

Современные системы компьютерной математики

Система MathCad

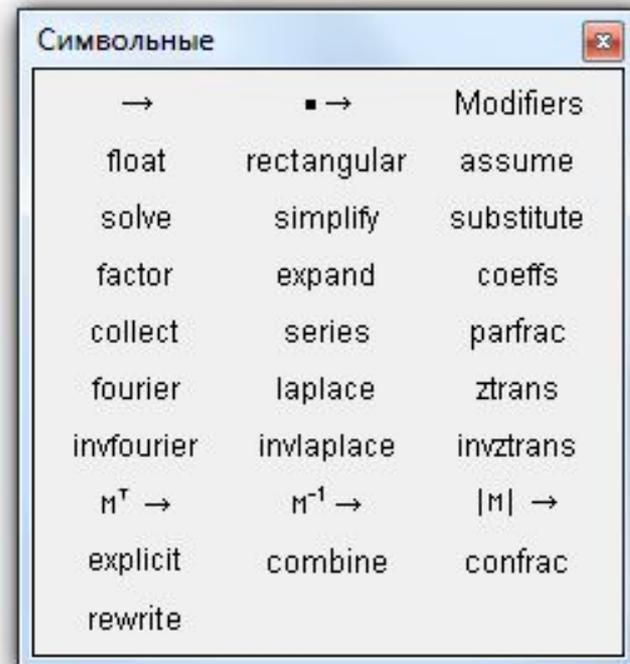
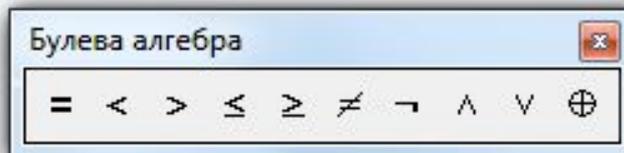
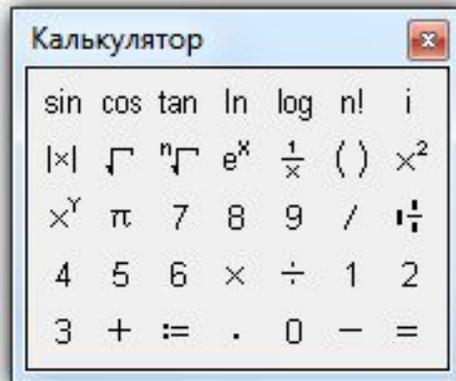
Бесплатный аналог MathCad

- Веб-сервис <http://smath.info/cloud/>

Тема 1. Задачи элементарной математики

Работа с числовыми выражениями

- Активные панели для работы с числовыми выражениями
 - Вид → Панели инструментов



Особенности работы с MathCad

- В процессе вычисления значений числовых выражений следует различать знаки

– Рассчитать численно (=)

$$2 - \frac{1}{3} = 1.667$$

$$2 - \frac{1}{3} \rightarrow \frac{5}{3}$$

$$\sqrt{2} = 1.414$$

$$(\sqrt{2} + 3) \cdot (1 - \sqrt{2}) = -1.828$$

$$(\sqrt{2} + 3) \cdot (1 - \sqrt{2}) \rightarrow -(\sqrt{2} - 1) \cdot (\sqrt{2} + 3)$$

ПРОВЕРИТЬ

!

$$e^2 = 7.389$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{4}\right) = 0.707$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{4}\right) \rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\ln(5) = 1.609$$

$$\pi = 3.142$$

$$e = 2.718$$

Операторы преобразования

- Для буквенных выражений необходимо использовать ключевые слова – операторы преобразования

$$(2 + a) \cdot (a - 4) \text{ collect} \rightarrow a^2 - 2 \cdot a - 8$$

$$\left(\frac{1}{a - b} - \frac{1}{a + b} \right) \text{ simplify} \rightarrow \frac{2 \cdot b}{a^2 - b^2}$$

$$x^2 - 5x + 6 \text{ factor} \rightarrow (x - 2) \cdot (x - 3)$$

Особенности работы с MathCad

- Панель «Калькулятор» содержит кнопки вызова трёх тригонометрических функций – \sin , \cos и \tan .
- Для вызова других функций необходимо на панели инструментов щёлкнуть по кнопке $f(x)$ («вставить функцию»), в открывшемся диалоговом окне выбрать категорию функции «Тригонометрические» и найти имя подходящей функции

Решение уравнений и неравенств

- Решение уравнений и неравенств выполняется, одной строкой, с использованием ключевого слова «solve» («решить»)

Решение уравнения $\sqrt{2-x}=9$.

$$\sqrt{2-x}-9 \text{ solve, } x \rightarrow -79 \text{ или } \sqrt{2-x}-9 \text{ solve} \rightarrow -79$$

Решение неравенства.

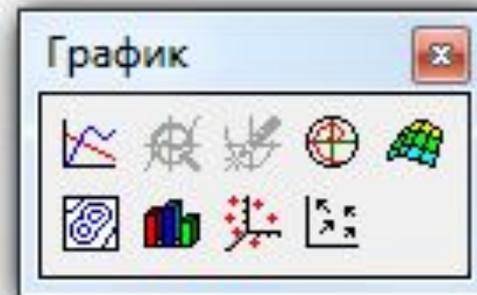
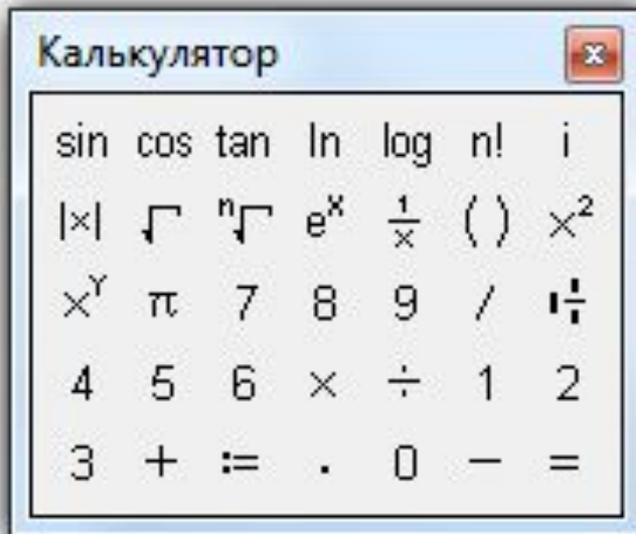
$$x^2 - 5x + 6 < 0 \text{ solve} \rightarrow 2 < x < 3$$

Тема 2 Функции и их графики

Элементарные графики функций

Активные панели

- Для работы с функциями и их графиками в основном используются панели «Калькулятор» и «График»

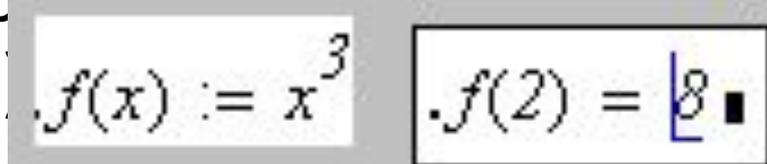


Функции

- MathCad позволяет работать функциями, заданными аналитически, а также с их отдельными значениями
- Для определения функции вместо знака «равно» (=) используется знак «присвоить» (:=)

$$f(x) := x^2$$

- Чтобы вычислить значения функции в заданных точках, надо ввести значение аргумента вместо переменной и выбрать знак «равно» (=)



The image shows two adjacent input fields from a software interface. The left field contains the text $f(x) := x^3$. The right field contains the text $f(2) = 8$, where the number 8 is highlighted with a blue selection box.

Функции

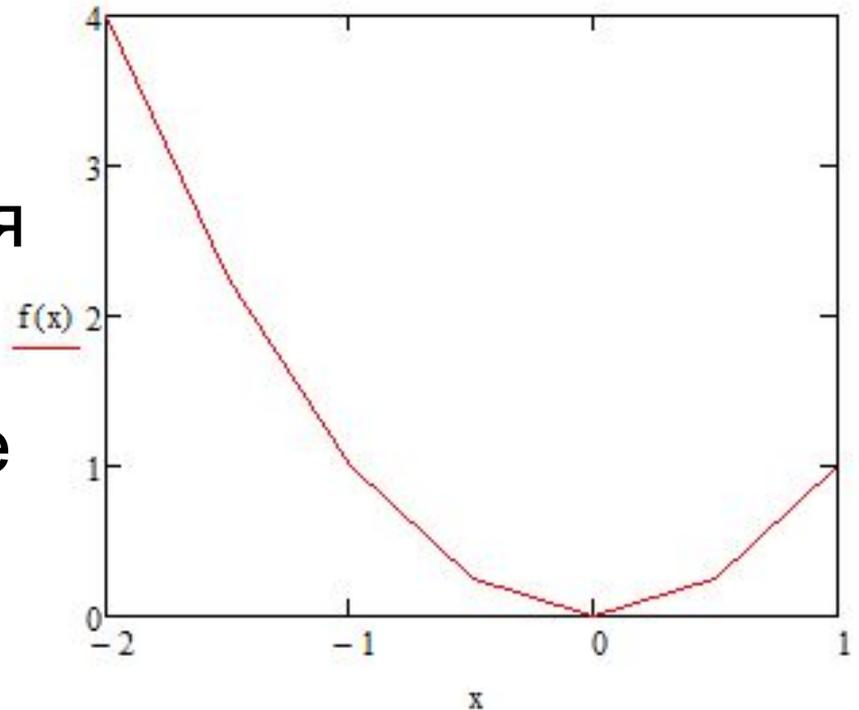
- Для определения функции на заданном отрезке
 $f(x) := x^2 \quad x \in [-2; 1]$
- Используется ранжированная переменная
 $x := -2, -1.5 \dots 1$
- Чтобы задать промежуток значений аргумента $[-2; 1]$ с шагом 0,5 необходимо при латинской раскладке клавиатуры ввести следующий набор символов: x , знак «:=», -2 , запятая, -1 , точка, 5 , двоеточие (автоматически превращается в « \dots »), 1

Графики

- Нажмите кнопку График X-Y на панели График
- В открывшемся окне введите в маркер возле оси абсцисс имя аргумента (x), а в маркер возле оси ординат – символьное значение функции (правую часть равенства)

$x := -2, -1.5..1$

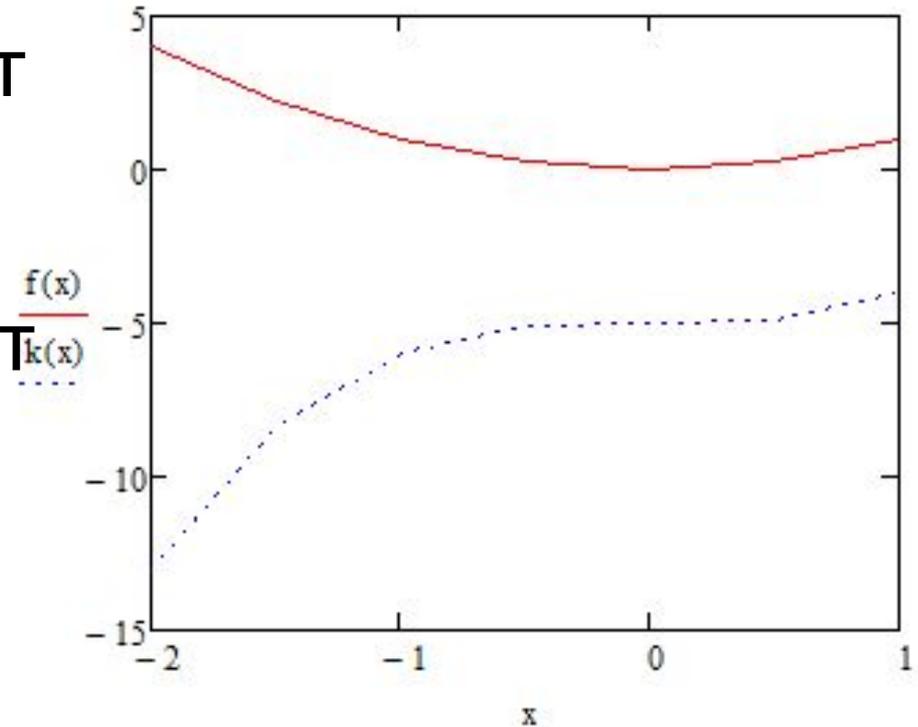
$f(x) := x^2$



Графики

- Если необходимо построить в одной системе координат графики нескольких функций, их вводят перечислением через запятую (автоматически создается список функций)

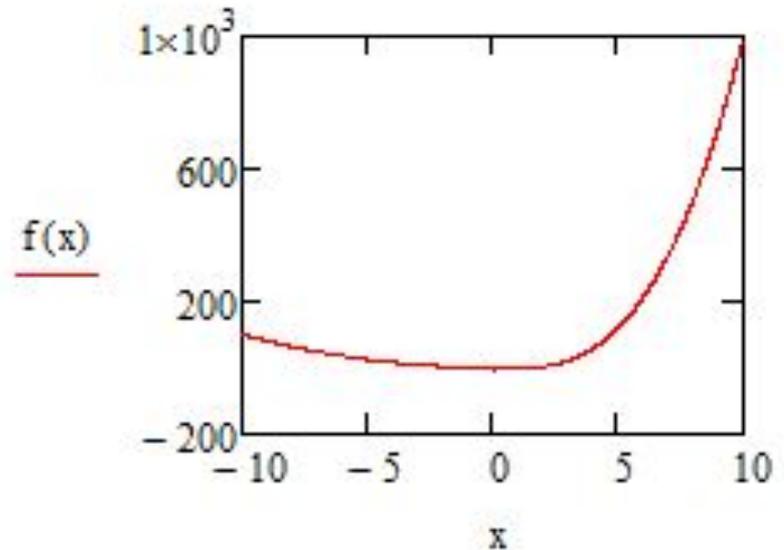
$x := -2, -1.5..1$ $f(x) := x^2$ $k(x) := x^3 - 5$



Графики

- Для построения графика функции, заданной кусочно, выполняются те же действия.
- Сама функция задаётся с использованием ключевого слова «Add line», которое можно найти на панели «Программирование»

$$f(x) := \begin{cases} x^2 & \text{if } x < 0 \\ (x^3 - 5) & \text{if } x \geq 0 \end{cases}$$



Тема 2 Функции и их графики

Графики параметрических
функций

Трёхмерные графики

Графики параметрических функций

- Функция $y = y(x)$, называется **параметрической**, если координаты каждой точки $(x; y)$ которой вычислены как функции параметра t :
 $(x; y) = (x(t), y(t))$
- Для построения графика выполните следующее:
 - Задайте параметрическую функцию
 - Воспользуйтесь панелью инструментов **График**, открывшемся окне введите в маркер возле оси абсцисс имя аргумента $x(t)$, а в маркер возле оси ординат $y(t)$.
 - Установите по осям требуемые интервалы отображения



Графики параметрических функций

- Постройте график параметрической функции:

$$x(t) := \frac{t^2}{1 + t^2}$$

$$y(t) := \frac{t \cdot (1 - t^2)}{1 + t^2}$$

- Установите по оси ОХ интервал от **0** до **1,5**
- Установите по оси ОУ интервал от **-10** до **10**

Трёхмерные графики

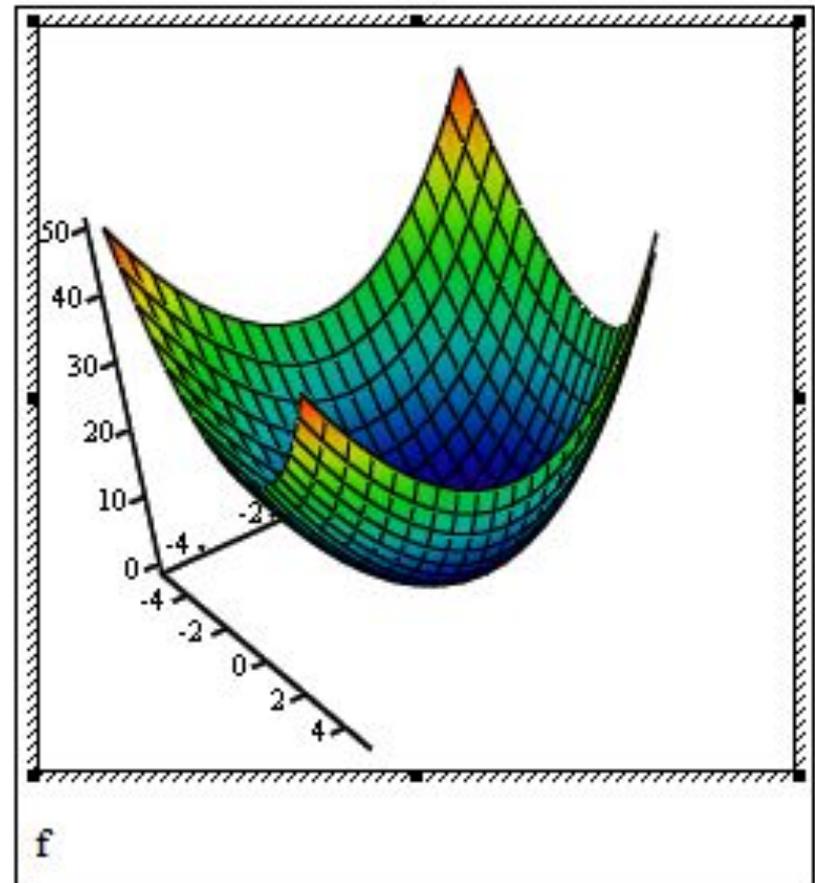
- Для построения трёхмерных графиков используется кнопка **График поверхностей** панели **График**
- Для построения графика поверхности выполните следующее:
 - Задайте функцию и создайте окно для построения
 - В маркер в нижнем левом углу окна введите «f» и щёлкните вне поля графика
 - Измените вид графика (цвет, начертание линий, заливки и т.п.), щёлкнув по графику дважды.
 - Наведите курсор на график, зажмите ЛМ и перемещайте мышь – график будет вращаться.
 - Движение колёсика изменяет масштаб отображения



Трехмерные графики

- Постройте графи параболоида $f=x^2 + y^2$
- Форматируйте тр как на рисунке

$$f(x,y) := x^2 + y^2$$



Тема 3. Решение уравнений

Графическое решение уравнений

- Уравнение можно рассматривать как функцию от x .
- Необходимо найти значения аргумента x , при которых функция принимает нулевое значение
- Следует задать функцию и построить ее график
- Выполнить трассировку: Формат → Графики → Трассировка

Графическое решение уравнений

- Перемещайте появившиеся пунктирные линии по графику
- В окне **X-Y Trace** отображаются соответственные значения x и y
- Найдите такое положение линий, при котором $y = 0$, и посмотрите, какое значение x ему соответствует
- Это и есть решение данного уравнения.
Решений может быть несколько!

Графическое решение уравнений

$$k(x) := x^3 + 3x^2 - 2$$

Трассировка графика X-Y

X-координ

Y-координ

Y2-координ

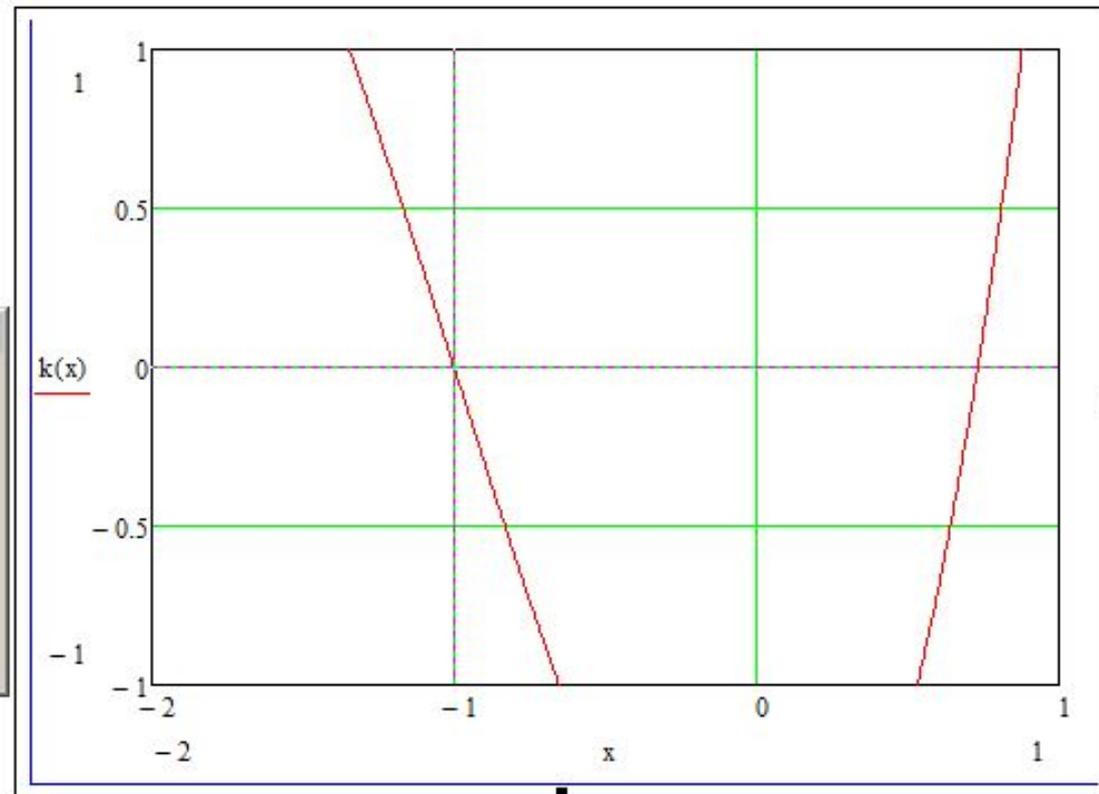
Track data points

Копировать X

Копировать Y

Копировать Y2

Close



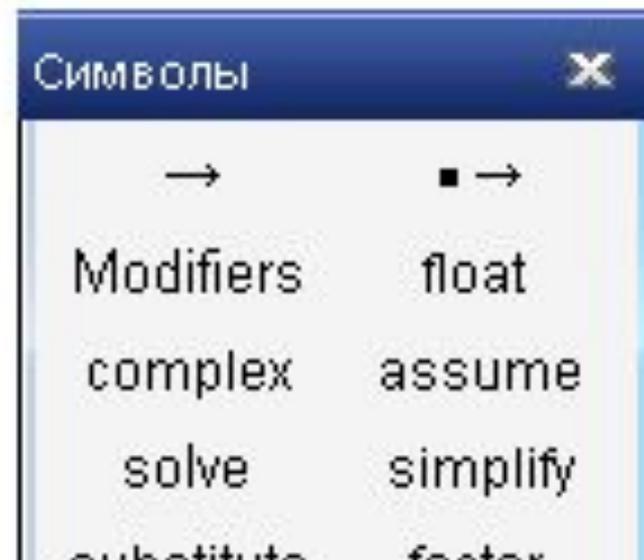
Графическое решение: $x_1 = -2,732$; $x_2 = -1$; $x_3 = 0,732$

Решение уравнений операцией *solve*

- Ввести левую часть уравнения, предварительно приведя его к виду $f(x)=0$;
- На панели **Математика** щёлкнуть кнопку **Символьные**
- На панели **Символьные** выбрать **Solve (Решить)**, а в маркер впечатать имя переменной
- Щелкнуть вне рамки уравнения

Решение уравнений операцией solve

$$\sqrt[3]{(x-2)^2} - \sqrt[3]{(x-3)^2} \text{ solve, } \underline{x} \rightarrow$$



Решение систем уравнений

- Введите слово *Given (Дано)* с клавиатуры. Оно указывает на то, что дальше будет система уравнений. Нажмите **Enter**
- Введите уравнения. Знак «равно» вводите, одновременно нажимая клавиши «**Ctrl**» + «**=**» или выбрав операцию **Равно** на палитре **Булева алгебра**
- Выполните вставку функции *Find (Найти)* и перечислите имена искомых переменных
- Щёлкните по стрелочке (символьному знаку равенства) на панели **Символьные**
- Щёлкните вне рамки, появится ответ

Решение систем уравнений

given

$$x^2 + y^2 = 36$$

$$x + y = 6$$

$$\text{Find}(x, y) \rightarrow \begin{pmatrix} 6 & 0 \\ 0 & 6 \end{pmatrix}$$

Тема 4. Типовые задачи математического анализа

Вычисление суммы значений функции

- Для решения задач математического анализа используется панель инструментов

Математический анализ

- Для вычисления суммы значений некоторой функции f_i при целочисленном индексе i , меняющемся от начального значения n до конечного значения m , пользуются кнопкой

Сумма

$$\sum_{i=n}^m f_i = f_n + f_{n+1} + f_{n+2} + \dots + f_i + \dots + f_{m-1} + f_m$$

Вычисление суммы значений функции

- Существует два способа вычислений суммы
 - **Численный** (используется знак «=» для нахождения результата)

$$\sum_{i=1}^{10} i^2 = 385$$

- **Аналитический** (используется знак «→» для нахождения результата)

$$\sum_{i=x}^y i^2 \rightarrow \frac{y \cdot (y + 1) \cdot (2 \cdot y + 1)}{6} - \frac{x \cdot (x - 1) \cdot (2 \cdot x - 1)}{6}$$

Вычисление пределов

- Чтобы вычислить предел, надо записать функцию, используя знак глобального присвоения. Под знаком предела можно записывать либо левую, либо правую часть равенства

$$f(x) \equiv \frac{\sin(x)}{x} \quad \lim_{x \rightarrow 0} f(x) \rightarrow 1 \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)}{x} \rightarrow 1$$

Вычисление производных

- с помощью шаблона панели

Математический анализ

- Вычислить производную функции $f(x) = \frac{1}{5x + 7}$
 - Выбрать шаблон производной
 - Заполнить маркеры шаблона
 - На панели Калькулятор нажать символический знак равенства →

$$\frac{d}{dx} \frac{1}{5x + 7} \rightarrow -\frac{5}{(5x + 7)^2}$$

Вычисление производных

- **MathCad** не упрощает выражений, поэтому они зачастую громоздки
- После нахождения производных можно попробовать упростить полученные выражения

Вычисление интегралов

- с помощью шаблона панели
- ## Математический анализ
- Если интеграл не берущийся, то программа повторяет исходное выражение интеграла
 - При вычислении интегралов численными методами подынтегральную функцию необходимо максимально упростить

Вычисление интегралов

- с помощью шаблона панели
- ## Математический анализ
- Если интеграл не берущийся, то программа повторяет исходное выражение интеграла
 - При вычислении интегралов численными методами подынтегральную функцию необходимо максимально упростить

Операции с матрицами

- Панель **Вектор и матрица**
- Даны две матрицы

$$M_1 := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 3 & 1 & 2 \\ 4 & 5 & 3 \end{pmatrix} \quad M_2 := \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 3 & 1 & 2 \\ 4 & 5 & 3 \end{pmatrix}$$

- Найти:
 - Сумму, разность и скалярное произведение матриц