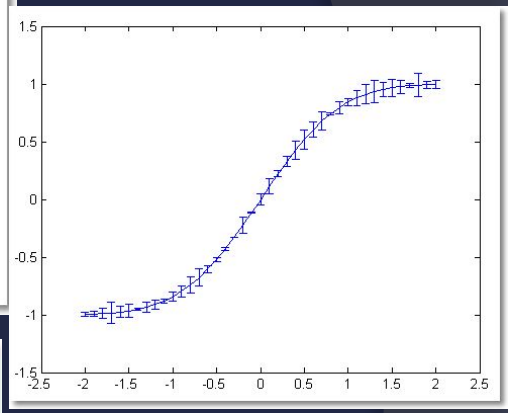
- Интерактивная работа
- Управление переменными в рабочем пространстве
- Редактор
- Отладчик

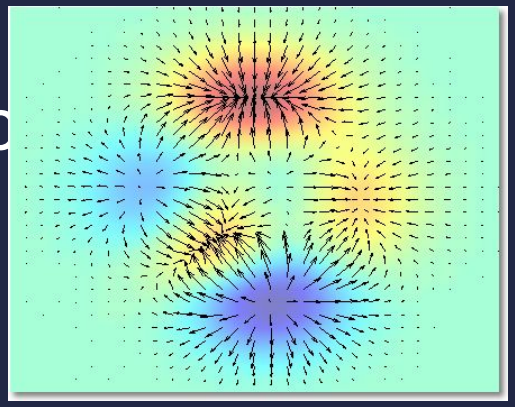


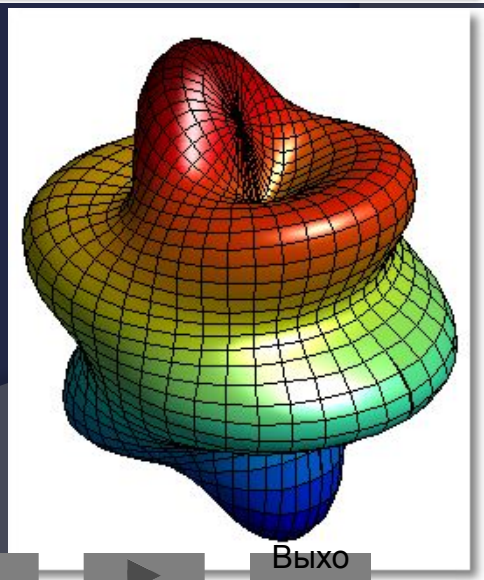
Управляемая графика

- Команды высокого уровня для работы с 2D- и 3D-графикой
- Анимация
- Команды низкого уровня для работы с графикой









Библиотека математических функций

- Обширная коллекция вычислительных алгоритмов от элементарных функций (*sin*, *cos* и т. п.) до более сложных
  - обращение матриц
  - вычисление собственных значений
  - минимизация функций
  - дифференцирование
  - интегрирование
  - и пр.

Программный интерфейс

- API для взаимодействия с программами на языках Си и Фортран

Matlab – язык для работы с матричными объектами

- Основной объект Matlab – матрица
- Число – это матрица размера (`1x1`)
- Использование матриц
  - существенно облегчает программирование
  - делает запись формул краткой и наглядной
- В дальнейшем изложении предполагается знакомство с матричной алгеброй и основами программирования

Числа

- Основной базовый тип для матриц
- Хранятся в формате long (double)
  - стандарт плавающей точки IEEE
- Интервал приблизительно от `10E-308` до `10E+308`
- Комплексные числа строятся с применением суффиксов *i* или *j* (мнимая единица): `2.4e7+3.005i`

Другие типы

- Строки
- Массивы структур (записей)
- Массивы ячеек
  - позволяют объединять в массиве элементы разной природы
- Объекты

Переменные и выражения

- Переменные определяются пользователем при помощи оператора присваивания: `x=5`
- В левой части – имя переменной
  - заглавные и строчные буквы различаются
- В правой части оператора присваивания может стоять выражение: `y=(2-x)/(x+3)`
- Если выражение встречается вне оператора присваивания, то его значение вычисляется и помещается в системную переменную `ans` (от answer)
- Переменную `ans` можно использовать для задания новых выражений: `z=ans*3`
- Если оператор присваивания завершить символом «`;`», то результат на экране не дублируется; в противном случае – выводится на экран:


Command Window
>> a=2*3
a =
6
>> b=a/7;
>> b
b =
0.8571
>>

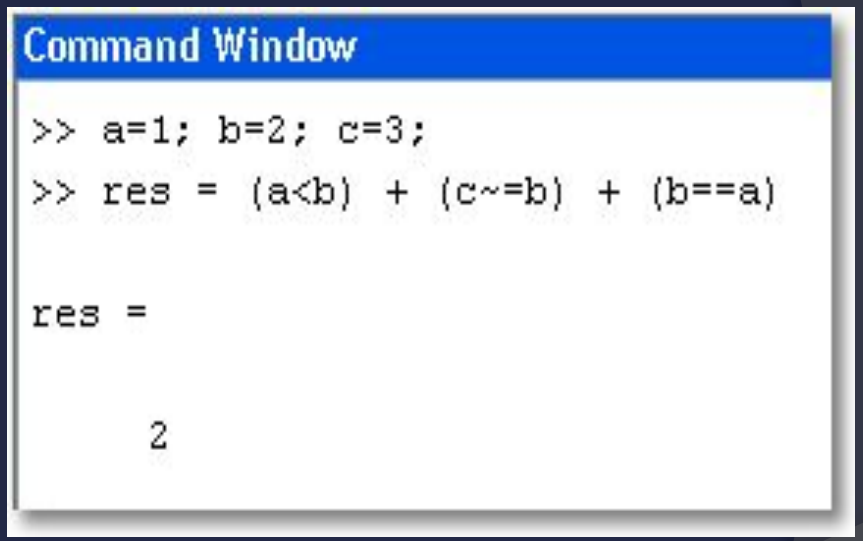
Операторы

- При составлении выражений могут быть использованы операторы:
  - `+` сложение
  - `–` вычитание
  - `*` умножение
  - `/` деление
  - `^` возведение в степень
- Приоритет операций обычный. Изменяется при помощи круглых скобок

Операции отношения

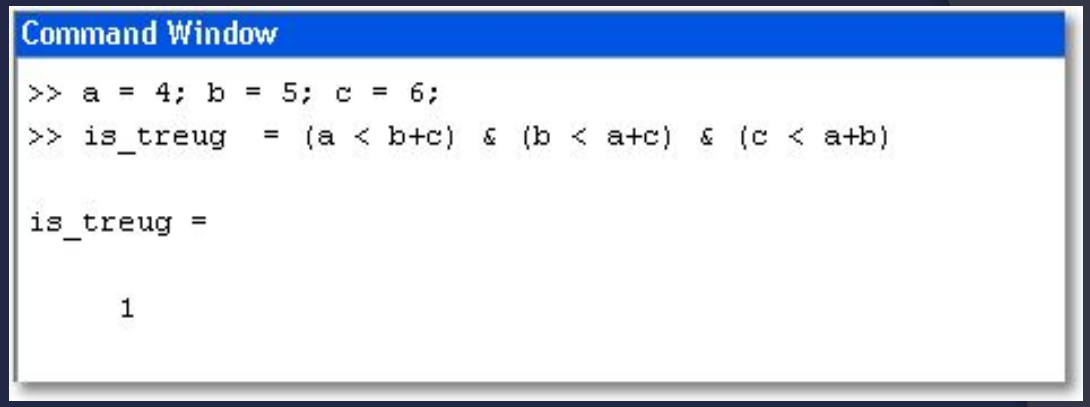
<	меньше
<=	меньше или равно
>	больше
>=	больше или равно
==	равно
~=	не равно

Приоритет ниже, чем у арифметических операций



Логические операции

&	и
|	или
~	не



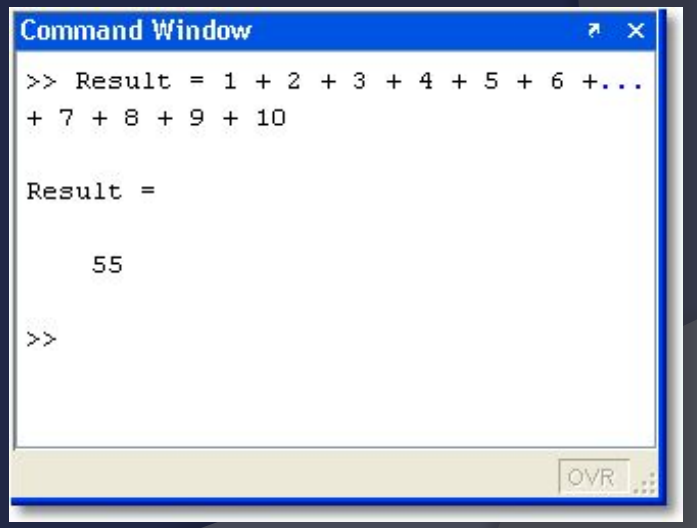
0 – ложь (false)

1 – истина (true)

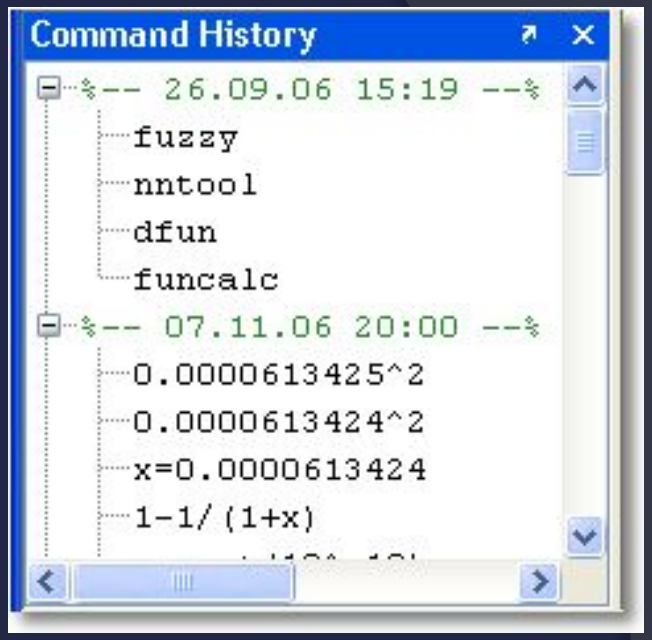
Приоритет ниже, чем у арифметических операций и операций отношения

Командная строка

- Простейший способ взаимодействия с Matlab – работа в командной строке (в режиме калькулятора)
  - строка начинается с приглашения: символа >>
- Перемещение по стеку ранее введённых команд – клавиши ↑ и ↓
- Для удобства размещения данных в КС можно разбивать вводимое выражение знаком «…»
- Очистить командное окно можно комадной `clc`

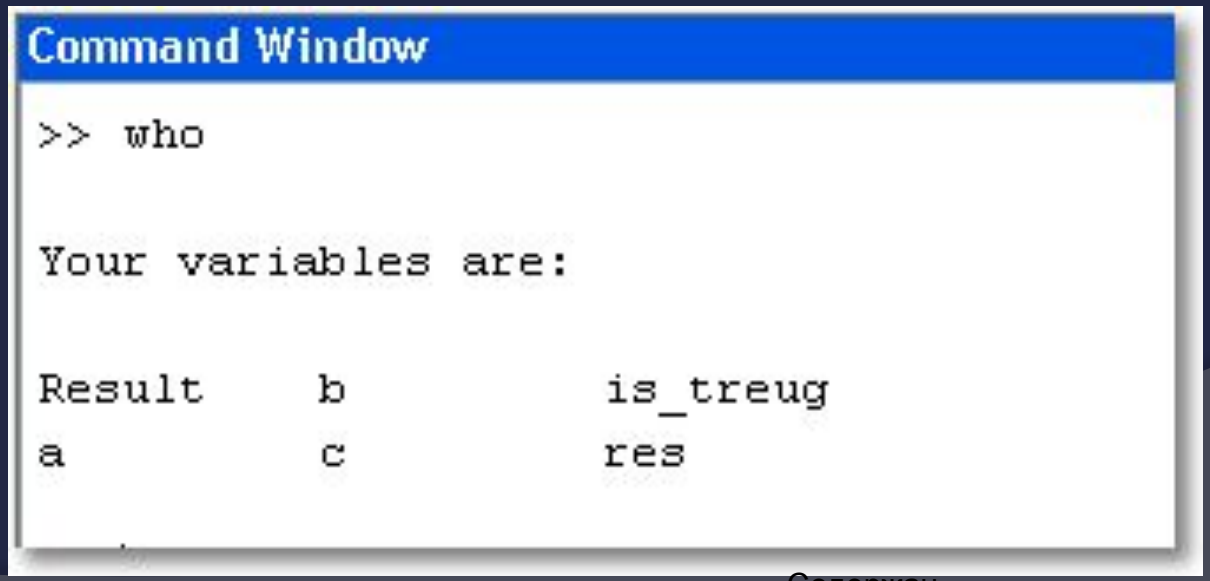


- Работа с КС упрощается благодаря окну Command History (меню Desktop)
- Здесь хранится сессионная запись всех введённых команд
- Их можно скопировать, выполнить и т. п. (см. контекстное меню)

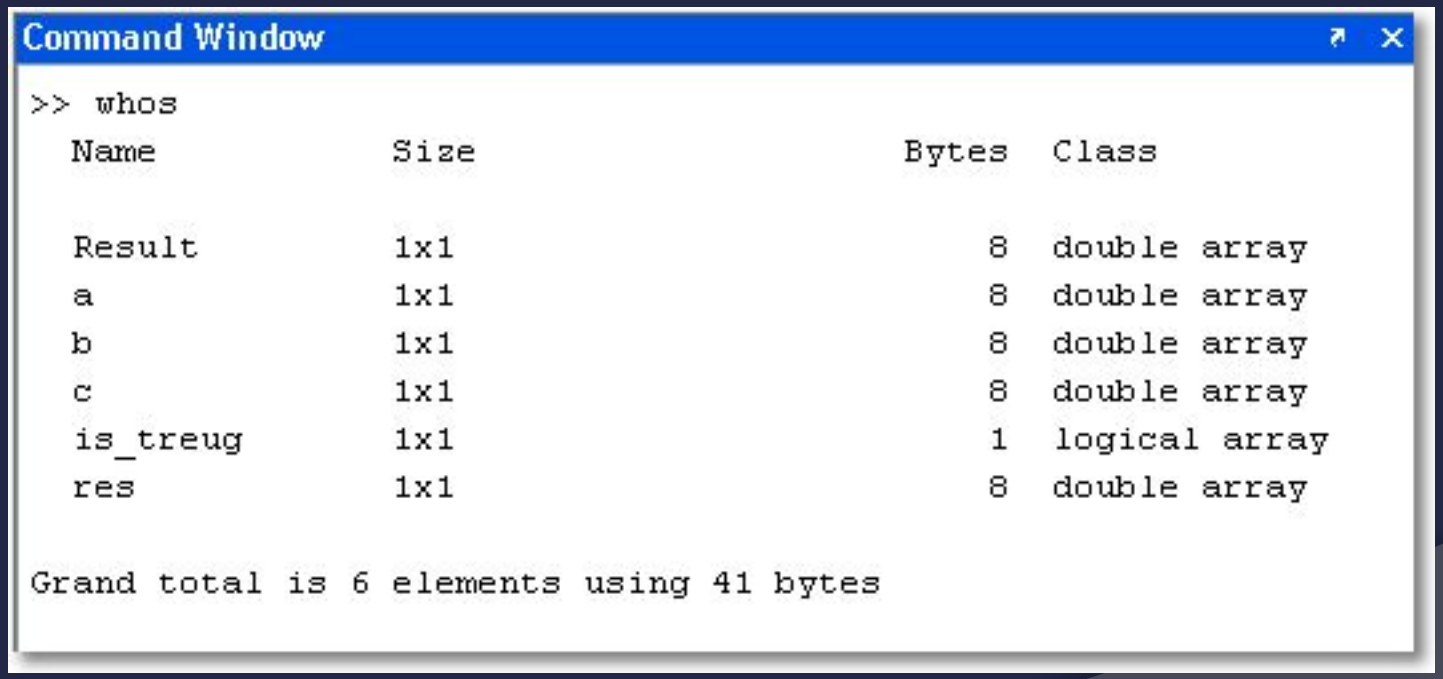


Рабочее пространство (Workspace)

- Все переменные хранятся в РП
  - порой это отнимает много места
- Просмотреть список существующих в РП переменных можно командой `who`:



- Более подробную информацию о переменных РП можно вывести командой `whos`:



- После закрытия сеанса работы MATLABa все переменные, вычисленные в течение сеанса, теряются. Однако их можно сохранить для последующего использования в иных сеансах, сохранив содержимое РП в файле на диске
  - командой меню: File \ Save Workspace As…
  - командой Matlab: `save`

Команда save

- `save` – сохраняет все переменные в файл *matlab.mat*
- `save filename` – сохраняет все переменные в файл *filename*
- `save filename x y z` – сохраняет переменные *x, y, z* в файл *filename* (можно по маске: `a*`)
- `save filename x y z -ASCII` – сохраняет переменные *x, y, z* в файл *filename* в текстовом виде
- `save('filename', 'a','b','-ASCII')` – процедурная форма вызова команды
  - параметры – в виде строк (в одинарных апострофах)
- Подробнее про эту и любую другую команду Matlab
  - `help <имя команды>`
  - или F1

Команда load

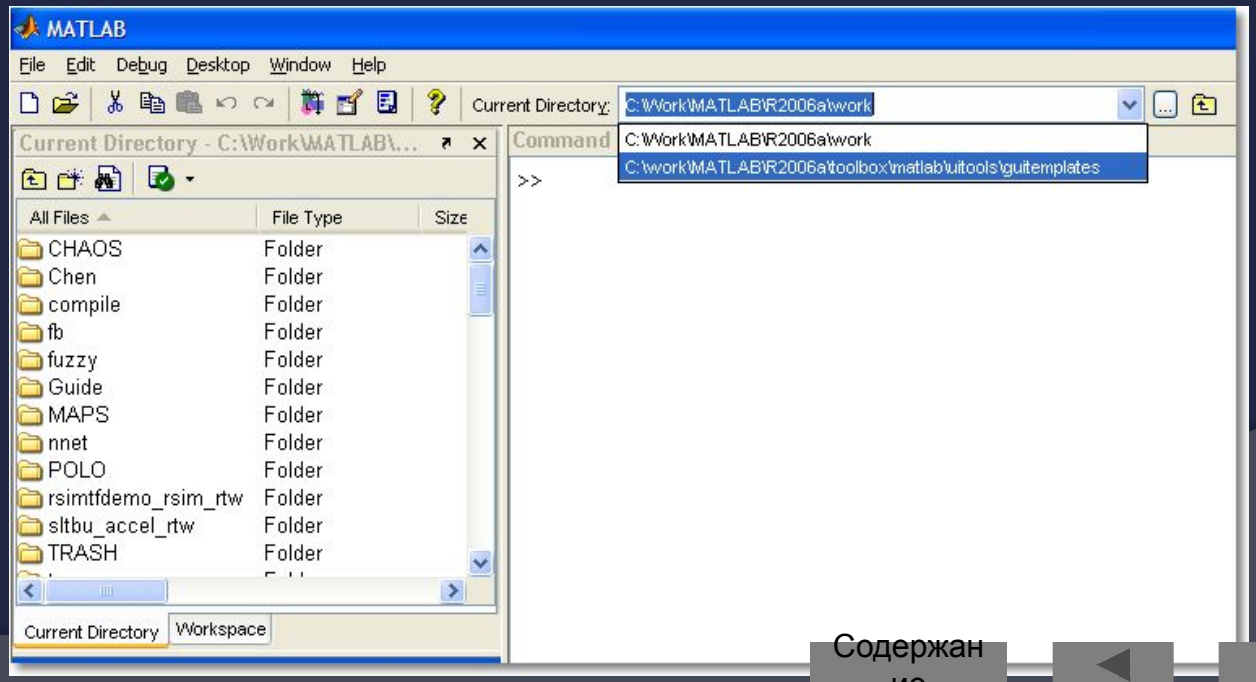
- Служит для загрузки ранее сохранённых данных
- `load` – загружает все переменные из файла *matlab.mat*
- `load filename` – загружает все переменные из файла *filename*
- `load filename x y z` – загружает переменные *x, y, z* из файла *filename*
- `load -ASCII filename x y z`– загружает переменные *x, y, z* из текстового файла *filename*
  `load('filename', 'a','b','-ASCII')` – процедурная форма вызова команды

Команда clear

- Служит для удаления переменных из РП
- `clear` – удаляет все переменные
- `clear all` – удаляет всё, включая классы, функции, скомпилированные файлы и пр.
- `clear x y z` – удаляет переменные *x*, *y* и *z*.

Рабочий каталог

- Все файлы (данные, функции и пр.), созданные пользователем сохраняются в текущем каталоге (Current Directory)
- Изменить текущий каталог можно
  - командой `cd <путь>`
  - в строке ввода Current Directory на панели инструментов:
  - в окне Current Directory



Сохранение рабочей сессии

- `diary` – сохраняет лог текущей сессии (весь текстовый ввод и вывод) в файл
- По умолчанию – в файл *diary* в текущем каталоге
- `diary filename` или `diary('filename')` – сохраняют сессию в указанном файле
- `diary off` / `diary on` – соответственно, приостанавливают и продолжают ведение лога
- `diary` – переключается между режимами on/off, если лог уже ведётся

ВЫЧИСЛЕНИЯ В MATLAB

Элементарные функции Тригонометрические

- sin
- cos
- tan
- cot
- asin
- acos
- atan
- acot
- sinh
- cosh
- tanh
- coth
- asinh
- acosh
- atanh
- acoth
- sind
- cosd
- tand
- cotd

Элементарные функции
Экспоненциальные

- exp
- log – ln
- log10
- log2
- sqrt
- nthroot(x, n)

Элементарные функции Округление и остатки

- fix – округление к нулю
- floor – округление к минус бесконечности
- ceil – округление к плюс бесконечности
- round – округление к ближайшему целому
- mod(x,y) – остаток от деления x на y без учёта знака (x - n*y, где n = floor(x/y))
- rem(x,y) – остаток от деления x на y с учётом знака (x - n*y, где n = fix(x/y))

Элементарные функции Комплексные числа

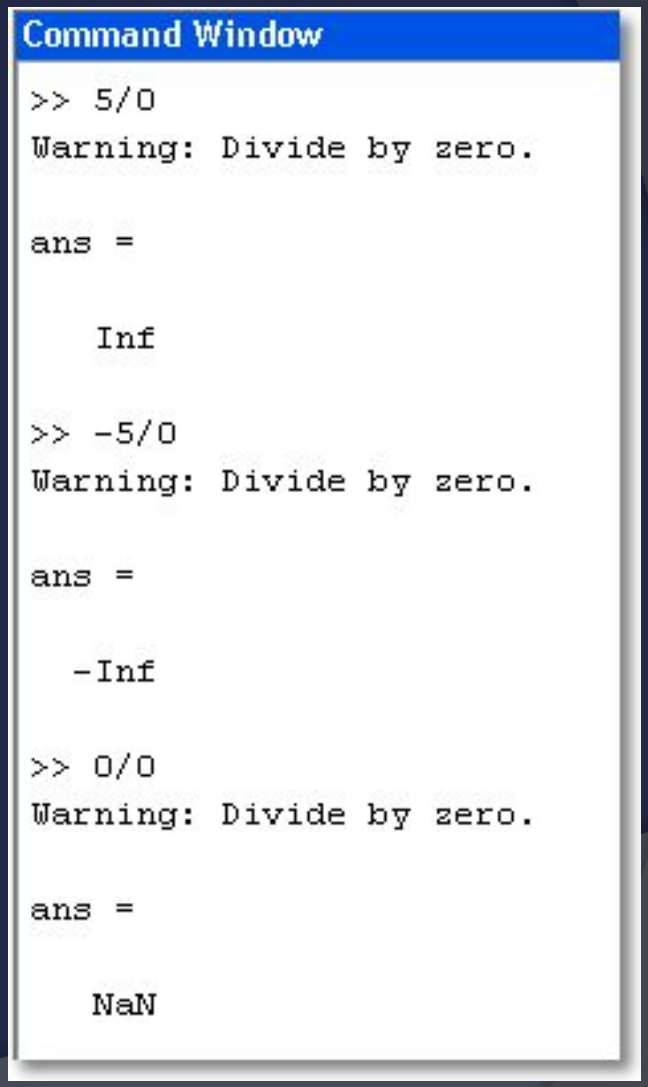
- abs(z) – модуль комплексного числа z
- angle(z) – фаза z (в радианах)
- real(z) – действительная часть z
- imag(z) – мнимая часть z
- conj(z) – комплексно сопряжённое число для z
- complex(a,b) – конструирует комплексное число a+ib
- isreal(z) – возвращает истину, если z – действительное

Элементарные функции

- Просмотреть полный список элементарных функций можно командой
  - `help elfun`

Константы

- pi – число pi
- Inf – бесконечность
- -Inf – минус бесконечность
- NaN (Not a Number) – нечисловое значение



Одномерные массивы

- Задание массива:
  - a = [-3 4 2];
  - a = [-3, 4, 2];
- Диапазоны:
  - b = -3: 2 (b = -3 -2 -1 0 1 2)
  - b = -3:2:5   (b = -3 -1 1 3 5)
- Доступ к элементу:
  - a(3) (будет равно 2)
- Изменение элемента:
  - a(3) = 1
- Количество элементов в массиве: length(a) (будет равно 3)
- Нумерация элементов начинается с 1
- Добавление элементов в массив
  - a(4) = 5;
  - a = [a 5]
- Конкатенация массивов:
  - c = [a b]
- Удаление массива (превращение в пустой массив)
  - a = [ ]

Двумерные массивы

- Задание массива:
  - a = [1 2; 3 4; 5 6];

```
Command Window
>> a = [ 1 2; 3 4; 5 6]

a =

     1     2
     3     4
     5     6
```

- Доступ к элементу:

```
>> a(3,1)

ans =

     5

>> a(1,3)
??? Index exceeds matrix dimensions.
```

Векторы-столбцы и векторы-строки

- Любая строка и столбец матрицы – это вектор
- Векторы, расположенные вдоль строк – векторы-строки (размер 1xn)
- Векторы, расположенные вдоль столбцов – векторы-столбцы (размер nx1)
- Задание вектора-столбца:
- К векторам любого типа применима функция length

```
>> c = [1; 2; 3]

c =

     1
     2
     3

>> c = [1 2 3]'

c =

     1
     2
     3
```

Размерность и размер матриц

- Размерность массива определяется функцией ndims(A)
- Размер массива – функцией size(A)

```
>> a = [1 2 3; 4 5 6]

a =

     1     2     3
     4     5     6

>> ndims(a)

ans =

     2
```

```
>> size(a)

ans =

     2     3

>> [m n] = size(a)

m =

     2


n =

     3
```

Конкатенация

- Рассмотрим две матрицы

```
>> a = [1 2 3; 4 5 6]

a =

     1     2     3
     4     5     6

>> b = [4 6 7; 0 9 5]

b =

     4     6     7
     0     9     5
```

- Проведём склейку «в столбик», а затем «в строку»:

```
>> c = [a; b]

c =

     1     2     3
     4     5     6
     4     6     7
     0     9     5

>> c = [a b]

c =

     1     2     3     4     6     7
     4     5     6     0     9     5
```

- При несовпадении размерностей получаем сообщение об ошибке

```
>> c = [c; a]
??? Error using ==> vertcat
CAT arguments dimensions are not consistent.
```

Диапазоны

- Можно использовать как для задания значений векторов, так и для задания диапазонов индексации
- Рассмотрим другие примеры

```
>> a = magic(5)

a =

    17    24     1     8    15
    23     5     7    14    16
     4     6    13    20    22
    10    12    19    21     3
    11    18    25     2     9

>> a(2:3,4:5)

ans =

    14    16
    20    22
```

```
>> a = magic(5)

a =

    17    24     1     8    15
    23     5     7    14    16
     4     6    13    20    22
    10    12    19    21     3
    11    18    25     2     9

>> a(3,:)

ans =

     4     6    13    20    22

>> a(:,1)

ans =

    17
    23
     4
    10
    11
```

```
>> a = magic(3)

a =

     8     1     6
     3     5     7
     4     9     2

>> a(:)

ans =

     8
     3
     4
     1
     5
     9
     6
     7
     2
```

- Для обращения к последнему элементу любой размерности можно использовать служебное слово `end`:

```
>> A = magic(5)

A =

    17    24     1     8    15
    23     5     7    14    16
     4     6    13    20    22
    10    12    19    21     3
    11    18    25     2     9

>> B = A(:,3:end)

B =

     1     8    15
     7    14    16
    13    20    22
    19    21     3
    25     2     9
```

Удаление строк и столбцов

```
>> a = magic(5)

a =

    17    24     1     8    15
    23     5     7    14    16
     4     6    13    20    22
    10    12    19    21     3
    11    18    25     2     9

>> a(2:3,:) = [ ]

a =

    17    24     1     8    15
    10    12    19    21     3
    11    18    25     2     9
```

```
>> a = magic(5)

a =

    17    24     1     8    15
    23     5     7    14    16
     4     6    13    20    22
    10    12    19    21     3
    11    18    25     2     9

>> a(:,3:4) = [ ]

a =

    17    24    15
    23     5    16
     4     6    22
    10    12     3
    11    18     9
```

Перестановка элементов

```
>> b = 1:3:11

b =

     1     4     7    10

>> b([4 2 1 3])

ans =

    10     4     1     7
```

```
>> a = magic(5)

a =

    17    24     1     8    15
    23     5     7    14    16
     4     6    13    20    22
    10    12    19    21     3
    11    18    25     2     9

>> a = a(:,[3 5 2 4 1])

a =

     1    15    24     8    17
     7    16     5    14    23
    13    22     6    20     4
    19     3    12    21    10
    25     9    18     2    11
```

ФУНКЦИИ ДЛЯ РАБОТЫ С МАССИВАМИ В MATLAB

Создание матриц специального вида

- Для работы с матрицами удобно пользоваться следующими функциями
  - `ones` – формирование массива из единиц
  - `zeros` – формирование массива из нулей
  - `eye` – формирование единичной матрицы
  - `rand` – формирование матрицы из числе, равномерно распределённых на отрезке [0, 1]
  - `randn` – формирование матрицы из чисел, нормально распределённых с математическим ожиданием 0.
  - `magic` – формирование магического квадрата
  - `pascal` – формирование квадрата Паскаля
  - `diag` – диагональная матрица
  - и др.

МАТРИЦЫ СПЕЦИАЛЬНОГО ВИДА

- Рассмотрим основной синтаксис на примере функции создания единичной матрицы (`eye`)
- `eye(m)` – создание единичной матрицы размера [m, m]
- `eye(m, n)` – создание единичной матрицы размера [m, n]
  - «лишние» строки или столбцы дополняются нулями

```
>> a = eye(4)

a =

     1     0     0     0
     0     1     0     0
     0     0     1     0
     0     0     0     1

>> a = eye(4, 6)

a =

     1     0     0     0     0     0
     0     1     0     0     0     0
     0     0     1     0     0     0
     0     0     0     1     0     0
```

```
>> z = zeros(4)

z =

     0     0     0     0
     0     0     0     0
     0     0     0     0
     0     0     0     0

>> z = zeros(3, 4)

z =

     0     0     0     0
     0     0     0     0
     0     0     0     0
```

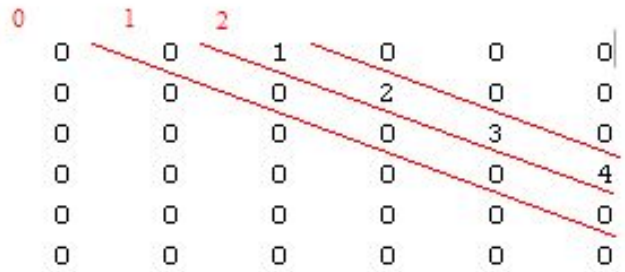
```
>> z = ones(5)

z =

     1     1     1     1     1
     1     1     1     1     1
     1     1     1     1     1
     1     1     1     1     1
     1     1     1     1     1

>> z = ones(5, 3) * 7

z =

     7     7     7
     7     7     7
     7     7     7
     7     7     7
     7     7     7
```

```
>> rand(4)

ans =

    0.9355    0.0579    0.1389    0.2722
    0.9169    0.3529    0.2028    0.1988
    0.4103    0.8132    0.1987    0.0153
    0.8936    0.0099    0.6038    0.7468

>> randn(4)

ans =

   -0.4326   -1.1465    0.3273   -0.5883
   -1.6656    1.1909    0.1746    2.1832
    0.1253    1.1892   -0.1867   -0.1364
    0.2877   -0.0376    0.7258    0.1139
```

```
>> magic(3)

ans =

     8     1     6
     3     5     7
     4     9     2

>> pascal(6)

ans =

     1     1     1     1     1     1
     1     2     3     4     5     6
     1     3     6    10    15    21
     1     4    10    20    35    56
     1     5    15    35    70   126
     1     6    21    56   126   252
```

- Функция `diag`: работа с диагональными матрицами
  - у которых ненулевые элементы расположены на диагоналях
- Синтаксис:
  - `X = diag(v)` – на главной диагонали матрицы X расположены элементы вектора v
  - `X = diag(v,k)` – на k-ой диагонали матрицы X расположены элементы вектора v (по умолчанию k=0)
  - `v = diag(X,k)` – извлечь из матрицы X k-ую диагональ и сохранить её в векторе v

```
>> v = 1:4

v =

     1     2     3     4

>> A = diag(v)

A =

     1     0     0     0
     0     2     0     0
     0     0     3     0
     0     0     0     4

>> B = diag(v, 2)

B =

     0     0     1     0     0     0
     0     0     0     2     0     0
     0     0     0     0     3     0
     0     0     0     0     0     4
     0     0     0     0     0     0
     0     0     0     0     0     0
```




```
>> B = diag(v, -1)

B =

     0     0     0     0     0
     1     0     0     0     0
     0     2     0     0     0
     0     0     3     0     0
     0     0     0     4     0

>> M = magic(6)

M =

    35     1     6    26    19    24
     3    32     7    21    23    25
    31     9     2    22    27    20
     8    28    33    17    10    15
    30     5    34    12    14    16
     4    36    29    13    18    11

>> u = diag(M, 1)

u =

     1
     7
    22
    10
    16
```

```
>> m = 3

m =

     3

>> A = diag(-m:m)+diag(ones(2*m,1),1)+diag(ones(2*m,1),-1)

A =

    -3     1     0     0     0     0     0
     1    -2     1     0     0     0     0
     0     1    -1     1     0     0     0
     0     0     1     0     1     0     0
     0     0     0     1     1     1     0
     0     0     0     0     1     2     1
     0     0     0     0     0     1     3
```

ВЫЧИСЛЕНИЯ С ЭЛЕМЕНТАМИ МАССИВОВ

- Простейшие операции над элементами массивов:
  - `sum:` сумма элементов
  - `prod:` произведение элементов
  - `cumsum:` кумулятивная сумма элементов
  - `cumprod:` кумулятивное произведение элементов
  - `max:` нахождение максимального элемента
  - `min:` нахождение минимального элемента
  - `sort:` сортировка элементов

- Рассмотрим работу некоторых из этих функций на примере `sum`
- Для векторов эта функция возвращает сумму элементов
- Для массивов – сумму элементов по каждому из столбцов
  - результат – вектор-строка
- Остальные функции работают по этому же принципу

```
>> A = round(10*rand(4,5)-3)

A =

     3     1     2     5     5
     1    -1     3     4    -2
     2     3    -1     2     3
     0     5     1     3    -2

>> v = sum(A)

v =

     6     8     5    14     4
```

```
>> sum(v)

ans =

    37

>> sum(sum(A))

ans =

    37
```

- Кумулятивная сумма вычисляется так же, только происходит накопление вычисленных значений в элементах массива:

```
>> A = magic(5)

A =

    17    24     1     8    15
    23     5     7    14    16
     4     6    13    20    22
    10    12    19    21     3
    11    18    25     2     9

>> cumsum(A)

ans =

    17    24     1     8    15
    40    29     8    22    31
    44    35    21    42    53
    54    47    40    63    56
    65    65    65    65    65
```

- Максимальный и минимальный элементы:

```
>> A = round(100*rand(6,5)-40)

A =

    41   -23    47   -15    21
    21    43    37    -5   -33
    30    44     4   -21    -9
   -31     5    22     9    21
     2    56    55     1   -22
    -2   -25    24     6    22

>> max(A)

ans =

    41    56    55     9    22

>> [max(min(A)), min(max(A))]

ans =

     4     9
```

- Вызов функций `max/min` с двумя выходными параметрами позволяет определить и индекс найденного элемента:

```
A =

   -15    -6    10   -39    38
    19     0    32    26    59
    11    -9    -9    32     7
     6     1   -29   -12    50
    14   -11     4   -14     5
    54    -1     7    31    40

>> [a,i]=max(A)

a =

    54     1    32    32    59


i =

     6     4     2     3     2
```

- Функция `sort` производит сортировку элементов матрицы по столбцам:

```
>> A

A =

   -15    -6    10   -39    38
    19     0    32    26    59
    11    -9    -9    32     7
     6     1   -29   -12    50
    14   -11     4   -14     5
    54    -1     7    31    40

>> sort(A)

ans =

   -15   -11   -29   -39     5
     6    -9    -9   -14     7
    11    -6     4   -12    38
    14    -1     7    26    40
    19     0    10    31    50
    54     1    32    32    59
```

ЛОГИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ

- `All(v)` – возвращает истину, если все элементы вектора v отличны от нуля. Для матриц выдаёт вектор-строку с аналогичным результатом для каждого столбца

```
>> M = magic(4)-7

M =

     9    -5    -4     6
    -2     4     3     1
     2     0    -1     5
    -3     7     8    -6

>> all(M)

ans =

     1     0     1     1
```

- `Any(v)` – возвращает истину, если хотя бы один элемент вектора v отличен от нуля. Для матриц выдаёт вектор-строку с аналогичным результатом для каждого столбца

```
>> M=zeros(5); M(1,1)=3; M(2,3)=5

M =

     3     0     0     0     0
     0     0     5     0     0
     0     0     0     0     0
     0     0     0     0     0
     0     0     0     0     0

>> any(M)

ans =

     1     0     1     0     0
```

```
>> v=round(20*rand(1,8)-5)

v =

     5    15     2     6    -1     5     3     8

>> v>7

ans =

     0     1     0     0     0     0     0     1

>> v(v>7)

ans =

    15     8

>> v(v>5 & v<=8)

ans =

     6     8
```

Поиск в массиве

- `find`: определяет индексы элементов, удовлетворяющих заданному условию

```
>> v

v =

     5    15     2     6    -1     5     3     8

>> find(v>7)

ans =

     2     8

>> v(find(v>7))

ans =

    15     8
```

- Пример применения команды `find` к матрицам:

```
>> a = magic(3)

a =

     8     1     6
     3     5     7
     4     9     2

>> k = find(a>5);
>> [w, i] = find(a>5);
>> [k w i]

ans =

     1     1     1
     6     3     2
     7     1     3
     8     2     3
```

Математические матричные операции

- det – вычисление определителя квадратной матрицы

```
>> format long
>> A = round(100*rand(6)-40)

A =

   -21    -7    22    57    40   -12
     5    48    29    42    27   -33
   -39     8    11    -8   -39     8
    -9    16    31    19    16    58
    48    22    12   -27     5    52
    44    26    21   -15    50    16

>> det(A)

ans =

   -5.225668154000000e+009
```

МАТРИЧНЫЕ И ПОЭЛЕМЕНТНЫЕ ОПЕРАЦИИ

- При работе с матрицами можно использовать два вида операторов:
  - *матричные:* производят действия по правилам матричной алгебры
  - *поэлементные:* производят действия над соответствующими элементами матриц
    - размеры матриц должны быть одинаковыми
    - от матричных операций отличаются точкой перед знаком операции

- ‘ транспонирование
- + матричное (и поэлементное) сложение
- - матричное (и поэлементное) вычитание
- * матричное умножение
- / матричное деление
- ^ матричное возведение в степень
- \ матричное деление «слева»
- .* поэлементное умножение
- ./ поэлементное деление
- .^ поэлементное возведение в степень
- .\ поэлементное деление «слева»

```
>> a = [1 2; 3 4]

a =

     1     2
     3     4

>> b = [3 1; 2 0]

b =

     3     1
     2     0
```

```
>> a*b

ans =

     7     1
    17     3

>> a.*b

ans =

     3     2
     6     0
```

- Такие операции часто используются, если нужно применить какую либо функцию ко всем элементам матрицы.

```
>> x = [1 2 3 4 5]

x =

     1     2     3     4     5

>> 1/x^2
??? Error using ==> mpower
Matrix must be square.

>> 1./x.^2

ans =

    1.0000    0.2500    0.1111    0.0625    0.0400

>> format rat
>> 1./x.^2

ans =

       1         1/4         1/9        1/16        1/25
```

- Некоторые операции по умолчанию считаются поэлементными:

```
>> a = magic(3)

a =

     8     1     6
     3     5     7
     4     9     2

>> a+1

ans =

     9     2     7
     4     6     8
     5    10     3

>> sin(a)

ans =

    0.9894    0.8415   -0.2794
    0.1411   -0.9589    0.6570
   -0.7568    0.4121    0.9093
```

Операции «деления» слева и справа

- Применяются для решения систем линейных уравнений (СЛУ)
- Деление слева (\)
  - для квадратных матриц реализует метод Гаусса
  - для прямоугольных матриц– метод наименьших квадратов

```
>> A = [1 5 7;
        3 2 -5];
>> b = [4;7]

b =

     4
     7

>> x = A\b

x =

         0
    1.7692
   -0.6923

>> x = inv(A)*b
??? Error using ==> inv
Matrix must be square.

>> A*x-b

ans =

  1.0e-015 *

   -0.8882
    0.8882
```

ГРАФИЧЕСКИЕ ВОЗМОЖНОСТИ MATLAB

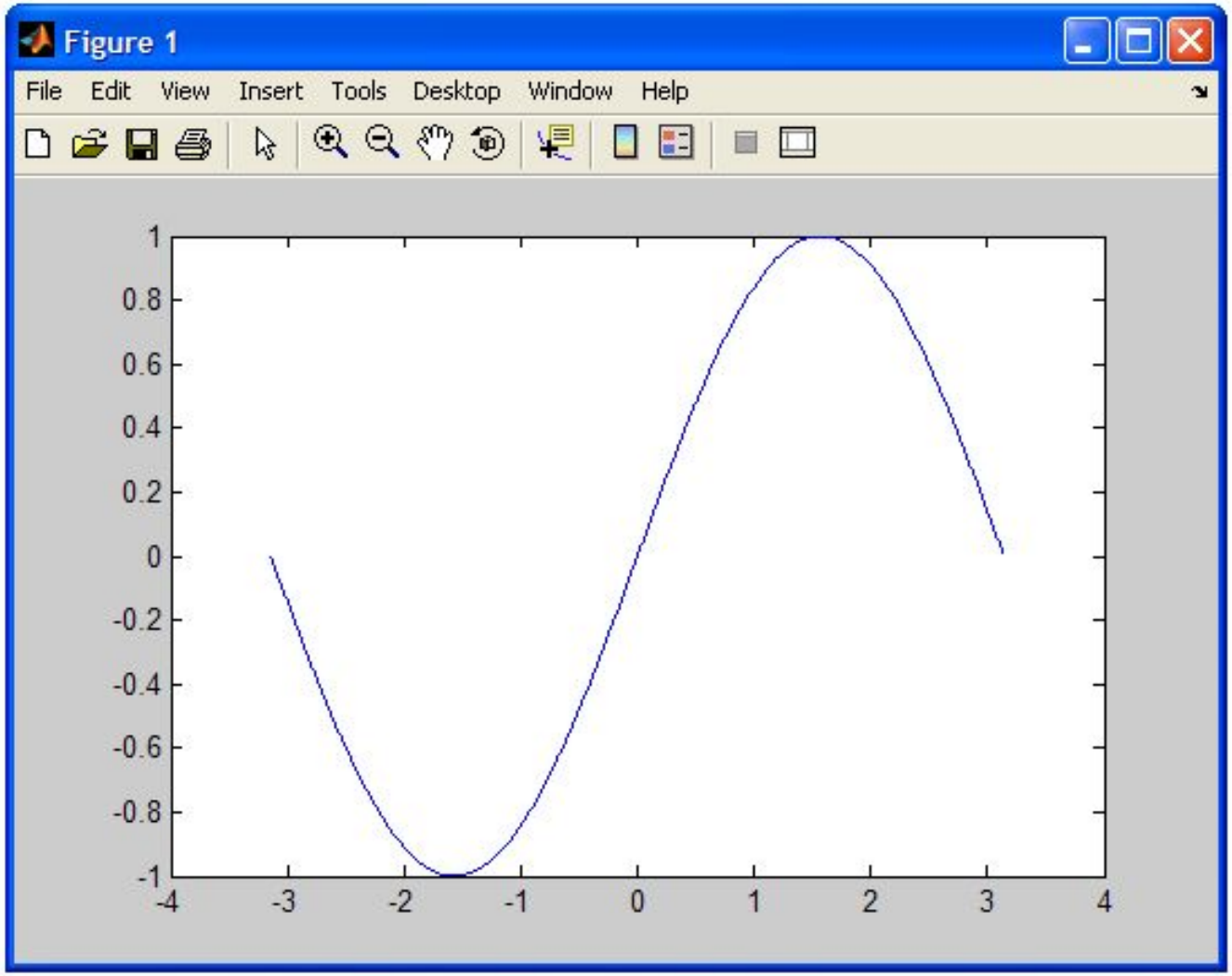
Графика в Matlab

- Высокоуровневая
  - не требует от пользователя детальных знаний о работе графической подсистемы
- Объектная
  - каждый объект на рисунке имеет свойства, которые можно менять
- Управляемая (*handled*)
  - доступ к графическим объектам возможен как через инспектор объектов, так и при помощи встроенных функций (дескрипторная графика)

Двумерные (2D-) графики

- Простейший способ построения 2D-графика:
  1. задать область построения (диапазон);
  2. вычислить значение функции на области построения
  3. построить график при помощи одной из встроенных функций Matlab

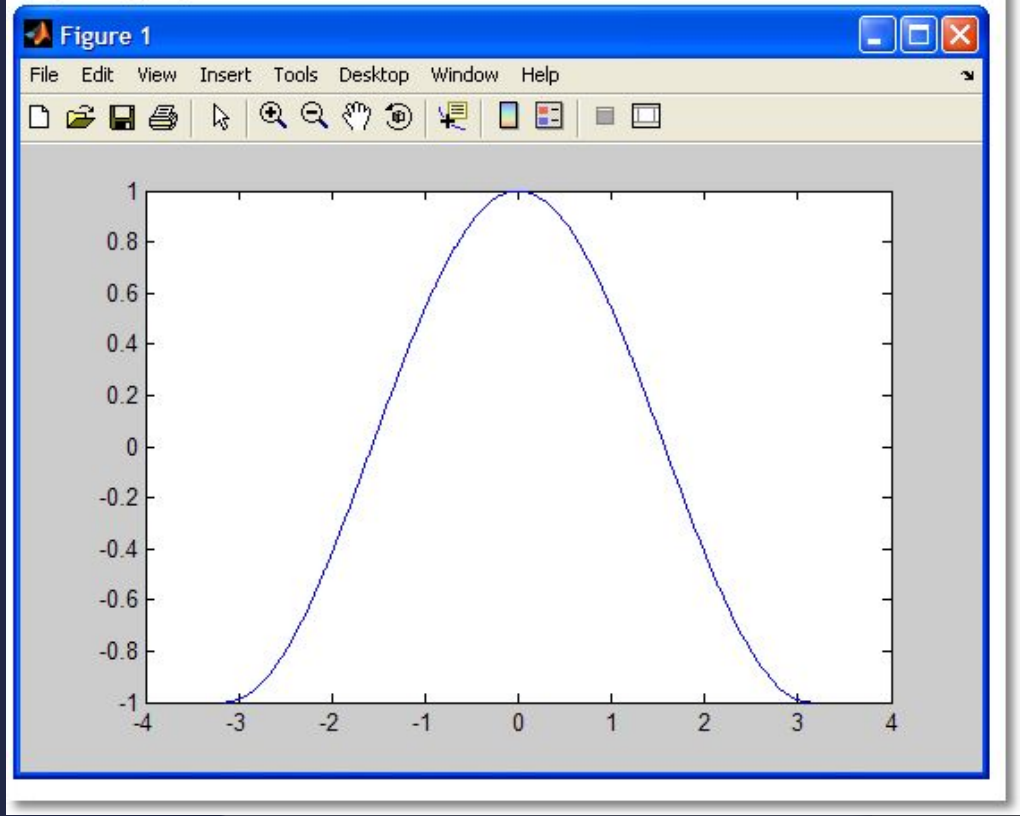
```
>> x = -pi: .01: pi;
>> y = sin(x);
>> plot(x, y)
```



Построение второго графика

- Если сразу же построить другой график, то старый график будет удалён из графического окна

```
>> x = -pi: .01: pi;
>> y = sin(x);
>> plot(x, y)
>> z = cos(x);
>> plot(x, z)
```

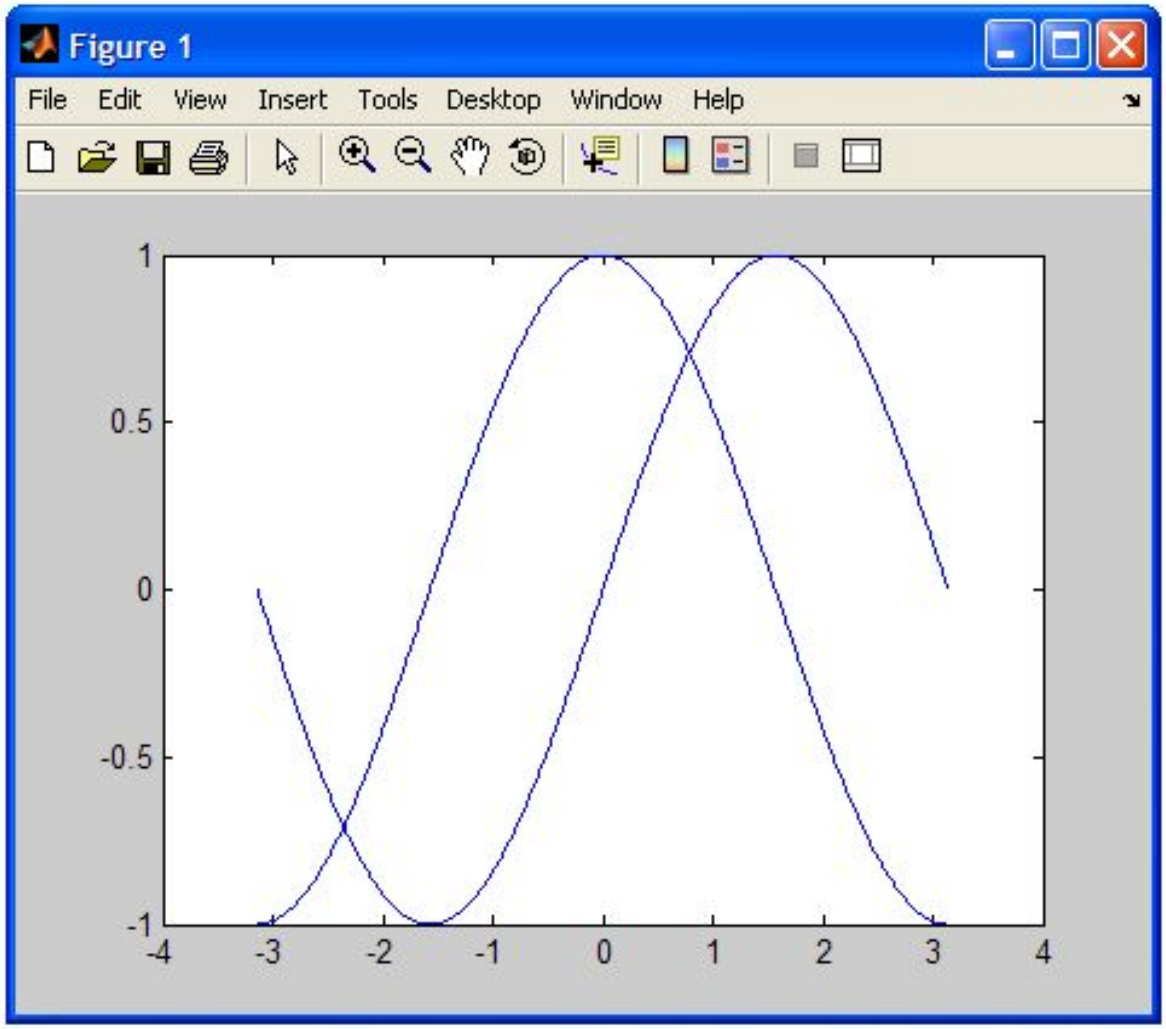


Построение двух графиков в одной системе координат

- Два графика в одной СК можно построить следующими способами:
  1. «закрепить» графическое окно при помощи команды `hold on`
  2. применить одну команду `plot`

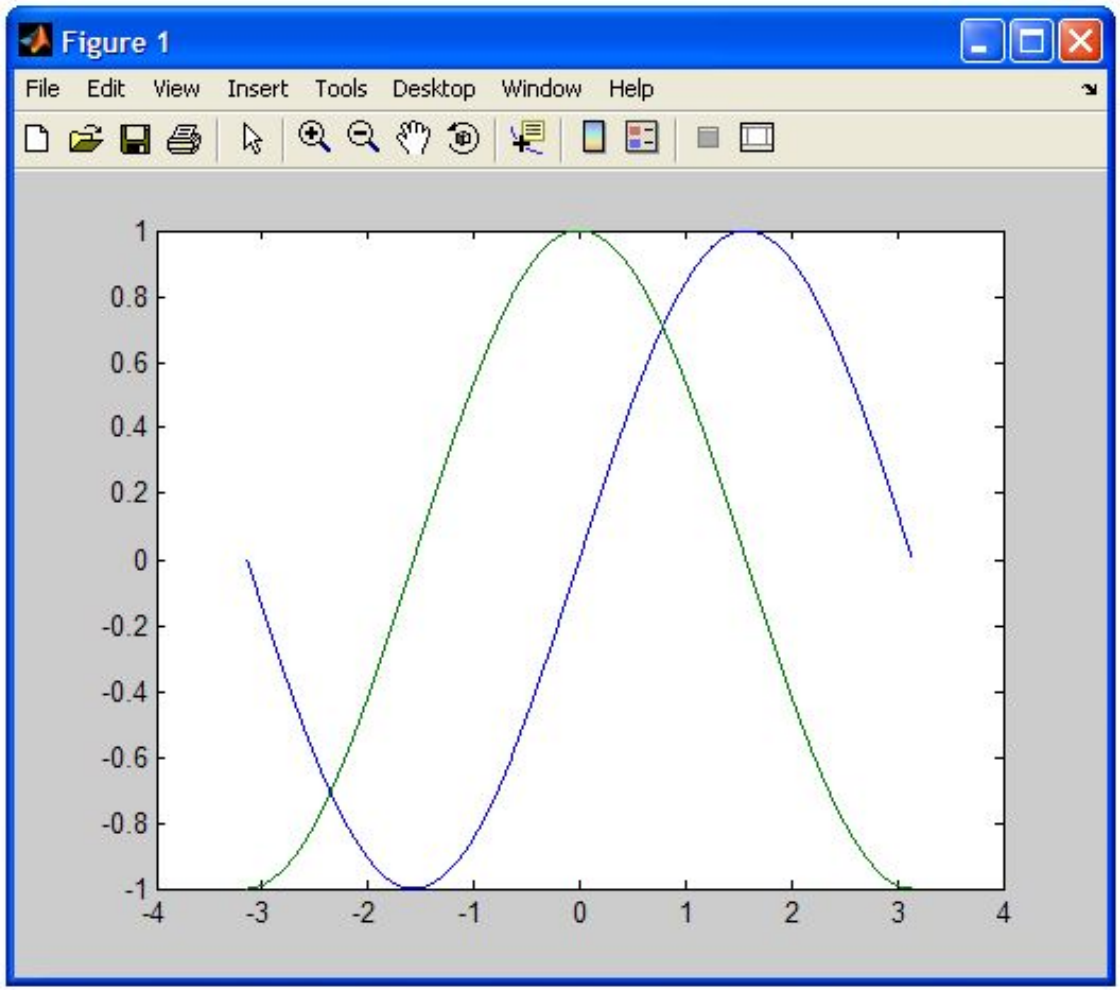
Пример закрепления графиков

```
>> x = -pi: .01: pi;
>> y = sin(x);
>> plot(x, y)
>> z = cos(x);
>> hold on
>> plot(x, z)
>> z = cos(x);
```



Пример построения двух графиков одной командой

```
>> x = -pi: .01: pi;
>> y = sin(x);
>> z = cos(x);
>> plot(x, y, x, z)
>>
```



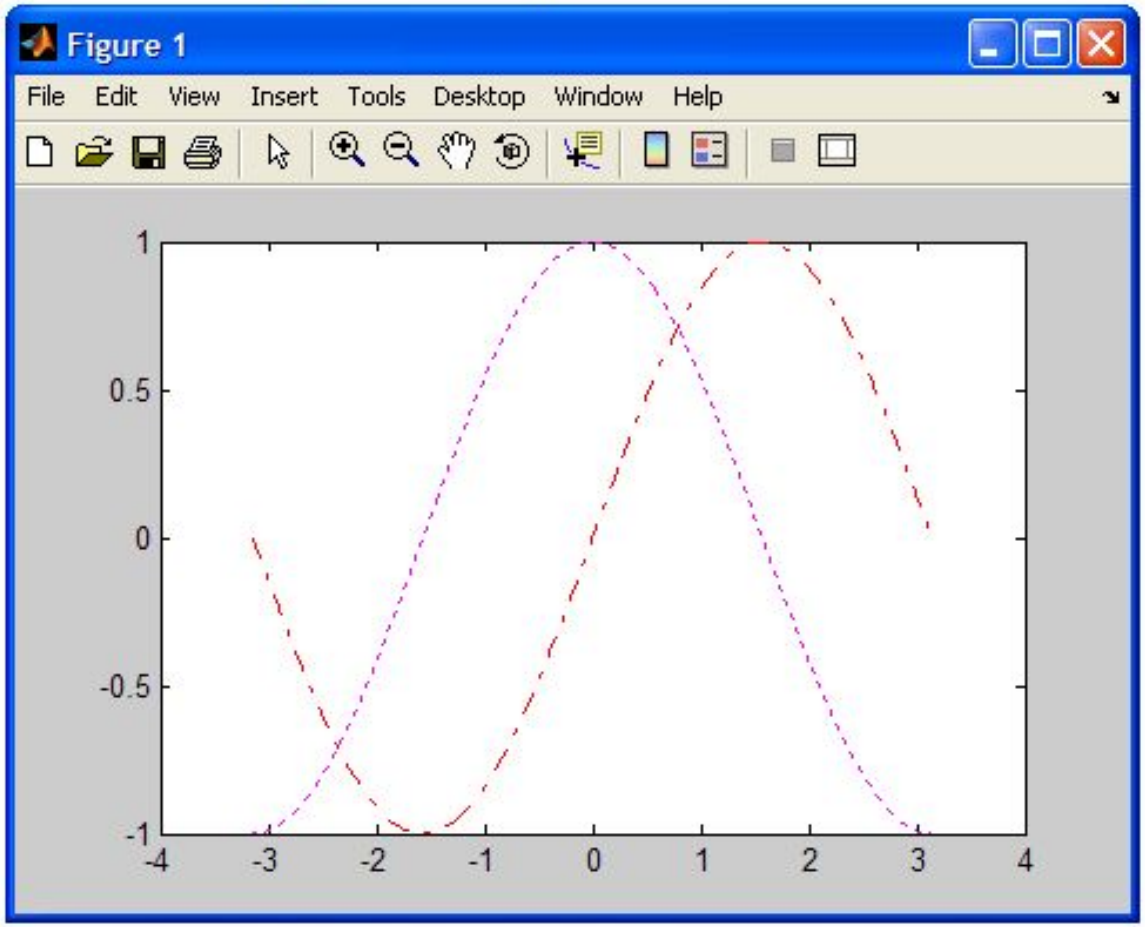
Дополнительные параметры команды *plot*

- В команде *plot* можно задать для каждого графика
  - цвет линии
  - тип маркера
  - тип линии

b	blue	.	point	-	solid
g	green	o	circle	:	dotted
r	red	x	x-mark	-.	dashdot
c	cyan	+	plus	--	dashed
m	magenta	*	star	(none)	no line
y	yellow	s	square		
k	black	d	diamond		
		v	triangle (down)		
		^	triangle (up)		
		<	triangle (left)		
		>	triangle (right)		
		p	pentagram		
		h	hexagram		

Пример команды `plot`

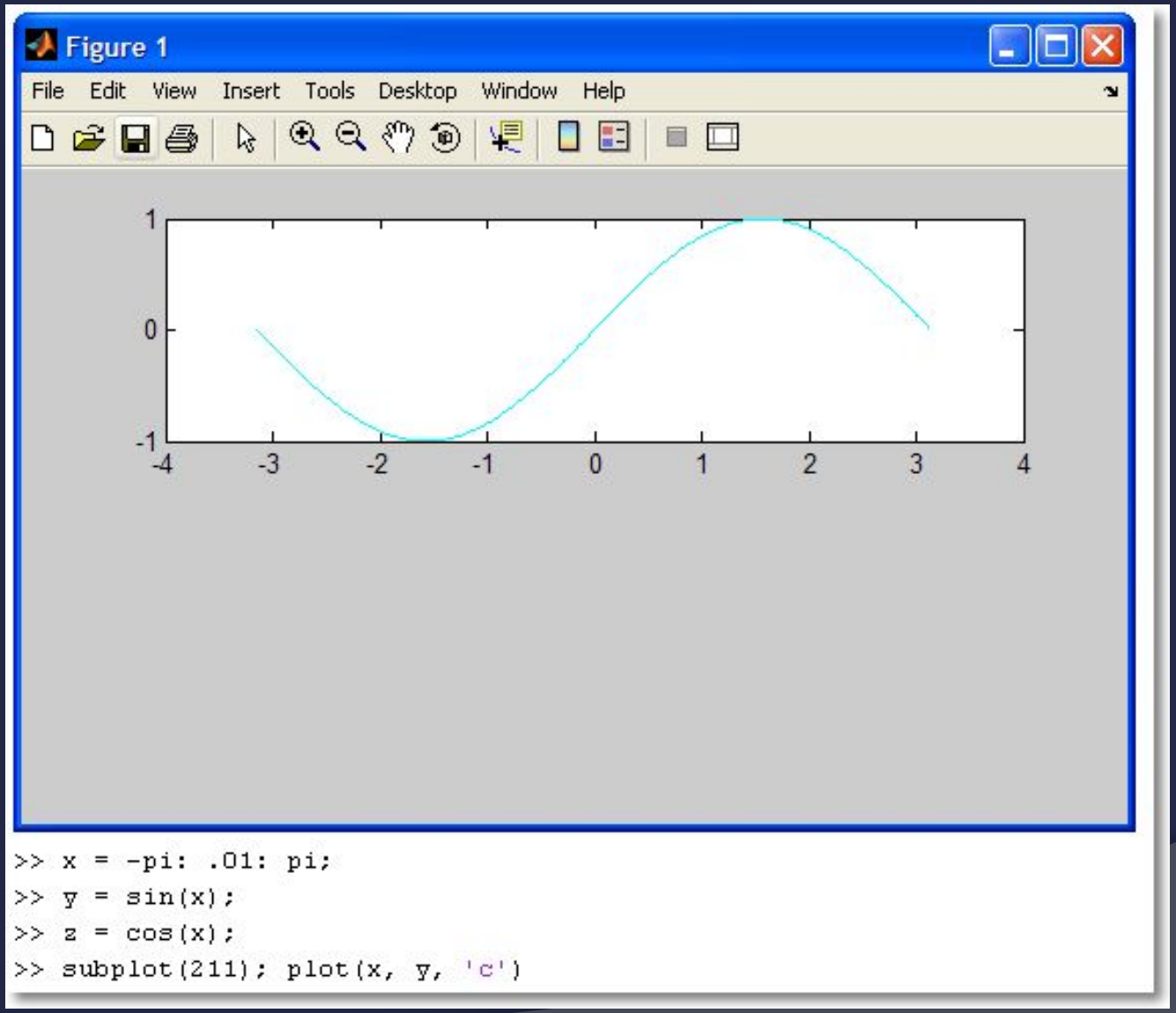
```
>> x = -pi: .01: pi;
>> y = sin(x);
>> z = cos(x);
>> plot(x, y, 'r-.', x, z, 'm:')
```



Построение нескольких графиков в одном окне в разных СК

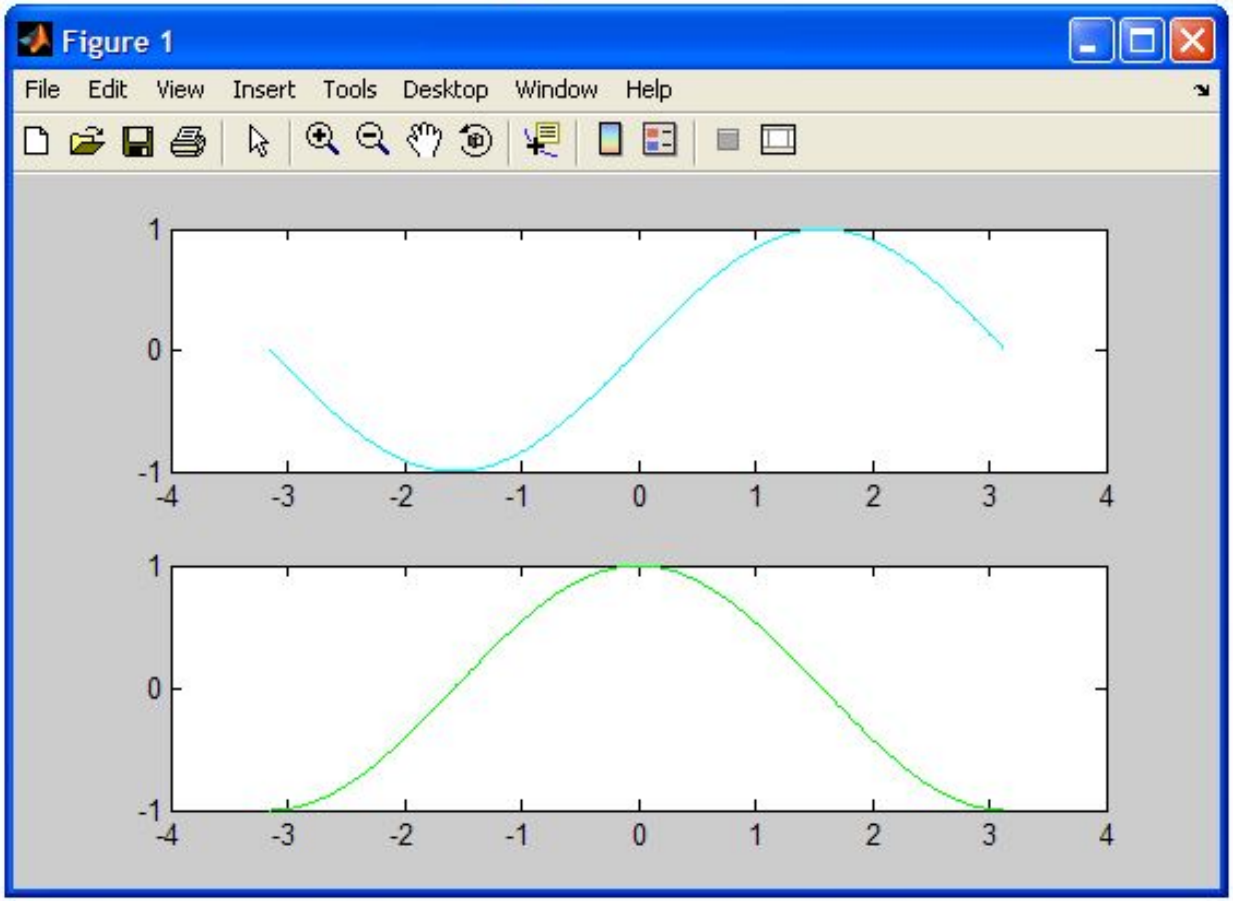
- Поверхность графического окна можно разделить на зоны, в каждой из которых выводить свой график
- Для этого служит команда ***subplot***
- В качестве параметров ей передаётся трёхзначное целое число вида *mnk*
- m и n определяют количество графических «подокон» по горизонтали и вертикали
- k задаёт номер графического «подокна»
  - порядок нумерации – по строкам

Первый *subplot*

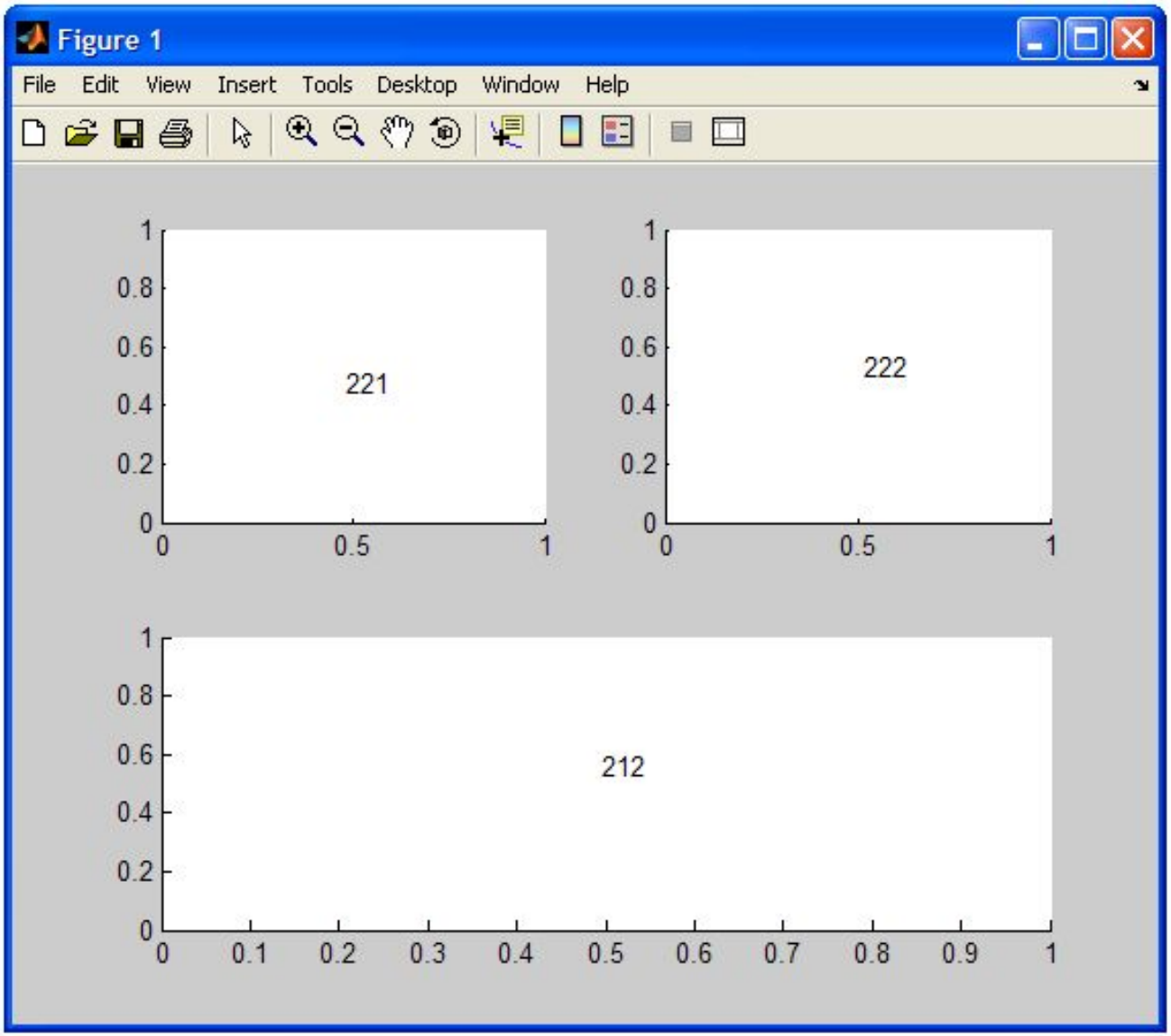


Второй *subplot*

```
>> x = -pi: .01: pi;
>> y = sin(x);
>> z = cos(x);
>> subplot(211); plot(x, y, 'c')
>> subplot(212); plot(x, z, 'g')
```



```
>> subplot(221);
>> subplot(222);
>> subplot(212);
>>
>>
```



Построение графиков в разных графических окнах

- Создать новое графическое окно можно командой *figure*
- Команда *figure* создаёт графическое окно и возвращает указатель на него:

  h = figure
- Активизировать ранее созданное окно можно командой *figure(h)*

figure: пример использования 1

```
>> x = -pi: .01: pi;
>> y = sin(x);
>> z = cos(x);
>> plot(x, y)
>> figure
>> plot(x, z, 'r')
```

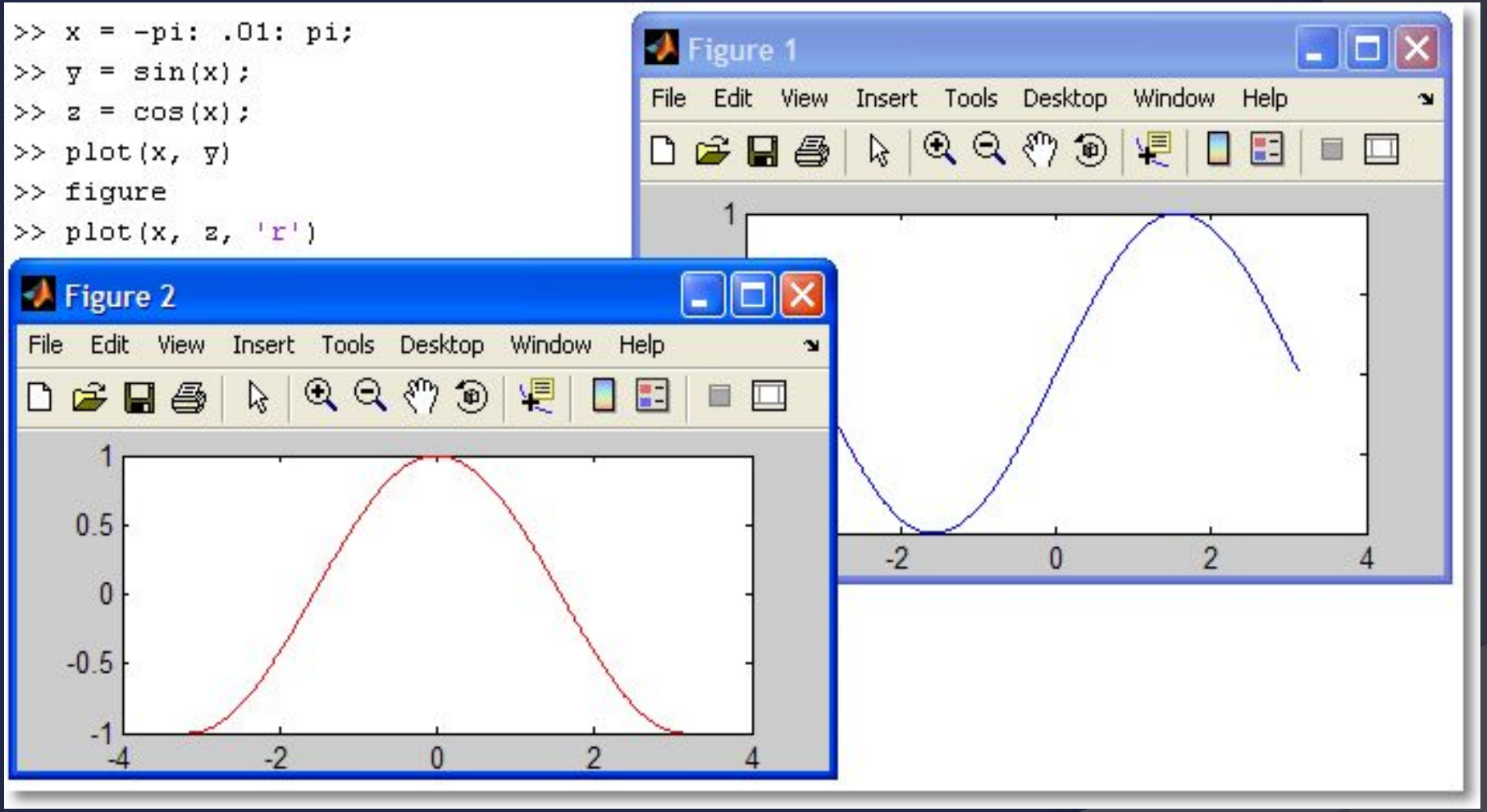
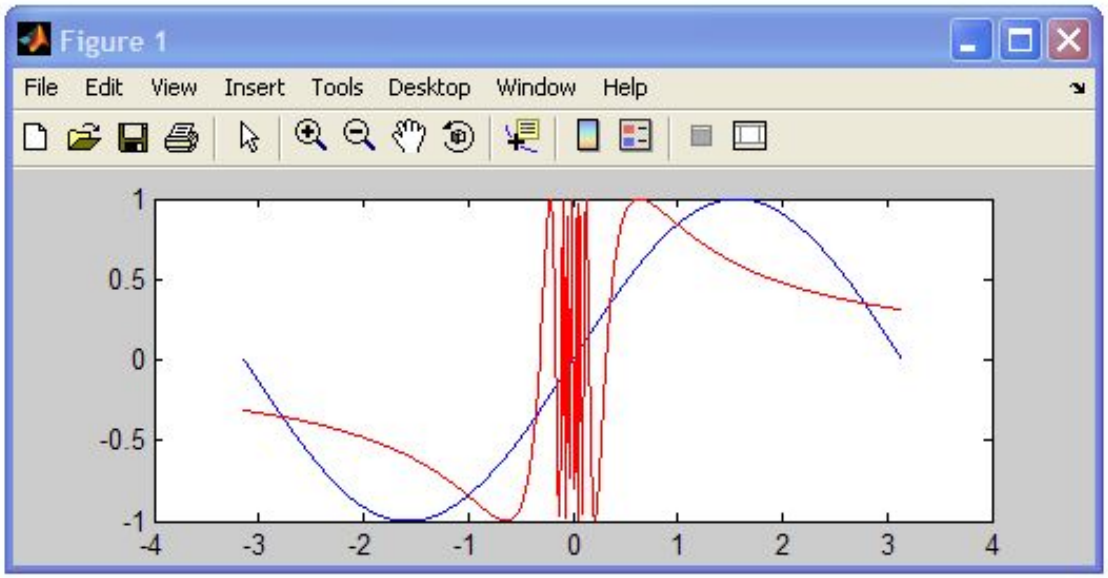
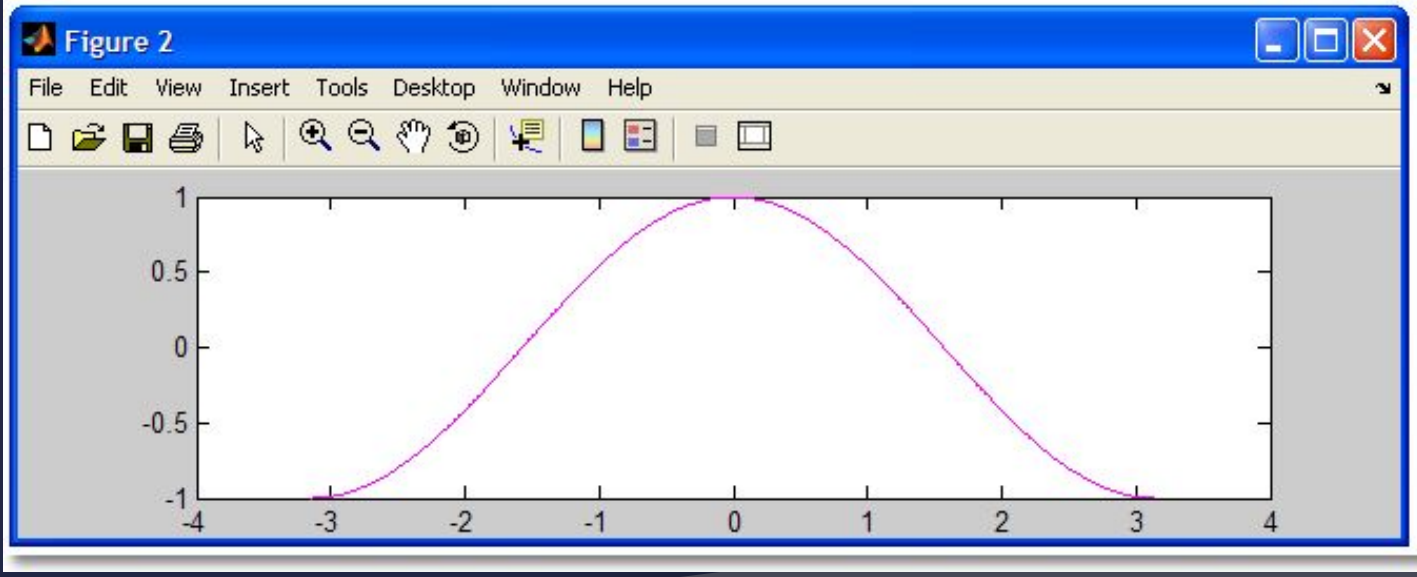


figure: пример использования 2

```
>> x = -pi: .01: pi;
>> y = sin(x);
>> z = cos(x);
>> v = sin(1./x);
>> f = figure

f =

     1

>> plot(x, y)
>> figure
>> plot(x, z, 'm')
>> figure(f)
>> hold on
>> plot(x, v, 'r')
```



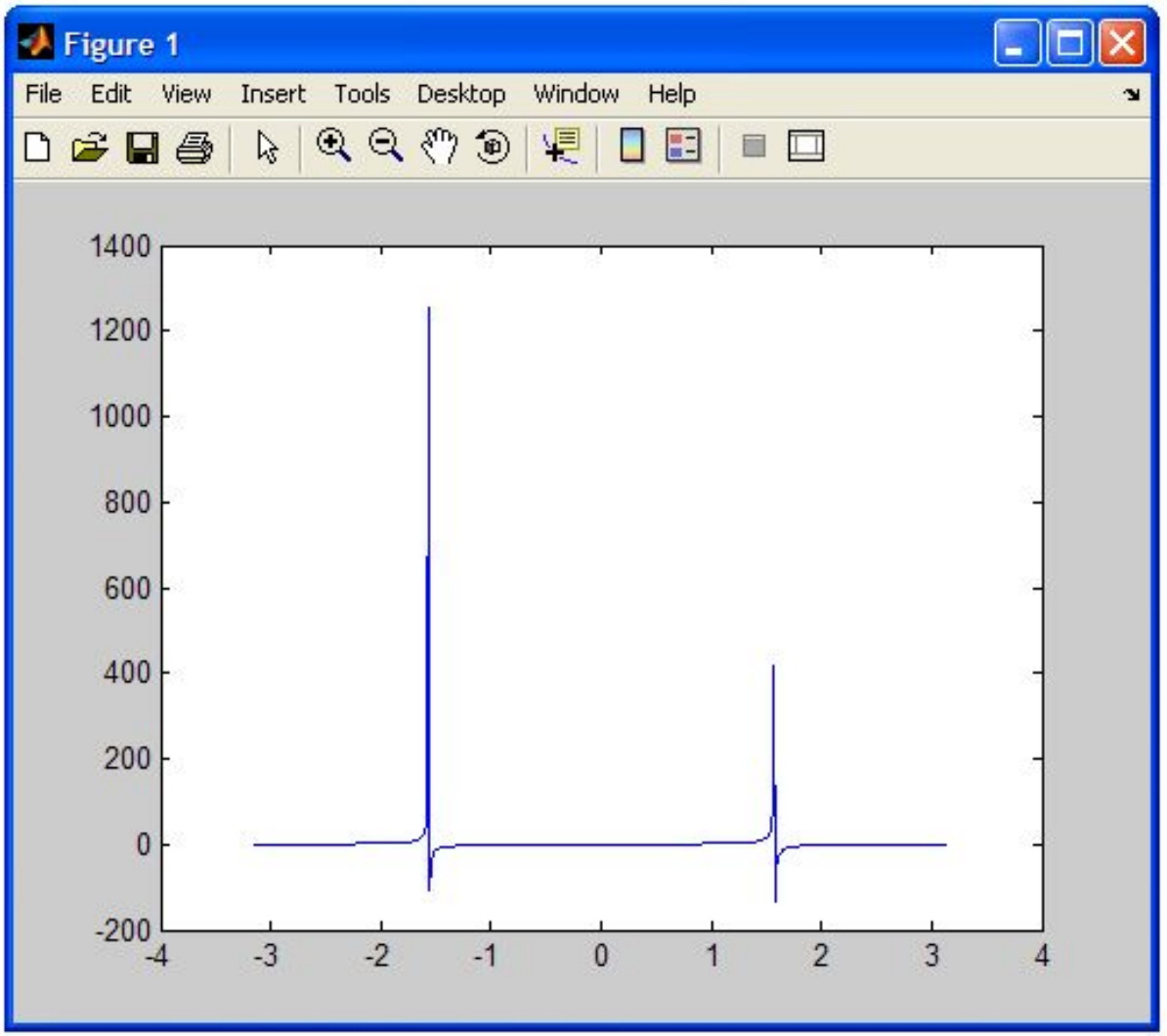


Axis: управление масштабом

- Команда
  `axis([Xmin Xmax Ymin Ymax])`
  задаёт область построения графиков по осям X и Y
- Используется, если результат автомасштабирования неудовлетворителен

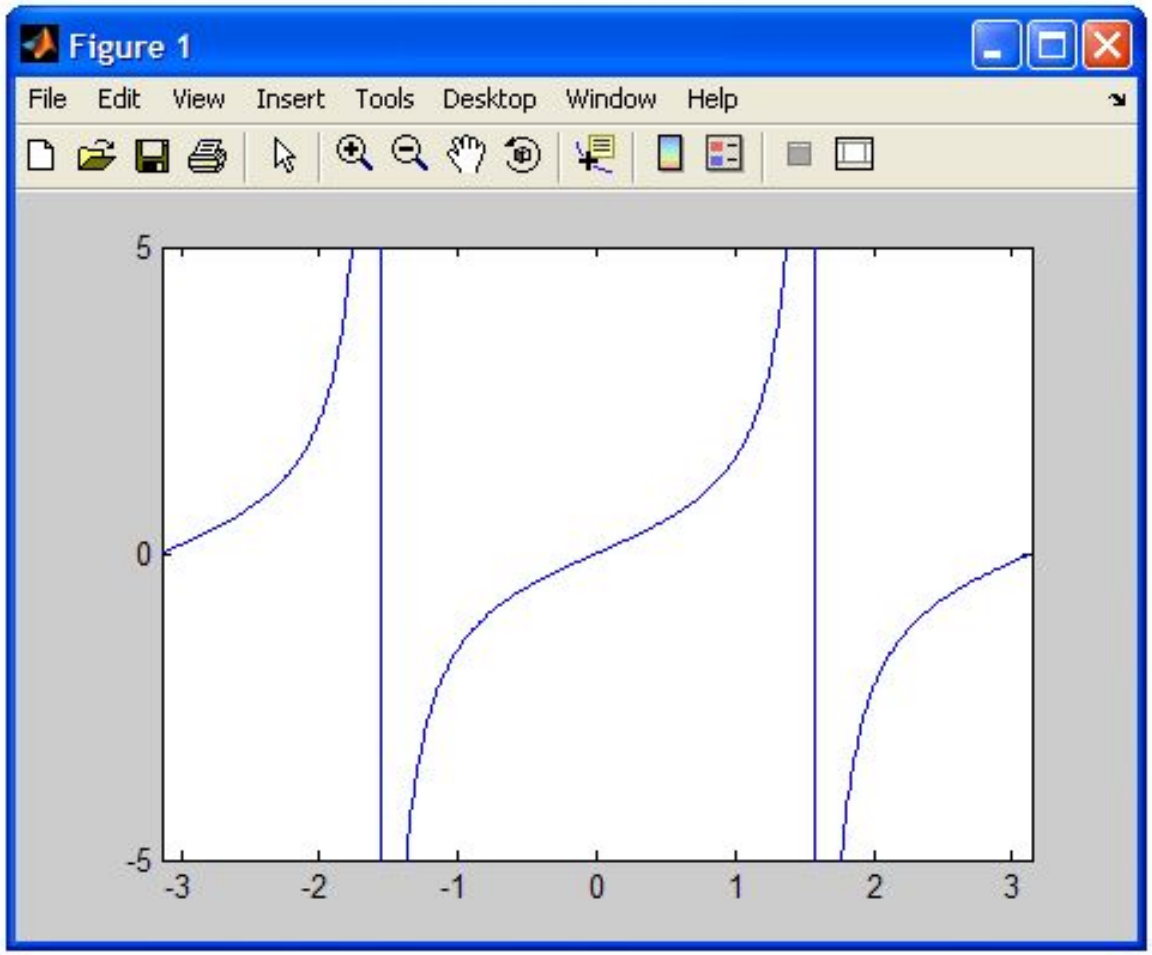
Axis не используется

```
>> x = -pi: .01: pi;
>> y = tan(x);
>> plot(x, y)
>>
```



Axis используется

```
>> x = -pi: .01: pi;
>> y = tan(x);
>> plot(x, y), axis([-pi pi -5 5])
```

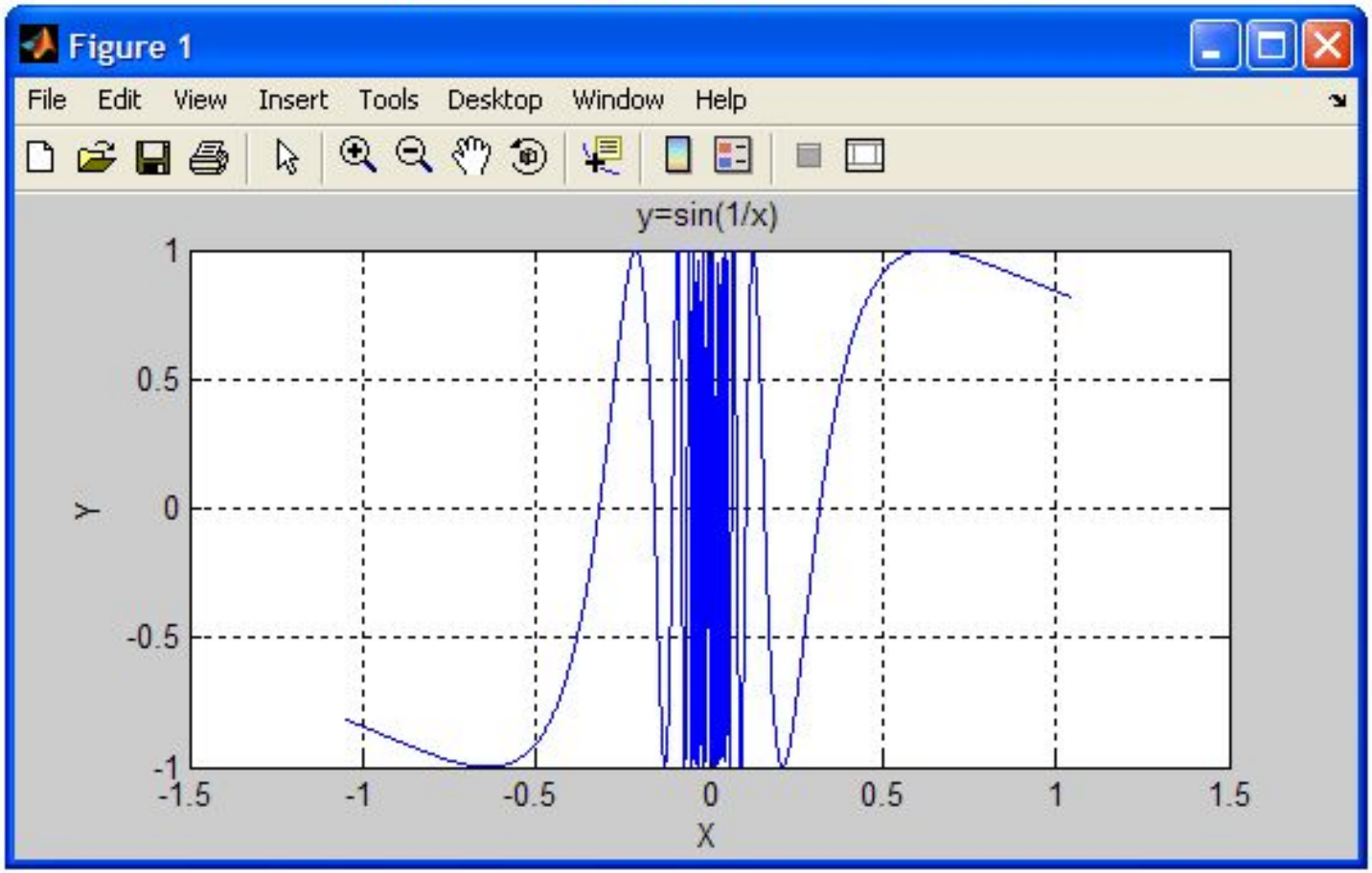


Оформление графиков

- Для графиков можно задать
  - масштабную сетку: `grid on`
  - заголовок: `title('заголовок')`
  - подписи осей: `xlabel('текст')` и `ylabel ('текст')`
- В заголовках и подписях можно использовать нотацию системы TeX

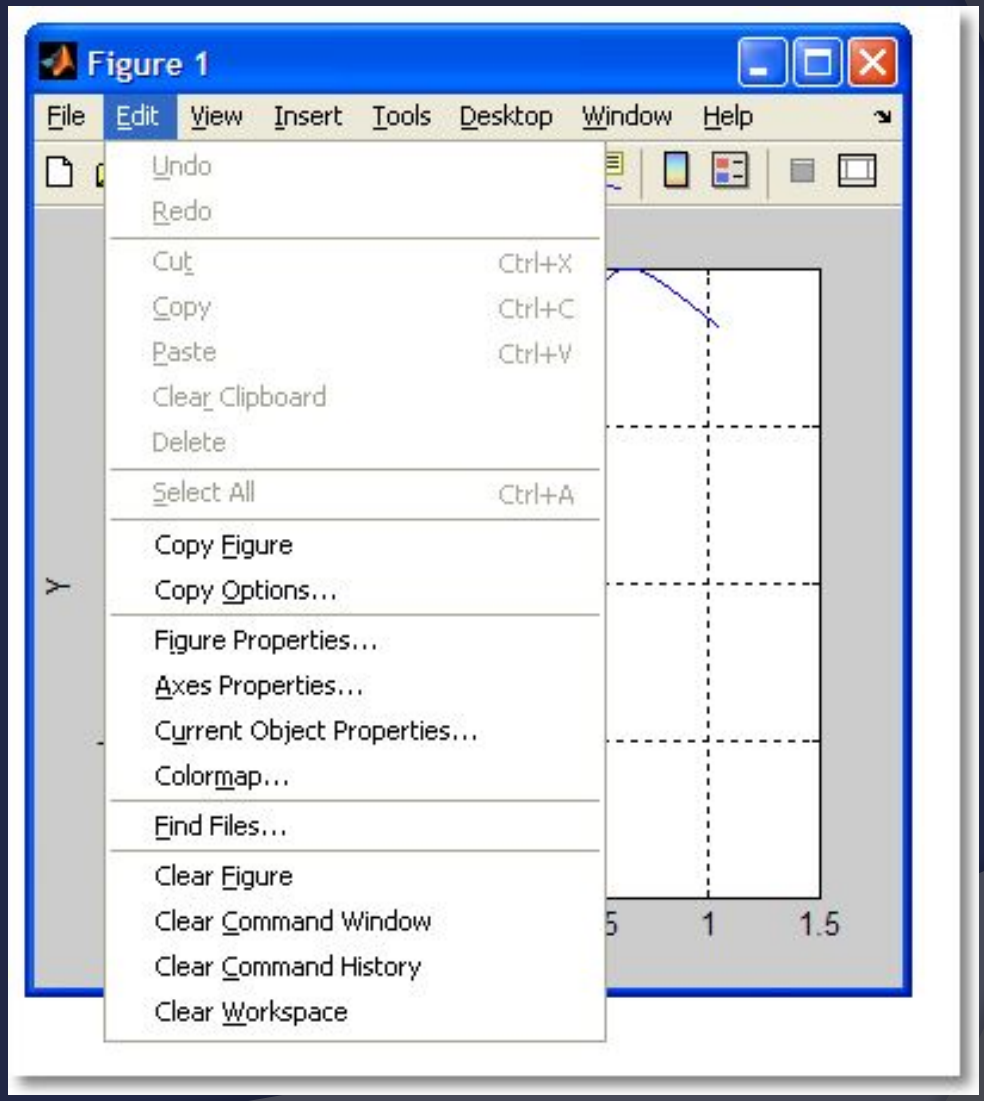
Пример оформления графика

```
>> x = -pi/3: .001: pi/3;
>> v = sin(1./x);
>> plot(x, v), grid on, title('y=sin(1/x)'), xlabel('X'), ylabel('Y')
```



Форматирование графиков

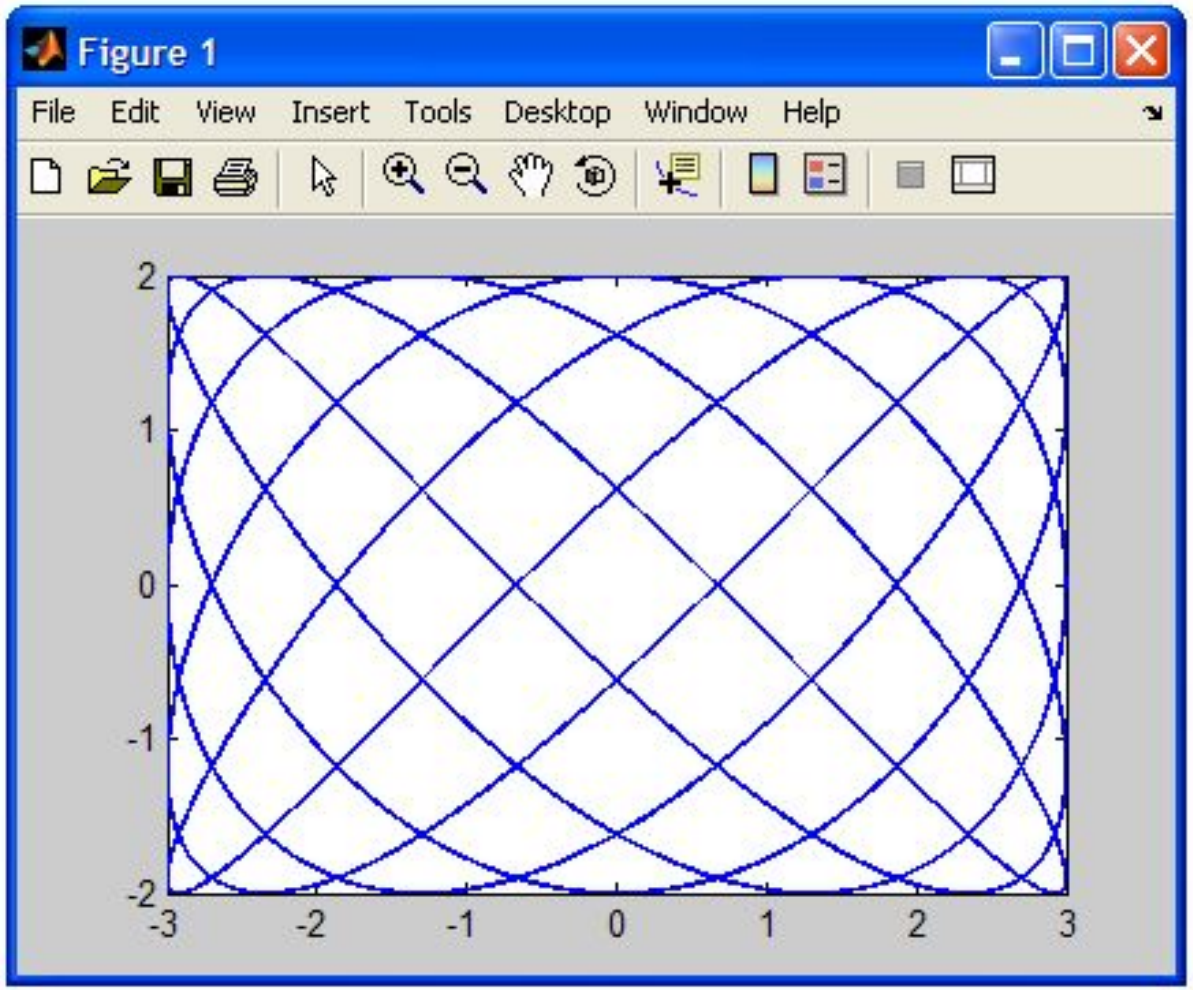
- Доступно из меню `Edit`:



Графики функций, заданных параметрически

- Строятся при помощи оператора *plot*
- Вначале задаётся диапазон построения *t*
- Затем вычисляются *x(t)* и *y(t)*
- И строится график

```
>> t = 0: .01: 100;
>> x = 3*cos(5*t);
>> y = 2*sin(7*t);
>> plot(x, y)
>>
```

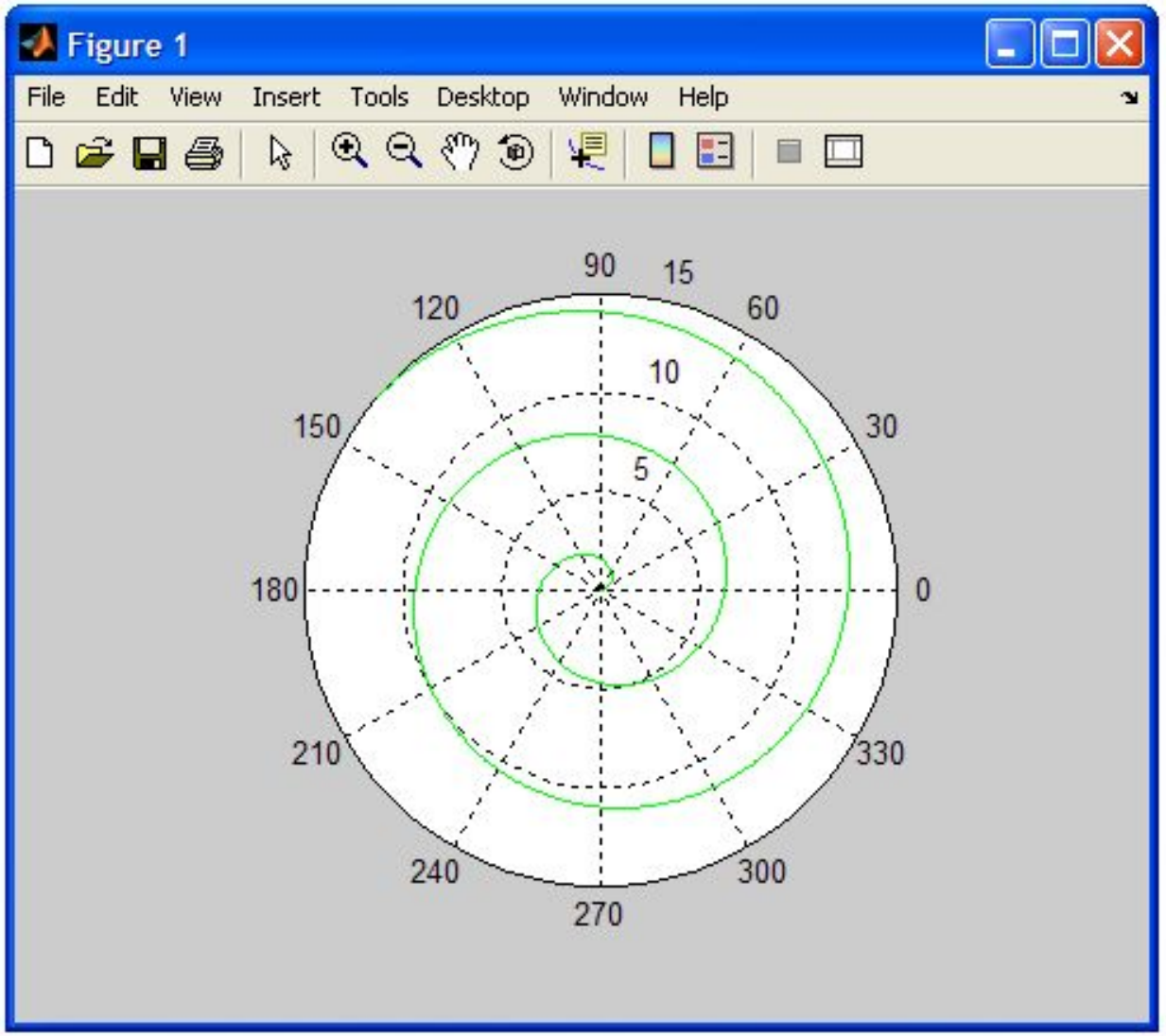


- Графики параметрических функций часто возникают в физических приложениях
- Независимая переменная `t` в этом случае имеет смысл времени, `x` и `y` – координаты
- Для построения динамического графика можно использовать функцию `comet(x,y)`

Функции в полярной СК

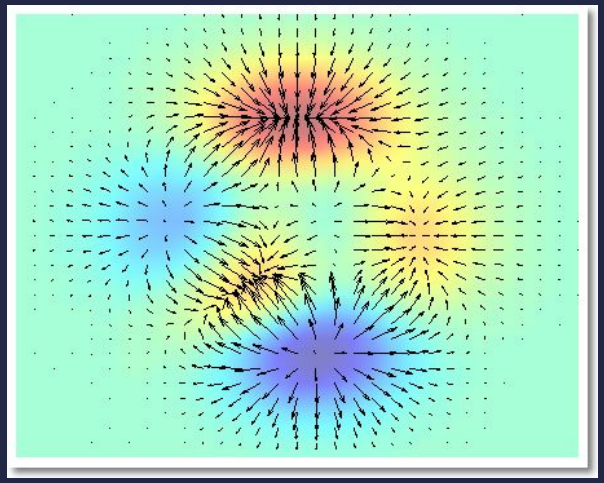
- Строятся аналогично графикам функций в декартовой системе
- Для построения используется команда *polar*

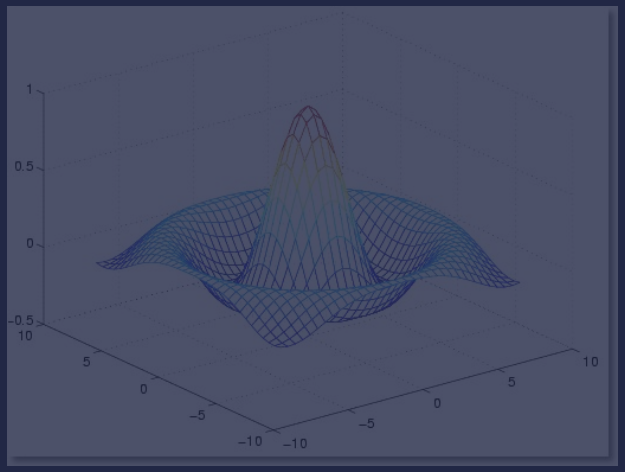
```
>> phi = 0: .01: 15;
>> r = phi;
>> polar (phi, r, 'g')
>>
```

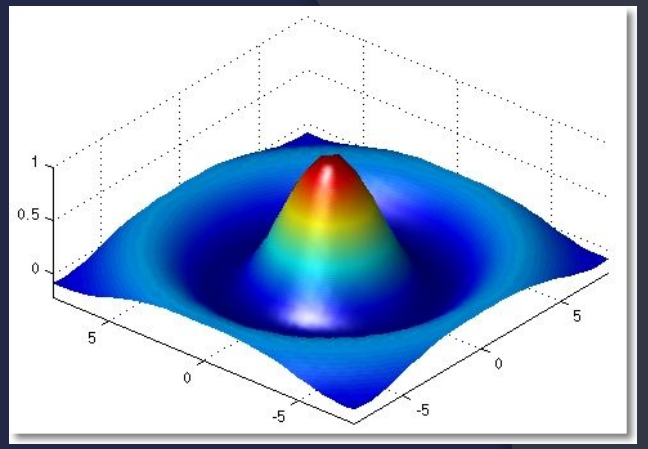


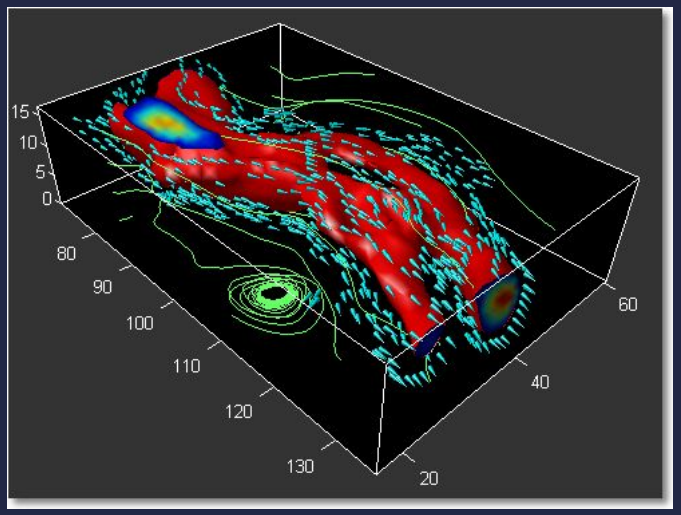
Трёхмерная (3D-) графика

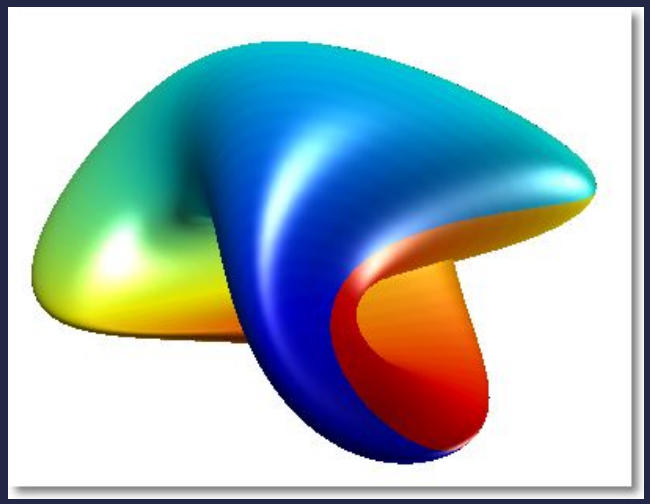
- Построение
  - поверхностей
  - контурных диаграмм (линии равного уровня)
  - 3D-линий
  - векторных полей
  - скалярных полей
  - и др.

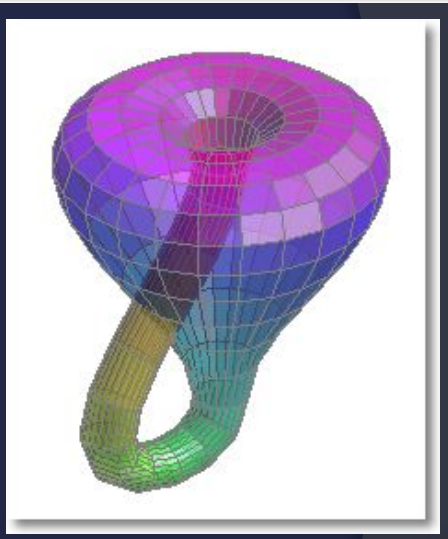


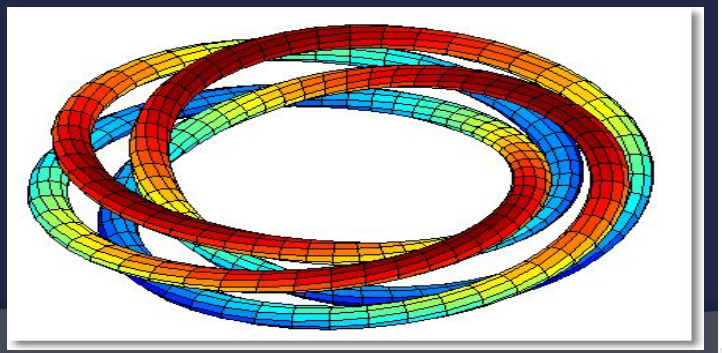

1
0.5
0
-0.5
10
5
0
-5
-10
-10
-5
0
5
10

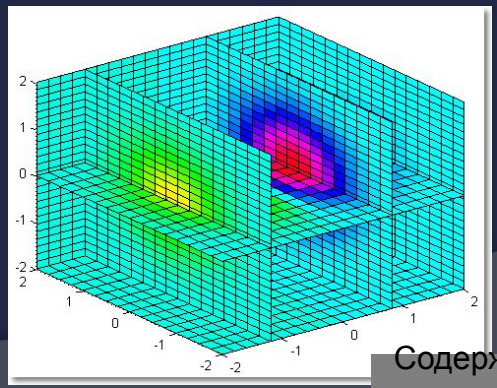

1
0.5
0
5
0
-5
-5
0
5

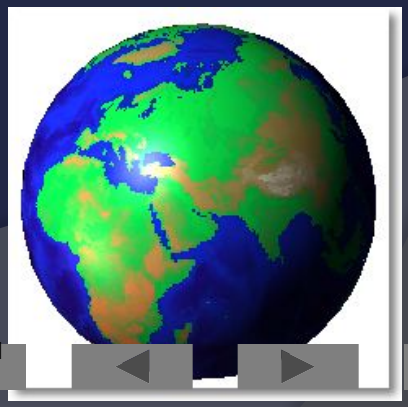

15
10
5
0
80
90
100
110
120
130
20
40
60








2
1
0
-1
-2
2
1
0
-1
-2
-2
-1
0
1
2

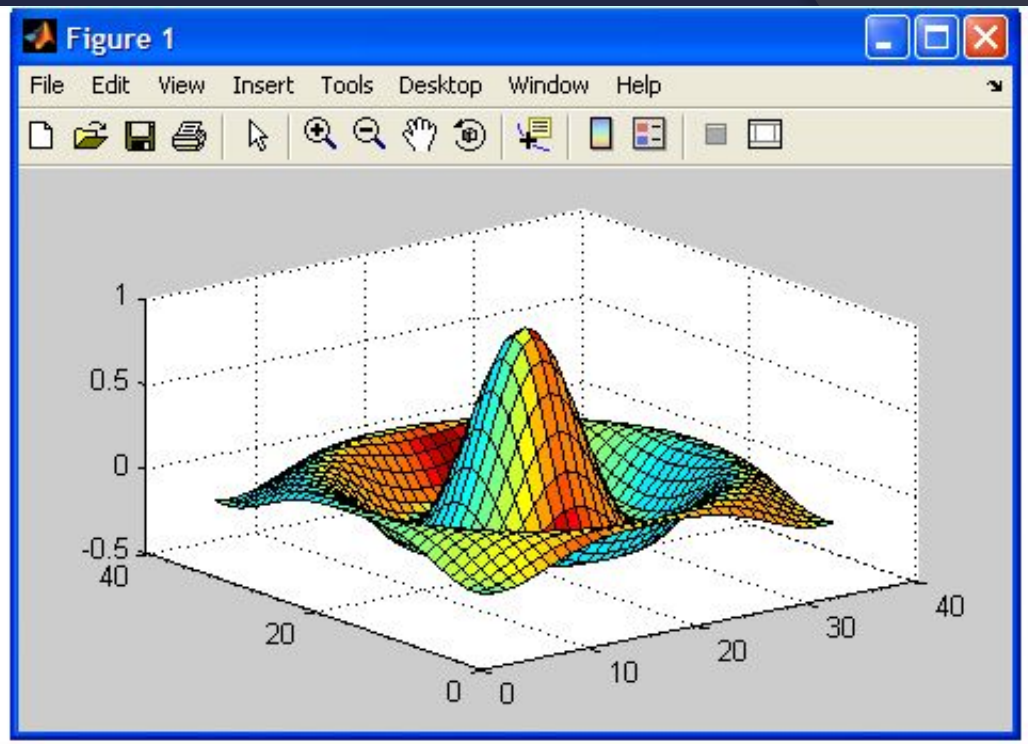


Построение 3D-поверхности

- Рассмотрим пример:

построить поверхность $f(x,y)=sin(r)/r$, где $r=sqrt(x^2+y^2)$

```
>> [X,Y] = meshgrid(-8:.5:8);
>> R = sqrt(X.^2 + Y.^2) + eps;
>> Z = sin(R)./R;
>> surfl(Z)
>>
```



- Функция `meshgrid` возвращает две матрицы – `X` и `Y` – которые определяют область построения функции
- Если диапазоны по `X` и `Y` разные, то функции передаются два диапазона
- Собственно поверхность выводится функцией `surfl`

Функции для построения поверхностей

Функция	*Для чего используется*
`mesh, surf`	Построение поверхностей
`meshc, surfc`	Строит поверхность и контурную диаграмму под ней
`meshz`	Поверхность на «пьедестале»
`surfl`	Подсвеченная поверхность
`contour`	Контурная диаграмма
`plot3`	Трёхмерная линия (параметрическое задание)
`comet3`	Движение по трёхмерной линии

- О других графических функциях можно узнать в системе помощи Matlab

ПРОГРАММИРОВАНИЕ В MATLAB

Типы программных файлов

- Написание программ – это альтернатива работе в командной строке
- Программный код Matlab размещают в файлах с расширением «`m`» (m-файлах)
- m-файлы бывают двух видов:
  - *скрипты (scripts)*
  - *функции (functions)*

Скрипты

- Представляют собой последовательности команд Matlab
  - как если бы мы перенесли их из командного окна в отдельный файл
- Вызываются по имени через командную строку.
- Выполняются в режиме построчного анализа, обработки и выполнения исходных команд

- Полезны для автоматизации последовательности действий, которые выполняются многократно.
- Не могут принимать параметры и возвращать аргументы.
- Хранят значения своих переменных в рабочем пространстве
  - где переменные доступны для других скриптов и из командной строки

Функции

- Специальный вид m-файлов.
- В отличие от скриптов могут принимать аргументы и возвращать значения.
- Использование функций позволяет
  - структурировать программу
  - избежать повторения кода

- Создание функции преследует целью расширение языка.
- Переменные, определённые внутри функции являются *локальными*
  - то есть видны только внутри самой функции.
- Функция имеет собственное имя.
- Кроме того, с ней связано имя m-файла, в котором функция записана
  - будем соблюдать правило: имя функции и имя m-файла должны быть одинаковы

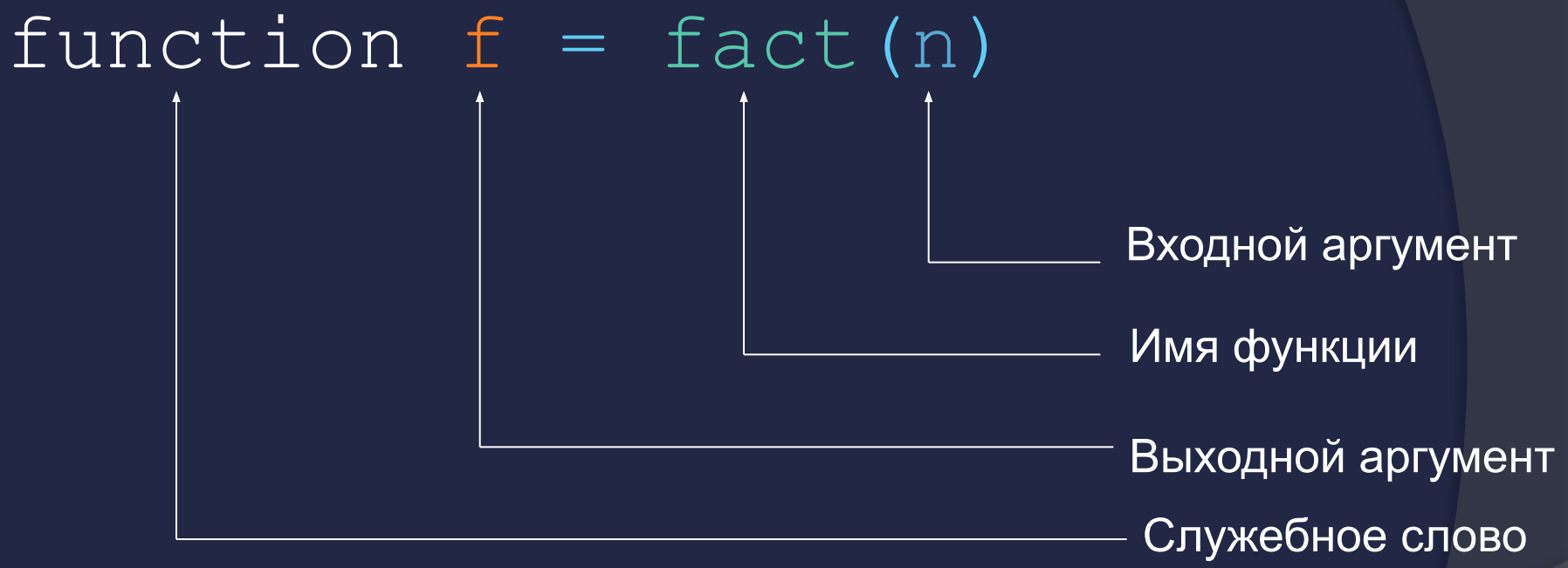
Структура функции

- Функция состоит из *заголовка* и *тела*

```
function f = fact(n)          Заголовок
% Вычисляет факториал.       Линия H1
% FACT(N) возвращает N!,     Help
f = prod(1:n);                Тело функции
```

- H1 и Help выводятся по команде
  `help <имя функции>`
- Фактически, функция отличается от скрипта наличием заголовка и способом вызова

Заголовок функции



Комментарии

- Используются для
  - пояснения кода;
  - временного исключения кода из текста.
- Могут быть *строчными* и *блочными*
- Строчные начинаются с символа «%»
  - с этого места и до конца строки всё игнорируется компилятором % как в этом примере
- Блочные начинаются с символа «%{» и заканчиваются символом «%}»:

%{

- эти символы должны обязательно стоять в отдельных строках!

%}

- Можно автоматически закомментировать блок текста. Для этого:
  - выделить блок
  - щёлкнуть правой кнопкой
  - выбрать Comment (или Ctrl+R)
- Снять комментарий:
  - выделить закомментированный блок
  - щёлкнуть правой кнопкой
  - выбрать Uncomment (или Ctrl+T)

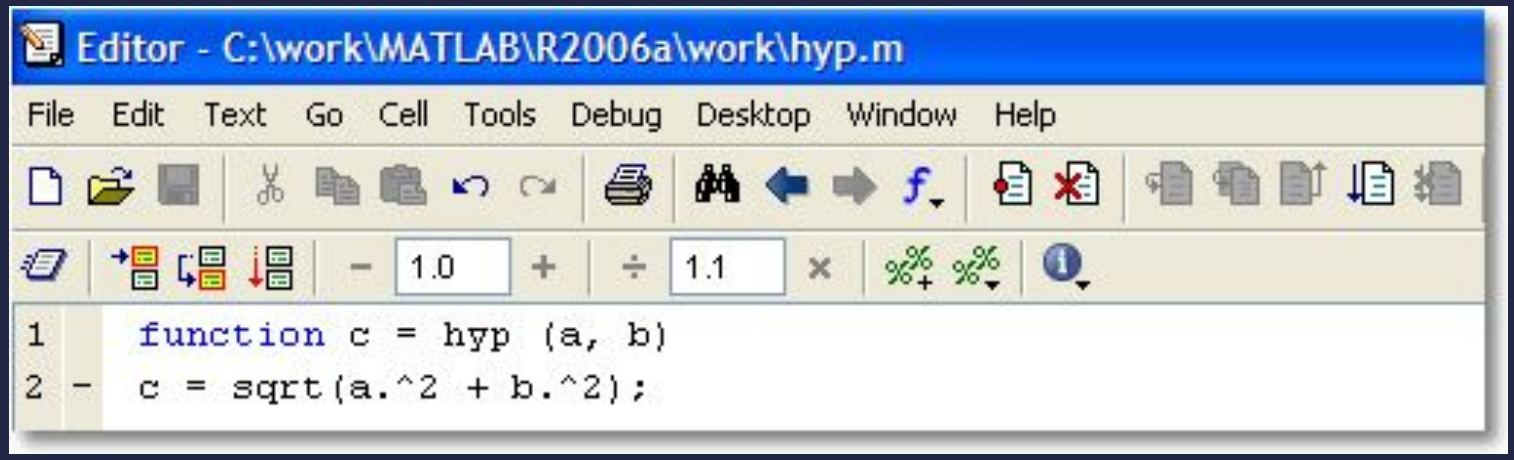
Создание функции

- m-файл можно создать в любом текстовом редакторе.
- Например, во встроенном редакторе
  - при помощи меню
  - или командой

```
edit <имя файла>
```

Использование функции

- Функция вызывается по своему имени (которое совпадает с именем её m-файла)




```
>> a = [1:3]; b = [5:7];
>> z = hyp(a, b)

z =

    5.0990    6.3246    7.6158
```

Входные и выходные параметры

- При написании функций в Matlab можно проводить проверку количества входных и выходных параметров.
- Для этого в описании функции используют служебные слова:
  - `nargin`: количество входных параметров
  - `nargout`: количество выходных параметров

```
 1    function [u, v] = wh (a, b)
 2
 3 -  switch nargin
 4 -      case 1
 5 -          if nargout == 1
 6 -              u = a.^2;
 7 -          else
 8 -              u = a;
 9 -              v = 1/a;
10 -          end
11 -      case 2
12 -          if nargout == 1
13 -              u = a.^2 + b.^2;
14 -          else
15 -              u = a + b;
16 -              v = 1./(a + b);
17 -          end
18 -  end
```

```
>> x = wh(2)

x =

     4

>> [x, y] = wh(2)

x =

     2


y =

    0.5000

>> x = wh(2, 3)

x =

    13

>> [x, y] = wh(2, 3)

x =

     5


y =

    0.2000
```

Подфункции

- В файлах-функциях Matlab могут быть реально описаны несколько функций
- Синтаксически это оформляется как две (или более) функций, записанных в одном файле
- При вызове такого m-файла происходит запуск самой первой функции
  - её имя должно совпадать с именем файла
- Описание следующих функций локально
  - обычно они используются как вспомогательные для первой функции

```
function [avg, med] = newstats(u) % Primary function
% NEWSTATS Find mean and median with internal functions.
n = length(u);
avg = mean(u, n);
med = median(u, n);

function a = mean(v, n)                % Subfunction
% Calculate average.
a = sum(v)/n;

function m = median(v, n)              % Subfunction
% Calculate median.
w = sort(v);
if rem(n, 2) == 1
   m = w((n+1) / 2);
else
   m = (w(n/2) + w(n/2+1)) / 2;
end
```

Вложенные функции

- Помимо последовательного вложения в один файл функция может быть описана непосредственно в теле другой функции
- Такая функция называется *вложенной*
- Вложенная функция, в свою очередь, может содержать другие вложенные функции

```
function x = A(p1, p2)
...
   function y = B(p3)
   ...
   end

   function z = C(p4)
   ...
   end
...
end
```

```
function x = A(p1, p2)
...
   function y = B(p3)
   ...
      function z = C(p4)
      ...
      end
   ...
   end
...
end
```

Создание p-кода

- При вызове m-файла сравнительно много времени тратится на его компиляцию
- Чтобы сократить время выполнения можно предварительно перевести m-файл в p-код («пи-код»)
  - команда `pcode <имя m-файла>`
- Откомпилированный в псевдокод файл получает расширение «p»
- Такой файл будет выполняться быстрее, чем обычный m-файл

Интерактивный ввод данных

- Используется при написании скриптов
- Для ввода числовых данных применяют функцию `input` по формату

```
x = input('строка приглашения')
```

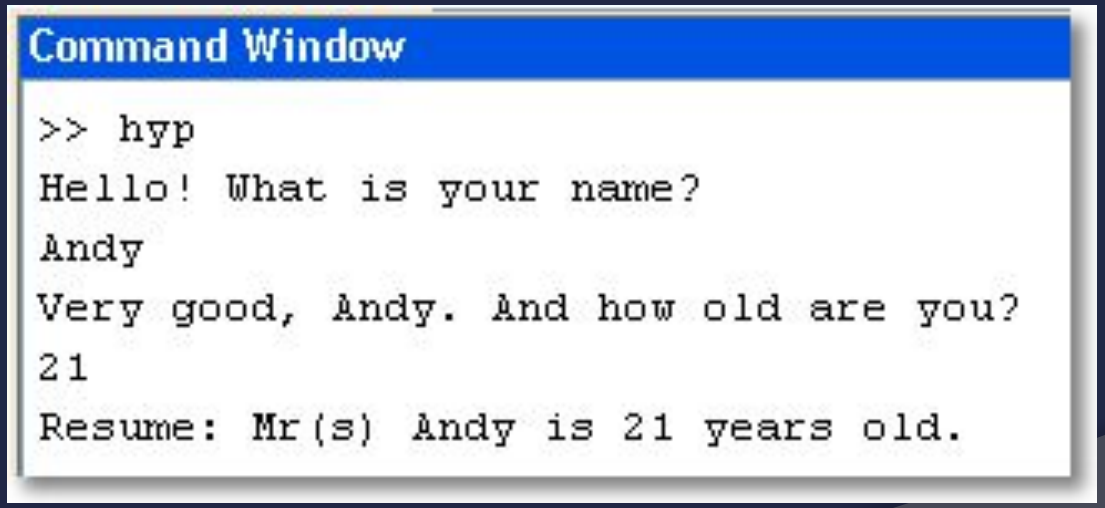
- Введённое пользователем значение сохранится в переменной x
- Для ввода строковых данных функция `input` вызывается с дополнительным параметром:

```
c = input('строка приглашения','s')
```

- Кроме того, имеется Си-подобная функция `sscanf`

Пример использования `input`

```
1 -  name = input ('Hello! What is your name?\n', 's');
2 -  y = input (['Very good, ', name, '. And how old are you?\n']);
3 -  disp(['Resume: Mr(s) ', name, ' is ', int2str(y), ' years old.'])
```



Вывод данных в командное окно

- Для этого используют команду `disp` (от *display*) по формату

  `disp(<выводимая строка>)`
- Если выводимое значение – число, то вначале его преобразуют к строковому типу при помощи функций `int2str` или `num2str`
- Конкатенацию строк производят как для одномерных векторов-строк

```
>> x = 2 + pi;
>> disp(['x = ', num2str(x)] )
x = 5.1416
```

- Кроме того, имеется Си-подобная функция `sprintf`

Основные языковые конструкции

- Как и любой процедурный язык высокого уровня, Matlab позволяет использовать при написании программ
  - следование
  - ветвление
  - циклы
  - пользовательские функции

Следование

- Реализуется перечислением каждого из операторов в отдельной строке
- Либо в одной строке через запятую (или точку с запятой)

Ветвление

- Реализуется в двух вариантах:
  - при помощи оператора `if`
  - при помощи оператора `switch`

Оператор `if`

- Простейшая форма:

```
if <логическое выражение>
      <операторы>
end
```

```
if rem(a, 2) == 0
    disp('a is even')
    b = a/2;
end
```

Полный формат оператора `if`

- В полном варианте оператора могут использоваться слова `else` и `elseif`
- Слово `elseif` может использоваться в одном операторе многократно с указанием условия
- Слово `else` – только один раз в конце оператора и без условия

```
if n < 0                  % If n negative, display error message.
    disp('Input must be positive');
elseif rem(n,2) == 0 % If n positive and even, divide by 2.
    A = n/2;
else
    A = (n+1)/2;          % If n positive and odd, increment and divide.
end
```

Циклы

- В Matlab имеется два вида циклов:
  - цикл с параметром `for`
  - цикл с предусловием `while`
- Также имеются
  - оператор досрочного выхода из цикла `break`
  - оператор перехода к следующей итерации `continue`

Цикл с параметром

```
for index = start:increment:end
    statements
end
```

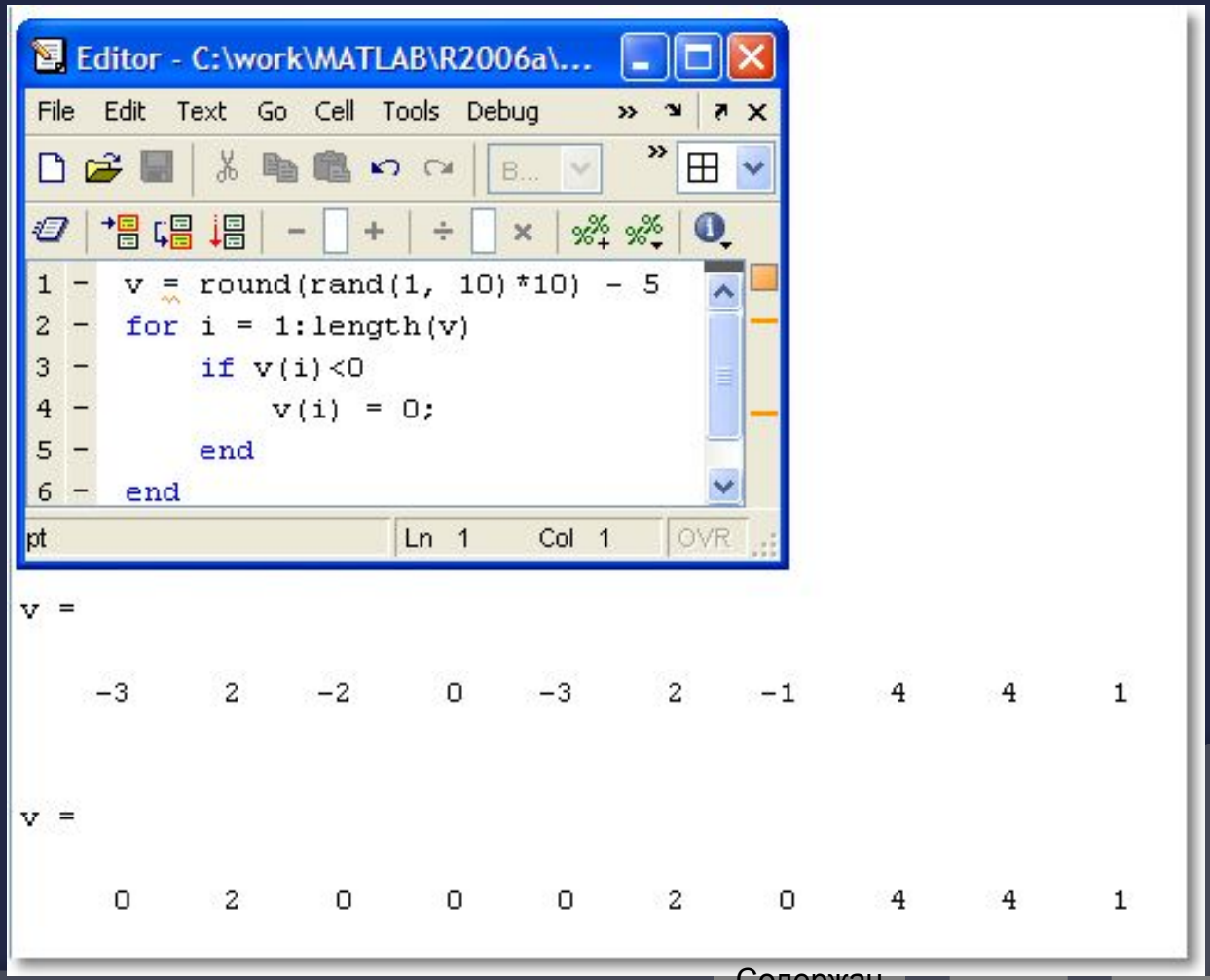
```
for n = 2:6
    x(n) = 2 * x(n - 1);
end
```

```
for m = 1:5
    for n = 1:100
        A(m, n) = 1/(m + n - 1);
    end
end
```

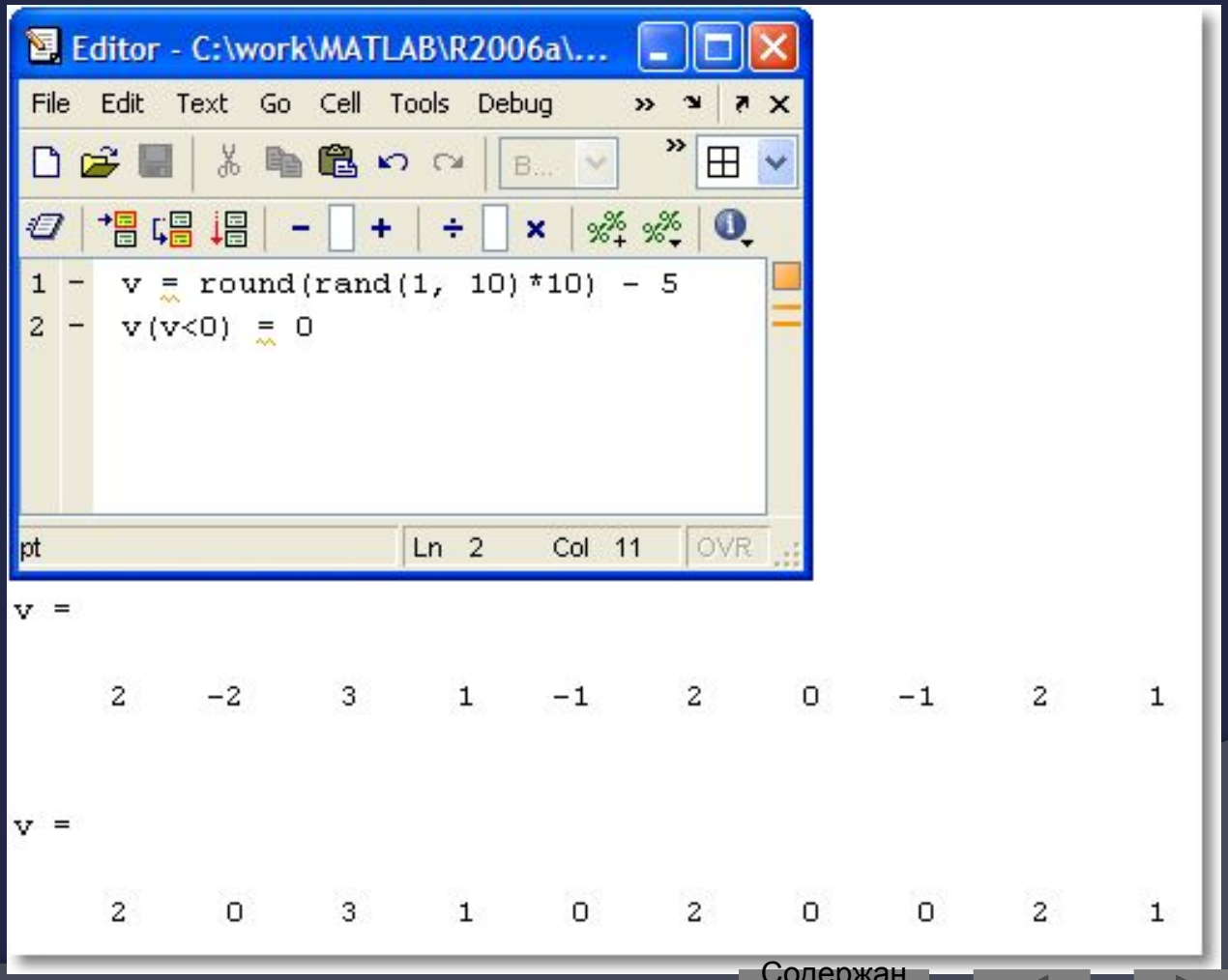
Замечание по использованию цикла с параметром

- Обычно цикл `for` используется для обработки массивов
- Важно помнить, что если есть возможность обойтись без этого цикла (применить матричные или векторные операции), то лучше избавиться от явного цикла
- В этом случае программа будет работать на порядок быстрее

Пример: замена отрицательных элементов вектора на нули (с циклом)



Пример: замена отрицательных элементов вектора на нули (без цикла)



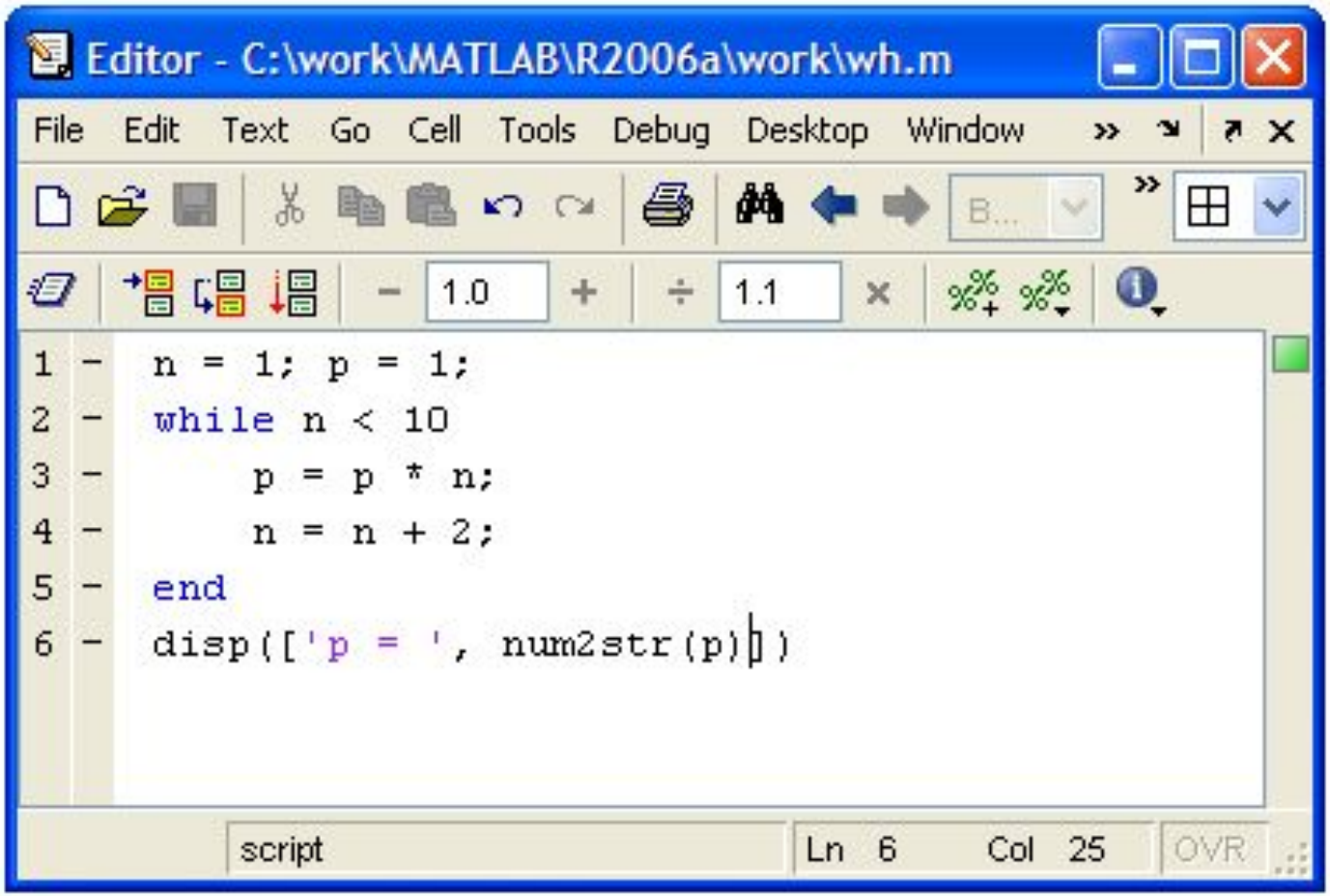
Цикл с предусловием

- Синтаксис:

```
while <логическое выражение>
        <операторы>
end
```

- Операторы выполняются, пока логическое выражение есть истина (true)

```
>> wh
p = 945
>>
```


Editor - C:\work\MATLAB\R2006a\work\wh.m
File Edit Text Go Cell Tools Debug Desktop Window
1.0
1.1
1 - n = 1; p = 1;
2 - while n < 10
3 - p = p * n;
4 - n = n + 2;
5 - end
6 - disp(['p = ', num2str(p)])
script
Ln 6 Col 25
OVR

Операторы `break` и `continue`

- Аналогичны одноимённым операторам Паскаля
- `Break` производит досрочный выход из цикла `for` или `while`
- `Continue` прекращает выполнение текущей итерации и переходит к следующей

Операторы `break` и `continue` (пример)

- Написать скрипт, который вводит с клавиатуры произвольное количество чисел. Если число положительное, то оно прибавляется к сумме, если отрицательное, то пропускается. Ноль – признак окончания работы

Операторы `break` и `continue` (решение)

```
Input a number: 1
Input a number: 2
Input a number: -3
Input a number: 3
Input a number: 0
s = 6
>>
```

```
1 -  s = 0; p = 1;
2 -  while p
3 -      x = input('Input a number: ');
4 -      if x == 0
5 -          break
6 -      end
7 -      if x < 0
8 -          continue
9 -      end
10 -     s = s + x;
11 - end
12 - disp(['s = ', num2str(s)])
```

АНАЛИТИЧЕСКИЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ В MATLAB

Вычисления в Matlab

- Пример: вычисление определённого интеграла $\int_a^b f(x)$

1. По формуле Ньютона: $F(x)|_a^b = F(b) - F(a)$, где $F(x)$ – первообразная
   - получаем *точный* результат
   - но первообразную не всегда можно найти
2. Численно: методом прямоугольников, трапеций, Симпсона и пр.
   - можно пользоваться даже тогда, когда интеграл «не берётся»
   - но при вычислении возникают погрешности

Средства Matlab для символьных вычислений

- Изначально Matlab имел средства только для численного анализа
- Сегодня в Matlab встроены средства аналитических (символьных) вычислений
  - Symbolic Math Toolbox
  - Является вычислительным ядром системы Maple V
  - Установка Maple не требуется

Создание символьных переменных

- Для символьного анализа требуется создать символьные переменные и функции
- Символьные переменные создаются
  - по одной: `x=sym('x')`
    - так же можно создать целое символьное выражение
  - несколько сразу: `syms x y z`
- Символьные функции определяются через символьные переменные: `f=x^2+y`
- Для построения символьных функций можно воспользоваться командой `ezplot`
- Представить в стандартной форме – командой `pretty`

```
>> x=sym('x')

x =

x


>> syms y a
>> f=(sin(x)+a)^2*cos(y)^2/sqrt(abs(a-y))

f =

(sin(x)+a)^2*cos(y)^2/abs(a-y)^(1/2)


>> pretty(f)

                                  2        2
                          (sin(x) + a)  cos(y)
                          ---------------------
                                       1/2
                             | a - y |
```

Представление символьных переменных

```
>> whos
  Name        Size                    Bytes  Class

  a           1x1                       126  sym object
  ans         1x1                       126  sym object
  f           1x1                       196  sym object
  x           1x1                       126  sym object
  y           1x1                       126  sym object

Grand total is 45 elements using 700 bytes
```

Символьные вычисления

- Преобразования математического анализа
  - дифференцирование,
  - пределы,
  - интегрирование,
  - разложение в ряд Тейлора
- Упрощение и подстановки
- Точная арифметика
- Линейная алгебра
- Решение уравнений и их систем
  - обычных и дифференциальных

Дифференцирование

```
>> syms x
>> f = sin(5*x)

f =

sin(5*x)


>> diff(f)    %вычисляем производную по x

ans =

5*cos(5*x)


>> diff(f, 2)    % а теперь -- вторую производную по x

ans =

-25*sin(5*x)


>> c = sym('5'); diff(c)   % производная константы

ans =

0
```

Частные производные

```
>> syms s t
>> f = sin(s * t);
>> diff(f,t)

ans =

cos(s*t)*s


>> % по умолчанию используется переменная t
>> % убедиться в этом можно при помощи функции findsym:
>> findsym(f,1)

ans =

t
```

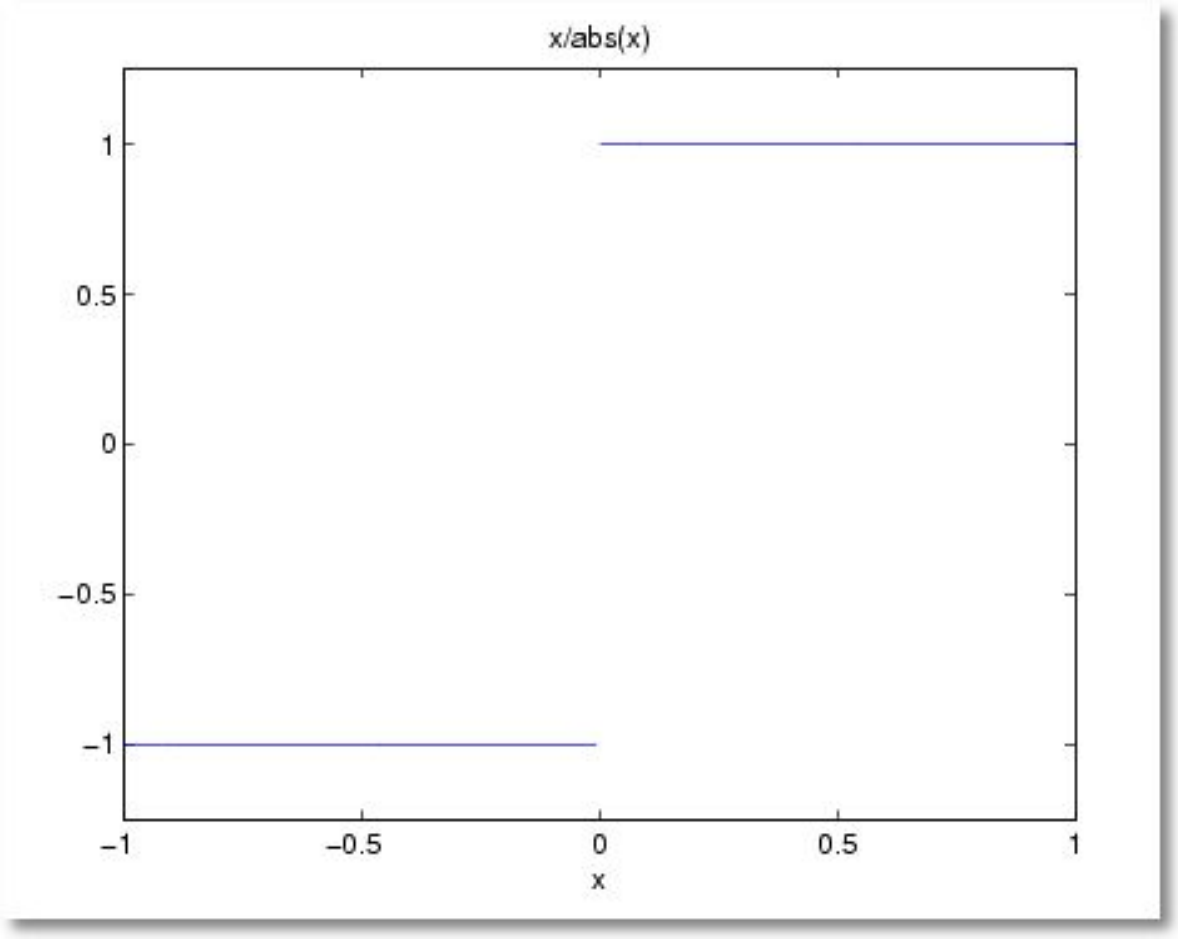
```
>> % вторая частная производная вычисляется так:
>> diff (f, t, 2)

ans =

-sin(s*t)*s^2


>> % или так:
>> diff (f, 2) % по умолчанию -- производная по t

ans =

-sin(s*t)*s^2


>> % или так:
>> diff(diff(f,t),s)

ans =

-sin(s*t)*t*s+cos(s*t)
```

Пределы

```
>> syms h n x
>> limit( (cos(x+h) - cos(x))/h,h,0 )   % вычисляем предел при h -> 0

ans =

-sin(x)


>> limit( (1 + x/n)^n,n,inf )   % а теперь -- при n -> oo

ans =

exp(x)
```

Односторонние пределы

- Рассмотрим функцию f(x)=x/|x|



```
>> limit(x/abs(x),x,0,'left')

ans =

-1


>> limit(x/abs(x),x,0,'right')

ans =

1
```

Пределы (сводная таблица)

Mathematical Operation	MATLAB Command
$\lim_{x \to 0} f(x)$	`limit(f)`
$\lim_{x \to a} f(x)$	`limit(f,x,a)` or `limit(f,a)`
$\lim_{x \to a-} f(x)$	`limit(f,x,a,'left')`
$\lim_{x \to a+} f(x)$	`limit(f,x,a,'right')`

Интегралы

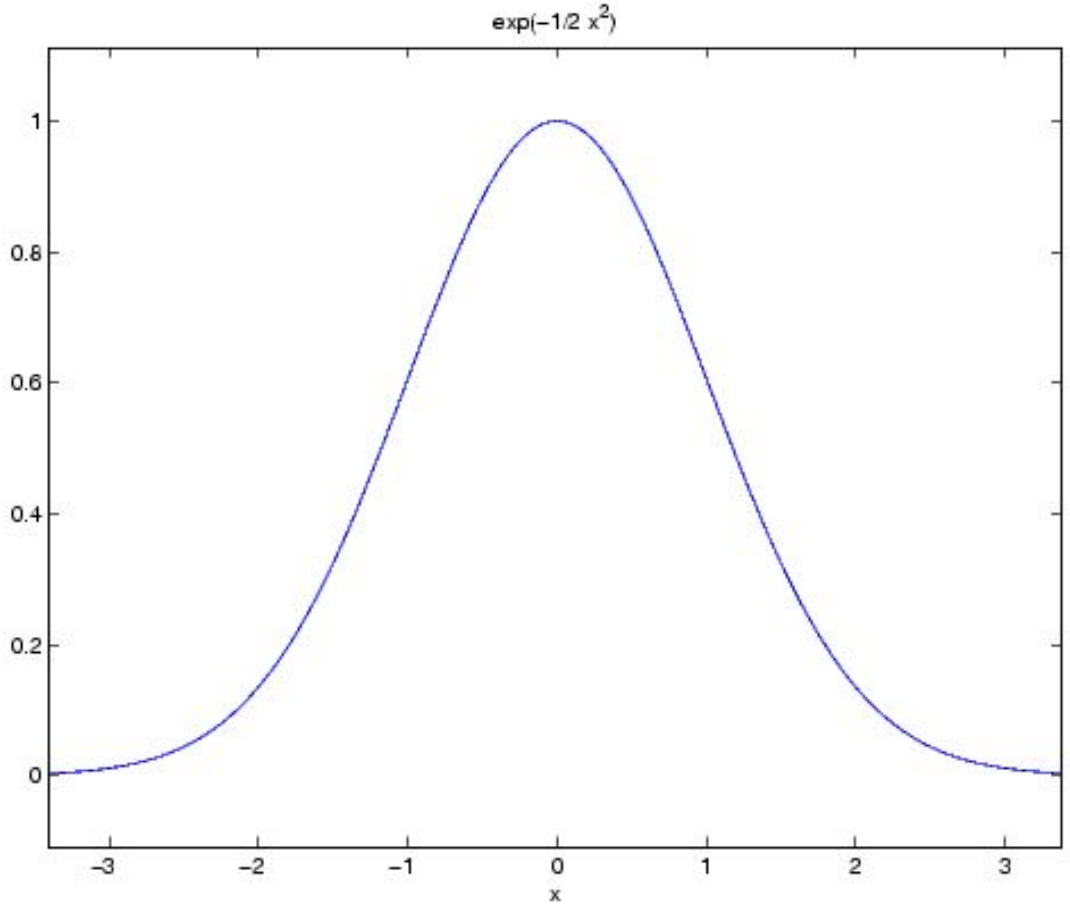
Mathematical Operation	MATLAB Command
$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1}$	`int(x^n)` or `int(x^n,x)`
$\int_0^{\pi/2} \sin(2x)dx = 1$	`int(sin(2*x),0,pi/2)` or `int(sin(2*x),x,0,pi/2)`

$g = \cos(at+b)$
$\int g(t)dt = \sin(at+b)/a$
	`g = cos(a*t + b)`
	`int(g)` or
	`int(g,t)`

$\int J_1(z)dz = -J_0(z)$	`int(besselj(1,z))` or `int(besselj(1,z),z)`

Интегралы с параметрами

```
syms x
a = sym(1/2);
f = exp(-a*x^2);
ezplot(f)
```



```
>> syms a positive;
>> syms x;
f = exp(-a*x^2);
int(f,x,-inf,inf)

ans =

1/a^(1/2)*pi^(1/2)


>> syms a real
f=exp(-a*x^2);
F = int(f, x, -inf, inf)

F =

PIECEWISE([1/a^(1/2)*pi^(1/2), signum(a) = 1],[Inf, otherwise])


>> pretty(F)

                          {   1/2
                          { pi
                          { -----         signum(a~) = 1
                          {   1/2
                          { a~
                          {
                          {  Inf            otherwise
```

Суммирование

```
>> syms x k
>> s1 = symsum(1/k^2,1,inf)

s1 =

1/6*pi^2


>> s2 = symsum(x^k,k,0,inf)

s2 =

-1/(x-1)
```

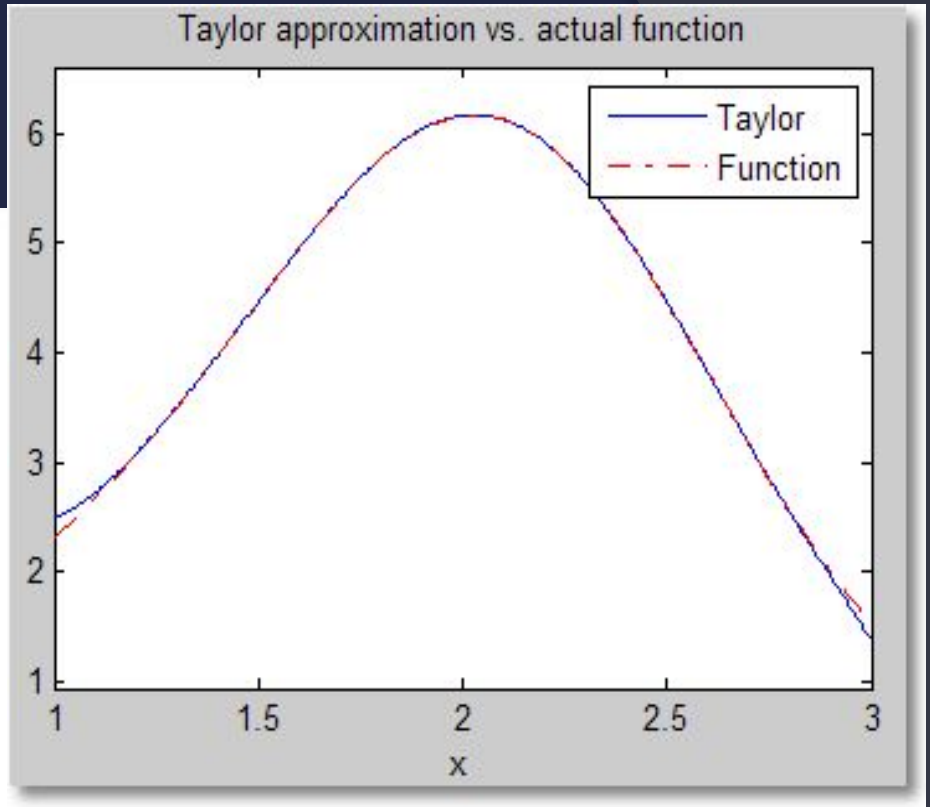
Разложение в ряд Тейлора

$$\sum_{n=0}^{\infty} (x-a)^n \frac{f^{(n)}(a)}{n!}$$

Попробуйте также команду `taylortool`

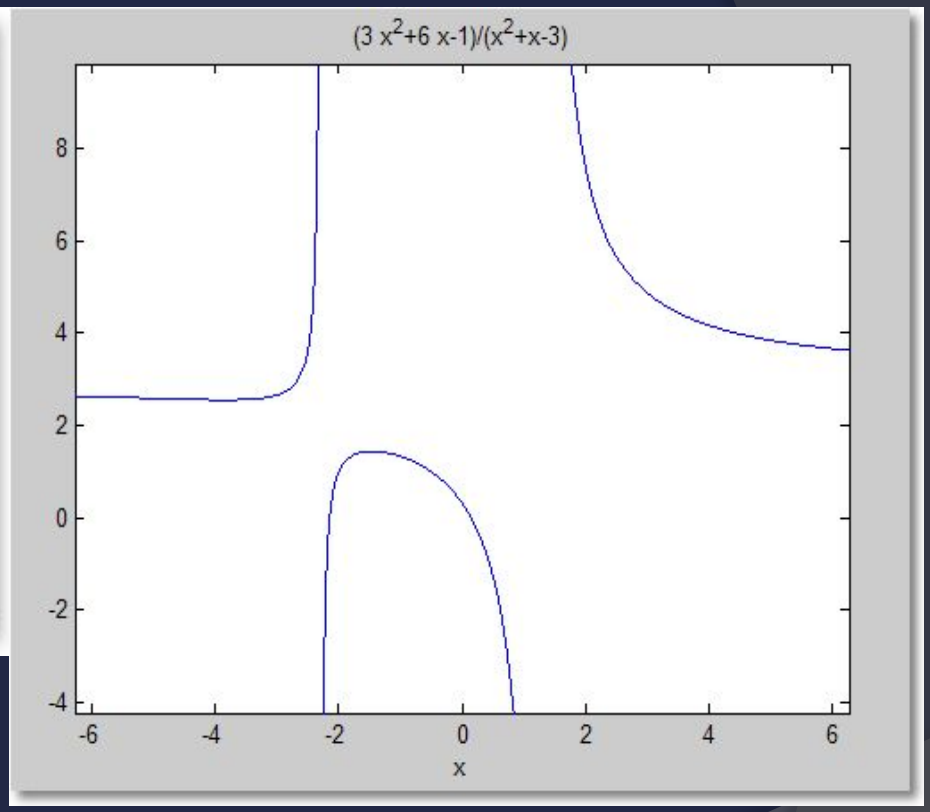
```
>> syms x
>> f = 1/(5+4*cos(x))

f =

1/(5+4*cos(x))


>> T = taylor(f,8)

T =

1/9+2/81*x^2+5/1458*x^4+49/131220*x^6


>> pretty(T)

                                  2            4     49     6
                     1/9 + 2/81 x  + 5/1458 x  + ------ x
                                                 131220
```

```
>> syms x
>> g = exp(x*sin(x))

g =

exp(x*sin(x))


>> t = taylor(g,12,2);
>> xd = 1:0.05:3; yd = subs(g,x,xd);
>> ezplot(t, [1,3]); hold on;
>> plot(xd, yd, 'r-.')
>> title('Taylor approximation vs. actual function');
>> legend('Taylor','Function')
```



Пример: исследование функции

```
>> % исследуем поведение функции
>> syms x
>> chisl = 3*x^2 + 6*x -1;
>> znam = x^2 + x - 3;
>> f = chisl / znam

f =

(3*x^2+6*x-1)/(x^2+x-3)
```



$$f(x) = \frac{3x^2 + 6x - 1}{x^2 + x - 3}$$

Найдём горизонтальную асимптоту

```
>> h_as = limit(f, inf)

h_as =

3


>> limit(f, -inf)

ans =

3
```

Найдём вертикальные асимптоты

```
>> % для этого решим уравнение     znam = 0
>> roots = solve(znam)

roots =

 -1/2+1/2*13^(1/2)
 -1/2-1/2*13^(1/2)
```

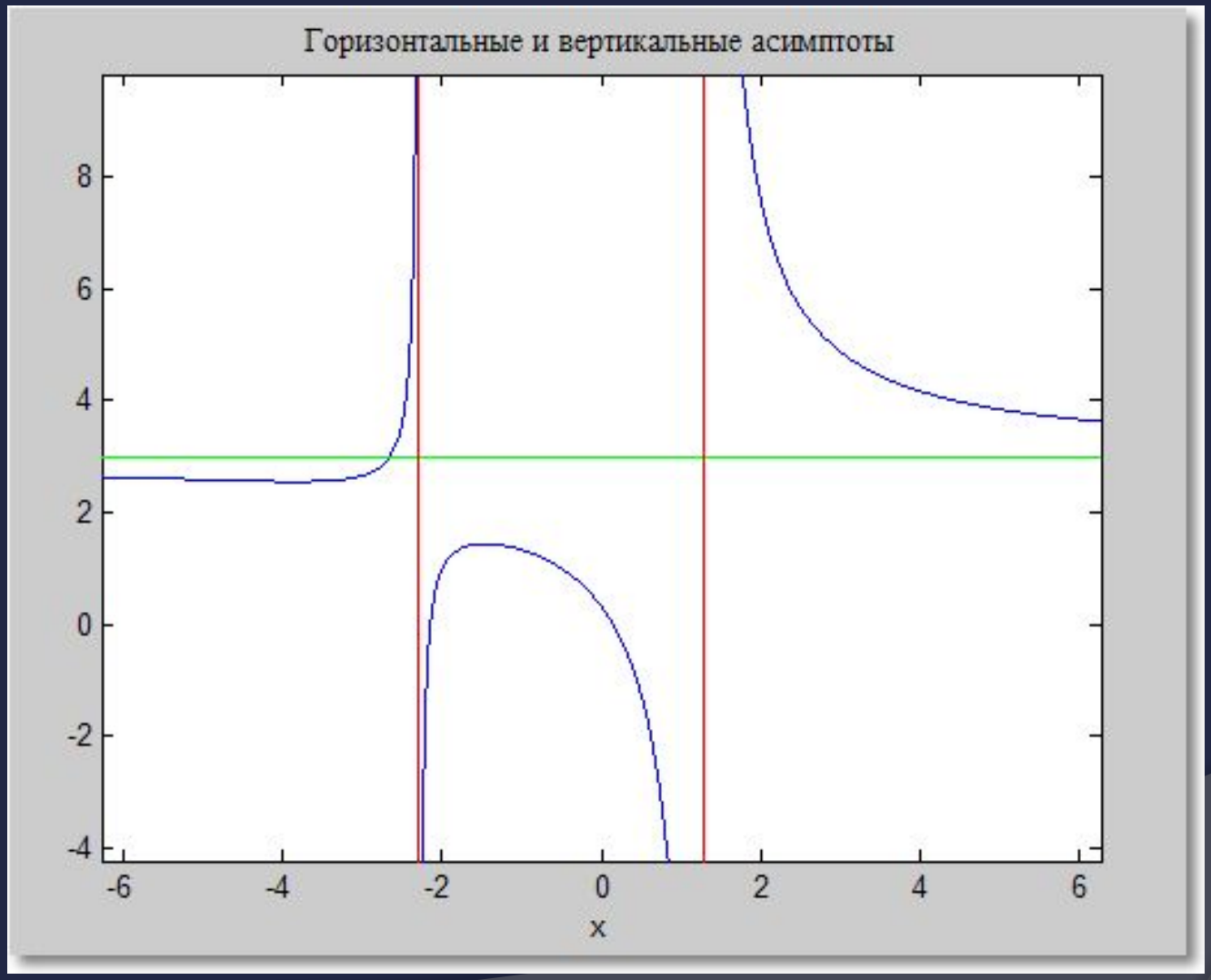
$$x = \frac{-1+\sqrt{13}}{2}$$

$$x = \frac{-1-\sqrt{13}}{2}$$

Код для построения асимптот

```
ezplot(f)
hold on
% Строим горизонтальную асимптоту
plot([-2*pi 2*pi], [3 3],'g')
% Строим вертикальные асимптоты
% Не забываем перевести символьные значения в обычные
% при помощи функции double
plot(double(roots(1))*[1 1], [-5 10],'r')
plot(double(roots(2))*[1 1], [-5 10],'r')
title('Горизонтальные и вертикальные асимптоты')
hold off
```

Изображение асимптот

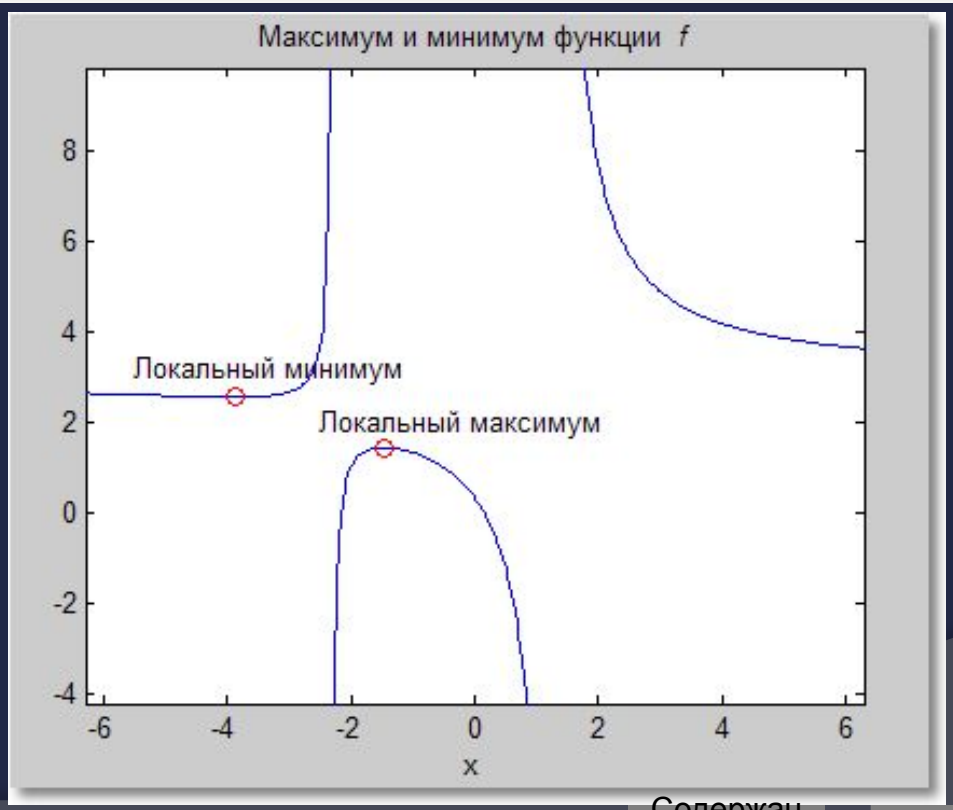


Экстремумы функции

```
>> f1 = diff(f)

f1 =

(6*x+6)/(x^2+x-3)-(3*x^2+6*x-1)/(x^2+x-3)^2*(2*x+1)


>> % упростим полученное выражение:
>> pretty(f1)

                                  2
                   6 x + 6     (3 x  + 6 x - 1) (2 x + 1)
                  ---------- - -------------------------
                   2                    2          2
                  x  + x - 3           (x  + x - 3)
>> % Приравняем производную к нулю и решим уравнение
>> extr = solve(f1)

extr =

 -8/3-1/3*13^(1/2)
 -8/3+1/3*13^(1/2)
```

Построение экстремумов

```
ezplot(f); hold on
plot(double(extr), double(subs(f,extr)),'ro')
title('Максимум и минимум функции \it f')
text(-5.5,3.2,'Локальный минимум')
text(-2.5,2,'Локальный максимум')
hold off
```



Операции над полиномами

- Реализуются при помощи функций
  - `collect`
  - `expand`
  - `factor`
  - `horner`

- `collect` – вычисляет коэффициенты при степенях независимой переменной
  - по умолчанию – x
- Можно явно задать имя независимой переменной в виде:
  - `collect (f, VarName)`

f	collect(f)
(x-1)*(x-2)*(x-3)	x^3-6*x^2+11*x-6
x*(x*(x-6)+11)-6	x^3-6*x^2+11*x-6
(1+x)*t + x*t	2*x*t+t

- `expand` – представляет полином суммой степеней без приведения подобных

f	expand(f)
a*(x + y)	a*x + a*y
(x-1)*(x-2)*(x-3)	x^3-6*x^2+11*x-6
x*(x*(x-6)+11)-6	x^3-6*x^2+11*x-6
exp(a+b)	exp(a)*exp(b)
cos(x+y)	cos(x)*cos(y)-sin(x)*sin(y)
cos(3*acos(x))	4*x^3-3*x

- `factor` – разлагает полином на множители, если эти множители имеют рациональные коэффициенты:

f	factor(f)
x^3-6*x^2+11*x-6	(x-1)*(x-2)*(x-3)
x^3-6*x^2+11*x-5	x^3-6*x^2+11*x-5
x^6+1	(x^2+1)*(x^4-x^2+1)

- Также `factor` производит каноническое разложение числа:

```
>> a = sym('246988788887234987234098782220000 2000')

a =

246988788887234987234098782220000 2000


>> factor(a)

ans =

(2)^4*(3)*(5)^3*(53)*(109)*(525175269269139100581 61)*(1356811)
```

- `horner` – представляет полином в схеме Горнера:

f	horner(f)
x^3-6*x^2+11*x-6	-6+(11+(-6+x)*x)*x
1.1+2.2*x+3.3*x^2	11/10+(11/5+33/10*x)*x

Упрощение выражений

- `simplify`
  - реализует мощный алгоритм упрощения с использованием тригонометрических, степенных, логарифмических, экспоненциальных функций, а также спецфункций (Бесселя, гипергеометрической, интеграла ошибок и пр.)
- `simple`
  - пытается получить выражение, которое представляется меньшим числом символов, чем исходное, последовательно применяя все функции упрощения Symbolic Math Toolbox

Simplify

f	simplify(f)
x*(x*(x-6)+11)-6	x^3-6*x^2+11*x-6
(1-x^2)/(1-x)	x+1
(1/a^3+6/a^2+12/a+8)^(1/3)	((2*a+1)^3/a^3)^(1/3)
syms x y positive log(x*y)	log(x)+log(y)
exp(x) * exp(y)	exp(x+y)
besselj(2,x) + besselj(0,x)	2/x*besselj(1,x)
gamma(x+1)-x*gamma(x)	0
cos(x)^2 + sin(x)^2	1

Simple

```
>> simple(cos(x)^2 + sin(x)^2)

simplify: 1
radsimp: cos(x)^2+sin(x)^2
combine(trig): 1
factor: cos(x)^2+sin(x)^2
expand: cos(x)^2+sin(x)^2
combine: 1
convert(exp): (1/2*exp(i*x)+1/2/exp(i*x))^2-1/4*(exp(i*x)-1/exp(i*x))^2
convert(sincos): cos(x)^2+sin(x)^2
convert(tan): (1-tan(1/2*x)^2)^2/(1+tan(1/2*x)^2)^2+4*tan(1/2*x)^2/(1+tan(1/2*x)^2)^2
collect(x): cos(x)^2+sin(x)^2
mwcos2sin: 1

ans =

1
```

Simplify против Simple

- Иногда `simple` даёт более удачное решение, чем `simplify`:

f	simplify(f)	simple(f)
`(1/a^3+6/a^2+12/a+8)^(1/3)`	`((2*a+1)^3/a^3)^(1/3)`	`(2*a+1)/a`
`syms x y positive` `log(x*y)`	`log(x)+log(y)`	`log(x*y)`

Simple

- `simple` особенно эффективна при работе с тригонометрическими выражениями

f	simple(f)
cos(x)^2+sin(x)^2	1
2*cos(x)^2-sin(x)^2	3*cos(x)^2-1
cos(x)^2-sin(x)^2	cos(2*x)
cos(x)+(-sin(x)^2)^(1/2)	cos(x)+i*sin(x)
cos(x)+i*sin(x)	exp(i*x)
cos(3*acos(x))	4*x^3-3*x

Подстановка

- `subs` подставляет одно символьное выражение в другое
- Общий формат:
  - `subs(<куда>, <вместо чего>, <что>)`

Пример подстановки

```
>> f = sym ('(a^2 + b^2)/(a^2 - b^2) + a^4/b^4');
>> pretty(f)

                                  2    2     4
                                 a  + b     a
                                 ------- + ----
                                  2    2     4
                                 a  - b     b
>> f = subs(f, 'a', '(exp(x) + exp(-x))');
>> f = subs(f, 'b', '(sin(x) + cos(x))') ;
>> pretty(f)

                          2                      2                        4
        (exp(x) + exp(-x))   + (sin(x) + cos(x))      (exp(x) + exp(-x))
        ------------------------------------------ + ------------------
                          2                      2                        4
        (exp(x) + exp(-x))   - (sin(x) + cos(x))      (sin(x) + cos(x))
```

Подстановка значения в функцию

- Подстановка вместо переменной её числового значения приводит к вычислению символьной функции от значения аргумента

```
>> f = sym('exp(x^3 + 2*x^2 + x + 5)')

f =

exp(x^3 + 2*x^2 + x + 5)


>> q = subs(f, 'x', 1.1)

q =

   1.8977e+004
```

Точная арифметика

- Точные вычисления реализуются функцией `vpa` (Variable-Precision Arithmetic)
- Формат вызова:
  - `vpa(<выражение>, <значащих цифр>)`

```
>> vpa(pi,50)

ans =

3.1415926535897932384626433832795028841971693993751


>> vpa((1 + sqrt(5))/2, 10)

ans =

1.618033989


>> vpa(exp(1), 70)

ans =

2.71828182845904553488480814849026501178741455078125000000000000000000
```

Решение уравнений и систем

- Выполняет команда `solve`
- До 4-го порядка включительно решаются точно
- Ответ выводится в степенях рациональных чисел
- Уравнения высших порядков и трансцендентные, как правило, точно не решаются
  - В этом случае выводится приближённый результат
- С целью сокращения записи при выводе могут использоваться подстановки

```
>> syms x
f = sym('x^3 - x^2 - 5*x + 1');
r = solve(f, x);
pretty(r)
```

```
        [                    1/2 1/3                    1                 ]
        [1/3 (10 + 6 I 111    )     + 16/3 -------------------- + 1/3]
        [                                           1/2 1/3       ]
        [                                  (10 + 6 I 111    )     ]

        [                     1/2 1/3                  1
        [- 1/6 (10 + 6 I 111    )     - 8/3 -------------------- + 1/3
        [                                             1/2 1/3
        [                                   (10 + 6 I 111    )

                  1/2 /                    1/2 1/3                    1          \]
         + 1/2 I 3    |1/3 (10 + 6 I 111    )     - 16/3 --------------------|]
                      |                                                1/2 1/3|]
                      \                                  (10 + 6 I 111    )   /]

        [                     1/2 1/3                  1
        [- 1/6 (10 + 6 I 111    )     - 8/3 -------------------- + 1/3
        [                                             1/2 1/3
        [                                   (10 + 6 I 111    )

                  1/2 /                    1/2 1/3                    1          \]
         - 1/2 I 3    |1/3 (10 + 6 I 111    )     - 16/3 --------------------|]
                      |                                                1/2 1/3|]
                      \                                  (10 + 6 I 111    )   /]
```

Решение систем

- Также выполняет команда `solve`
- Входные аргументы
  - левые части уравнений
  - переменные, по которым нужно разрешить систему
  - например: `s = solve(f1, f2, x1, x2)`
- Выходной аргумент
  - структура (запись) s с полями (в данном случае) `x1` и `x2`, хранящими символьное представление решения

$$\begin{cases} ax_1^2 + x_1x_2 + 1 = 0; \\ x_1^2 + bx_2 = 0 \end{cases}$$

```
>> syms x1 x2
>> f1 = sym('a*x1^2 + x1*x2 + 1');
>> f2 = sym('x1^2 + b*x2');
>> s = solve(f1, f2, x1, x2);
>> r1 = subs(f1, {x1,x2}, {s.x1(1), s.x2(1)})
r1 =
a*(1/6*(108*b+8*a^3*b^3+12*(81*b^2+12*a^3*b^4)^(1/2))^(1/3)+2/3*a^2*b^2/(108*b+...
8*a^3*b^3+12*(81*b^2+12*a^3*b^4)^(1/2))^(1/3)+1/3*a*b)^2-(1/6*(108*b+8*a^3*b^3+...
12*(81*b^2+12*a^3*b^4)^(1/2))^(1/3)+2/3*a^2*b^2/(108*b+8*a^3*b^3+12*(81*b^2+12*...
a^3*b^4)^(1/2))^(1/3)+1/3*a*b)^3/b+1

>> simplify(r1)
ans = 0

>> r2 = subs(f2, {x1,x2}, {s.x1(1), s.x2(1)})
r2 =0

>> r1 = subs(f1, {x1,x2}, {s.x1(2), s.x2(2)})
r1 =
a*(-1/12*(108*b+8*a^3*b^3+12*(81*b^2+12*a^3*b^4)^(1/2))^(1/3)-1/3*a^2*b^2/(108*b+...
8*a^3*b^3+12*(81*b^2+12*a^3*b^4)^(1/2))^(1/3)+1/3*a*b+1/2*i*3^(1/2)*(1/6*(108*b+...
8*a^3*b^3+12*(81*b^2+12*a^3*b^4)^(1/2))^(1/3)-2/3*a^2*b^2/(108*b+8*a^3*b^3+12*(81*...
b^2+12*a^3*b^4)^(1/2))^(1/3)))^2-(-1/12*(108*b+8*a^3*b^3+12*(81*b^2+12*a^3*b^4)^...
(1/2))^(1/3)-1/3*a^2*b^2/(108*b+8*a^3*b^3+12*(81*b^2+12*a^3*b^4)^(1/2))^(1/3)+1/3*...
a*b+1/2*i*3^(1/2)*(1/6*(108*b+8*a^3*b^3+12*(81*b^2+12*a^3*b^4)^(1/2))^(1/3)-2/3*a^...
2*b^2/(108*b+8*a^3*b^3+12*(81*b^2+12*a^3*b^4)^(1/2))^(1/3)))^3/b+1

>> simplify(r1)
ans = 0
```

Решение дифференциальных уравнений

- Выполняет команда `dsolve`

Если неизвестная функция обозначена символьной переменной y, то ее производные следует обозначать как d[n]y, где в скобках указан порядок производной.

MATLAB В ЗАДАЧАХ ТЕОРИИ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ (ТАУ)

Представление и преобразование математических моделей (ММ) динамических систем (ДС).

- Задание ДС в матрично-векторной (МВ) форме записи
- В современной теории управления для описания ММ ДС используется запись, представляющая собой систему уравнений в переменных состояния [1]

$$\begin{cases} \dot{x} = A \cdot x + B \cdot u; \\ y = C \cdot x + D \cdot u. \end{cases} \quad (1)$$

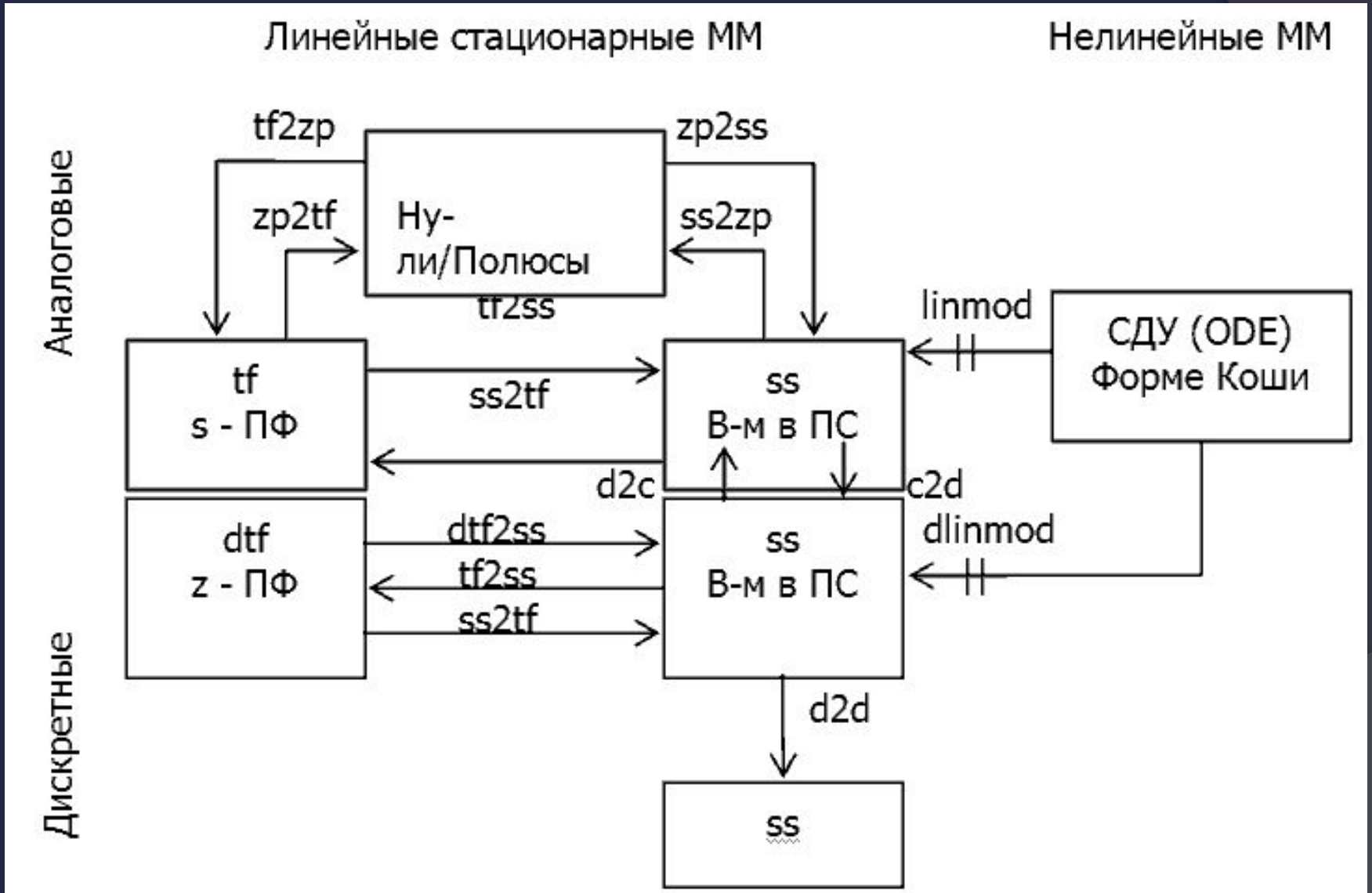
Задание ДС во вход-выходной (ВВ) форме записи

- В классической теории управления для описания ММ ДС используется понятие передаточных функций (ПФ), которые представляют собой дробно-рациональную функцию [2]

$$W(p) = \frac{b_m \cdot p^m + b_{m-1} \cdot p^{m-1} + \ldots + b_1 \cdot p + b_0}{a_n \cdot p^n + a_{n-1} \cdot p^{n-1} + \ldots + a_1 \cdot p + a_0} \qquad (2)$$

- Для ввода ПФ коэффициенты числителя и знаменателя необходимо задавать в виде вектора (в порядке убывания степени).
- NUM=[b_m b_{m-1} ... b_1 b_0]
- DEN=[a_m a_{m-1} ... a_1 a_0]

Анализ математических моделей динамических систем



Преобразование ПФ:

- [NUMc,DENc]=tfchk(NUM,DEN) – проверяет на соответствие порядки числителя и знаменателя, возвращает эквивалентную ПФ с равными порядками (отсутствующие коэффициенты заполняются нулями) или выдает сообщение об ошибке;
- [Z,P,K]=tf2zp(NUM,DEM) – находит нули, полюсы и коэффициент передачи (приведенный);
- [NUM,DEN]=zp2tf(Z,P,K) – обратное преобразование;
- [A,B,C,D]=tf2ss(NUM,DEN) – преобразуем ПФ с одним входом в модель ПС в канонической форме управления. Для перехода также все матрицы необходимо развернуть на 180^0: A=rot90(A,2), B=rot90(B,2) и т. д.;
- abcdchk(A,B,C,D) – проверяет согласованность размерности матриц и в случае ошибки возвращает сообщение о ней;
- [Wn,ksi]=damp(A) – вычисляет сопрягающие частоты и коэффициенты затухания ДС (A может быть либо системной матрицей, либо векторами NUM или DEN, либо векторами корней Z или P);

Построение частотных характеристик:

- [Mod,Fi]=bode(A,B,C,D,u_i,w),
- [Mod,Fi]=bode(NUM,DEN,w) – возвращает вектор амплитуды и фазы (u_i номер входа в МВ ММ). Для построения ЛЧХ вектор w должен в логарифмическом масштабе содержать значения частот в рад/с.
- Построение фазовой частотной характеристики для неминимально-фазовых звеньев выше 1-го порядка с использованием данной функции выполняется неправильно.
- Для коррекции фазовой характеристики имеются следующие характеристики:
- Fik=fixphase(Fi) или Fik=add360(Fi) – устраняет разрыв фазы от -180^0 к 180^0. Фаза Fi задается в градусах;
- Fik=addtwopi(Fi) – то же для фазы, заданной в радианах.

Вычисление переходных процессов:

- Y – вектор переходного процесса, t – вектор изменения времени,
- X – вектор состояния (необязательный параметр, может быть опущен)
- [Y,X]=impulse(A,B,C,D,u_i,t),
- Y=impulse(NUM,DEN,t) – весовая функция,
- [Y,X]=step(A,B,C,D,u_i,t),
- Y=step(NUM,DEN,t) – реакция на единичное ступенчатое воздействие,
- [Y,X]=lsim(A,B,C,D,U,t,X0),
- Y=lsim(NUM,DEN,U,t) – реакция на произвольно заданное вектором U внешним воздействием (X0 – начальное условие).

Анализ управляемости:

- Q=ctrb(A,B) – вычисляет матрицу управляемости Q,
- [Ab,Bb,Cb,T]=ctrbf(A,B,C,TOL) – выделение полностью управляемого подпространства, для частично управляемой системы. (TOL – допуск, необязательный параметр, T – матрица преобразования, $Ab=T \cdot A \cdot T^{-1}$, $Bb=T \cdot B$, $Cb=C \cdot T^{-1}$).

$$Ab = \begin{bmatrix} Anc & 0 \\ A21 & Ac \end{bmatrix}, \quad Bb = \begin{bmatrix} 0 \\ Bc \end{bmatrix}, \quad Cb = \begin{bmatrix} Cnc & Cc \end{bmatrix}$$

- Индекс nc – неуправляемая часть, c – управляемая.
- Выделение неуправляемой части:
- nc=length(Ab)-rang(Q); Anc=Ab(1:nc,1:nc).
- eig(Anc) - собственные значения неуправляемой части системы.

Анализ наблюдаемости:

- R=obsv(A,C) – вычисляет матрицу наблюдаемости R,
- [Ab,Bb,Cb,T]=obsvf(A,B,C,TOL) – выделение полностью наблюдаемого подпространства, для частично наблюдаемой системы. (TOL – допуск, необязательный параметр, T – матрица преобразования, $Ab=T \cdot A \cdot T^{-1}$, $Bb=T \cdot B$, $Cb=C \cdot T^{-1}$).

$$Ab=\begin{bmatrix} Ano & A12 \\ 0 & Ao \end{bmatrix}, \quad Bb=\begin{bmatrix} Bno \\ Bo \end{bmatrix}, \quad Cb=\begin{bmatrix} 0 & Co \end{bmatrix}$$

- Индекс no – ненаблюдаемая часть, o – наблюдаемая.
- Выделение ненаблюдаемой части:
- no=length(Ab)-rang(R); Ano=Ab(1:no,1:no).
- eig(Ano) - собственные значения ненаблюдаемой части системы.

Построение графиков:

- plot(X,Y,S) – построение графика функции Y(X) с заданием типа линии с помощью S (необязательный параметр);
- plot3(X,Y,Z,S) – построение трехмерного графика функции Z(X,Y) с заданием типа линии с помощью S (необязательный параметр);
- loglog(X,Y,S) – аналогична предыдущей команде, но для задания логарифмического масштаба по X и Y;
- semilogx(X,Y,S) или semilogy(X,Y,S) – строит график в логарифмическом масштабе по оси X или Y соответственно;
- subplot(m,n,k) – разбивает окно на m окон по горизонтали и n окон по вертикали, а k – номер окна, в котором будет выводиться текущий график;