

Лекция 8. Проводники с током в магнитном поле

Вопросы:

- Закон Ампера.
- Магнитный момент контура с током. Контур с током в магнитном поле. Механический вращающий момент.
- Работа по перемещению проводника с током в магнитном поле. Поток вектора магнитной индукции.

Закон Ампера

Каждый носитель тока, как движущийся со скоростью u заряд q , испытывает действие магнитной силы Лоренца. Действие этой силы передается всему проводнику с током. В результате магнитное поле действует с определенной силой на сам проводник. Определим эту силу.

Пусть ρ - объемная плотность заряда носителей тока; выделим мысленно элемент объема dV проводника, причем можно представить $dV = dS \cdot dl$, а заряд в этом элементе $dq = \rho \cdot dV$. Тогда сила, действующая на этот элемент $d\mathbf{F} = \rho \cdot (\mathbf{u} \times \mathbf{B}) \cdot dV$, где u - скорость упорядоченного движения носителей. Так как вектор плотности тока можно представить как $\mathbf{j} = \rho \cdot \mathbf{u}$, то для элементарной силы Ампера можно записать:

$$d\mathbf{F}_A = (\mathbf{j} \times \mathbf{B}) \cdot dV \quad (1)$$

Закон Ампера

Если же ток течет по тонкому проводнику с постоянным малым сечением ΔS , то объемный токовый элемент $(\mathbf{j} \cdot dV)$ можно заменить линейным токовым элементом $(I \cdot dl)$, т.е. $\mathbf{j} \cdot dV = I \cdot dl$ и тогда формула (1) принимает вид:

$$d\mathbf{F}_A = I \cdot (dl \times \mathbf{B}) \quad (2)$$

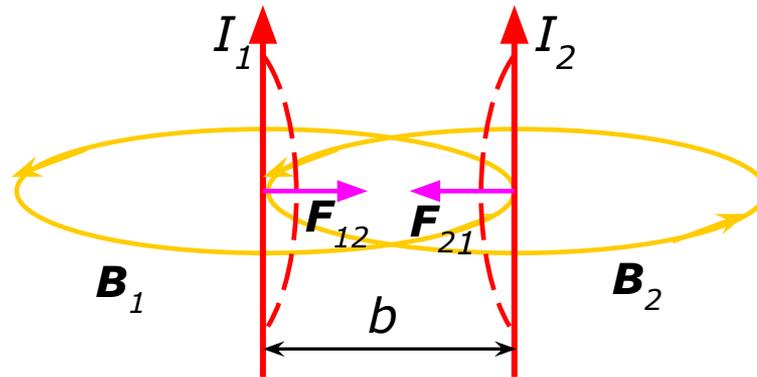
где dl – элементарный вектор проводника с током.

Формулы (1) и (2) выражают так называемый **закон Ампера** и определяют **силы Ампера**. Ампер экспериментально установил соотношение в форме (2).

Интегрируя (1) или (2) по соответствующим элементам тока, можно определить результирующую силу (она также называется амперовой силой), действующую на тот или иной объем проводника ΔV или его линейный участок Δl , т. е. $\vec{F}_A = \int_V (\vec{j} \times \vec{B}) \cdot dV$ или $\vec{F}_A = \int_L I \cdot (d\vec{l} \times \vec{B})$ (3)

Закон Ампера

Ампером также была установлена единичная сила взаимодействия параллельных токов (см рис.). Согласно третьему закону Ньютона $\mathbf{F}_{12 \text{ ед}} = -\mathbf{F}_{21 \text{ ед}'}$, где $F_{12 \text{ ед}} = I_1 \cdot B_2 = I_1 \cdot \frac{\mu_0 \cdot 2 \cdot I_2}{4\pi \cdot b} = \frac{\mu_0 \cdot 2 \cdot I_1 \cdot I_2}{4\pi \cdot b}$, [Н/м].



Магнитный момент контура с током. Контур с током в магнитном поле. Механический вращающий момент

Рассмотрим поведение замкнутого тонкого контура с током I в однородном магнитном поле \mathbf{B} , например в поле постоянного магнита. В этом случае ($\mathbf{B} = \mathbf{const}$) при $I = \mathbf{const}$ результирующая сила, действующая на контур,

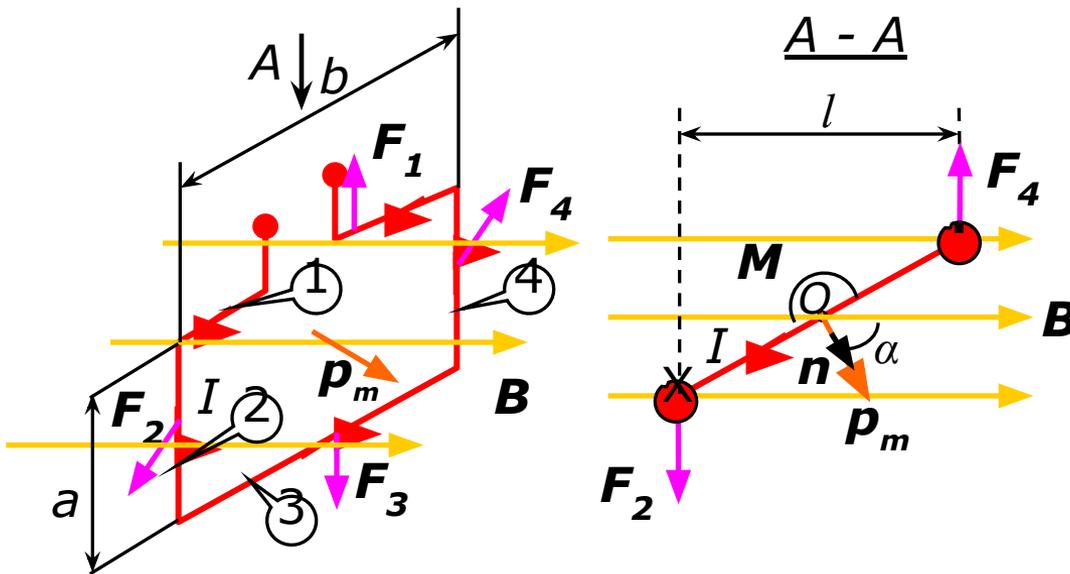
$$\vec{F} = I \cdot \oint (\vec{dl} \times \vec{B}) = I \cdot \vec{B} \cdot \oint \vec{dl} = 0$$
 Из механики известно, что если результирующая \vec{F} всех сил, действующих на любую систему, равна нулю, то суммарный момент этих сил не зависит от точки O , относительно которой определяют отдельные моменты этих сил. Поэтому здесь можно просто говорить о результирующем моменте амперовых сил:

$$\vec{M} = \oint (\vec{r} \times d\vec{F}) \quad (4)$$

где $d\vec{F}$ определяется по формуле (2).

Магнитный момент контура с током. Контур с током в магнитном поле. Механический вращающий момент

Магнитное поле оказывает ориентирующее воздействие на контур с током за счет вращающего момента \mathbf{M} (т. е. разворачивает контур по направлению магнитного поля). На рисунке ниже действуют пары сил, приложенных к соответствующим участкам контура: $\mathbf{F}_1 = -\mathbf{F}_3$ и $\mathbf{F}_2 = -\mathbf{F}_4$, модули которых равны $F_2 = F_4 = I \cdot a \cdot B$; $F_1 = F_3 = I \cdot b \cdot B \cdot \sin(\pi/2 + \alpha) = I \cdot b \cdot B \cdot \cos \alpha$. Причем силы \mathbf{F}_1 и \mathbf{F}_3 – осевые, они деформируют (растягивают) контур.



Результирующий (вращающий) момент равен моменту пары сил \mathbf{F}_2 и \mathbf{F}_4 :

$$M = F_2 \cdot l = I \cdot a \cdot B \cdot b \cdot \sin \alpha = I \cdot S \cdot B \cdot \sin \alpha \quad (5)$$

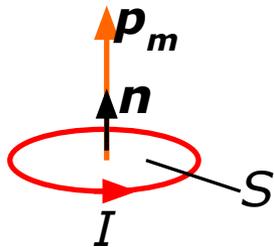
где $l = b \cdot \sin \alpha$ – плечо пары сил, $S = a \cdot b$ – площадь контура (рамки).

Магнитный момент контура с током. Контур с током в магнитном поле. Механический вращающий момент

Поведение элементарного контура с током удобно описывать с помощью **магнитного момента** \mathbf{p}_m , который определяется как:

$$\mathbf{p}_m = I \cdot S \cdot \mathbf{n} \quad (6)$$

где I – ток в контуре, S – площадь контура, \mathbf{n} – положительная нормаль-орт к контуру (ее направление связано с направлением тока в контуре правилом правого винта).



В связи с определением (6) выражение для вращающего момента (5) можно записать через магнитный момент $M = p_m \cdot B \cdot \sin \alpha$, а в векторном виде:

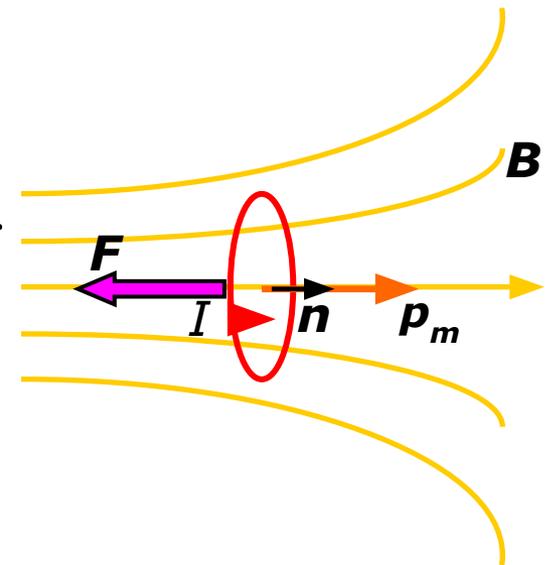
$$\mathbf{M} = (\mathbf{p}_m \times \mathbf{B}) \quad (7)$$

Замечания: В случае $\mathbf{p}_m \uparrow \mathbf{B}$ момент $\mathbf{M} = 0$ и положение контура – устойчиво. В случае $\mathbf{p}_m \downarrow \mathbf{B}$ момент также $\mathbf{M} = 0$, но положение контура уже не устойчиво. Когда $\mathbf{p}_m \perp \mathbf{B}$ вращающий момент принимает свое максимальное значение $M_{max} = p_m \cdot B = I \cdot S \cdot B$.

Магнитный момент контура с током. Контур с током в магнитном поле. Механический вращающий момент

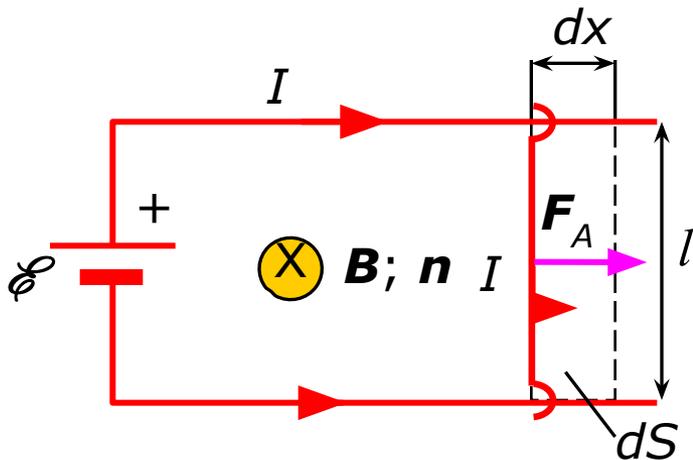
В случае неоднородного магнитного поля на контур с током действует сила:
$$\vec{F} = p_m \cdot \frac{\partial \vec{B}}{\partial n} \quad (8)$$
 где $\frac{\partial \vec{B}}{\partial n}$ - производная вектора индукции \vec{B} по направлению нормали n .

Если нас интересует проекция силы \vec{F} на некоторое направление x , то здесь следует записать $F_x = p_m \cdot \frac{\partial B_x}{\partial n}$. Сила (8) является нескомпенсированной амперовой силой для данного контура с током (т.е. здесь $\vec{F} = I \cdot \oint (d\vec{l} \times \vec{B}) \neq 0$), она направлена по производной $\frac{\partial \vec{B}}{\partial n}$ (в сторону увеличения индукции \vec{B}).



Работа по перемещению проводника с током в магнитном поле. Поток вектора магнитной индукции

Рассмотрим контур с током I и подвижной перемычкой длиной l , который находится в однородном магнитном поле \mathbf{B} , перпендикулярном плоскости контура и направленном за плоскость рисунка.

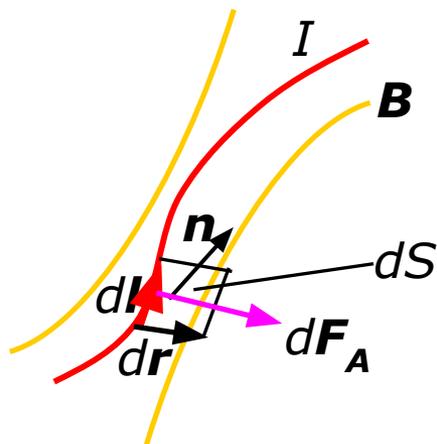


В этом случае на перемычку будет действовать амперова сила $F_A = I \cdot l \cdot B$. При перемещении перемычки вправо на dx эта сила совершает элементарную положительную работу:

$\delta A = F \cdot dx = I \cdot l \cdot B \cdot dx = I \cdot B \cdot dS = I \cdot B_n \cdot dS$, где dS – приращение площади, ограниченной замкнутым контуром.

Работа по перемещению проводника с током в магнитном поле. Поток вектора магнитной индукции

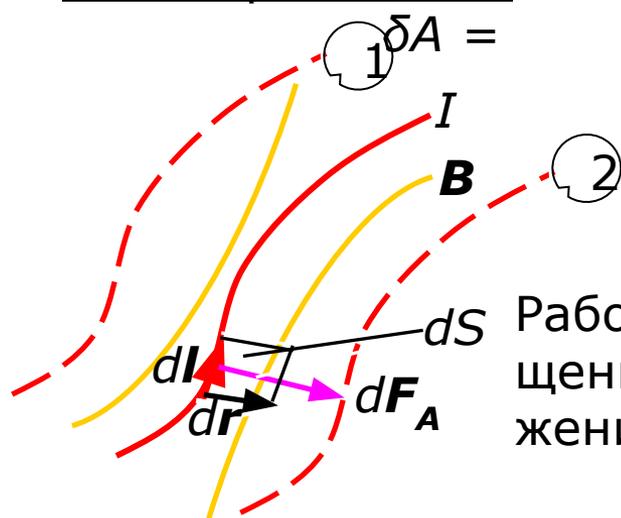
В общем случае – при произвольном бесконечно малом перемещении $d\mathbf{r}$ элемента $d\mathbf{l}$ проводника с током в стационарном неоднородном магнитном поле элементарная работа $\delta'A$ сил ампера также будет определяться произведением $I \cdot B_n \cdot dS$, где B_n – проекция вектора магнитной индукции на положительную нормаль к контуру (т. е. к плоскости, в которой осуществляется перемещение токового элемента $d\mathbf{l}$). Другие составляющие поля: B_{\parallel} , B_r работы не совершают.



Определение: Алгебраическую величину $d'\Phi_B = \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = \mathbf{B} \cdot (\mathbf{n} \cdot dS) = B_n \cdot dS$ – называют **элементарным магнитным потоком через площадку dS** , обусловленную перемещением токового элемента $d\mathbf{l}$, т. е. $d\mathbf{S} = (d\mathbf{r} \times d\mathbf{l}) = \mathbf{n} \cdot dS$.

Работа по перемещению проводника с током в магнитном поле. Поток вектора магнитной индукции

Таким образом, в данном случае элементарную работу $\delta'A$ можно определить как $\delta'A = d\mathbf{F}_A \cdot d\mathbf{r} = I \cdot (d\mathbf{l} \times \mathbf{B}) \cdot d\mathbf{r} = I \cdot \mathbf{B} \cdot (d\mathbf{r} \times d\mathbf{l}) = I \cdot \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = I \cdot d\Phi_B$. Причем для элемента $d\mathbf{l}$ магнитное поле в данной точке пространства принимается однородным. Сложив все $\delta'A$ от всех элементов $d\mathbf{l}$ проводника получаем работу сил Ампера при произвольном бесконечно малом перемещении $d\mathbf{r}$ всего проводника с постоянным током I



$$\int \delta'A = \int I \cdot d\Phi_B = I \cdot \int d\Phi_B = I \cdot d\Phi_B \quad (9)$$

где $d\Phi_B$ – полное элементарное приращение магнитного потока через площадку, обусловленную элементарным перемещением $d\mathbf{r}$ всего проводника.

Работа амперовых сил при полном перемещении контура с током из положения 1 в положение 2 определяется интегрированием (9)

$$A_{12} = \int_1^2 \delta A = I \cdot \int_1^2 d\Phi_B = I \cdot (\Phi_{B2} - \Phi_{B1}) = I \cdot \Delta\Phi_{12} \quad (10)$$

где Φ_{B1} и Φ_{B2} – полные магнитные потоки через контур в его начальном и конечном положениях, $\Delta\Phi_{12}$ – полное приращение магнитного потока при переходе из положения 1 в положение 2.