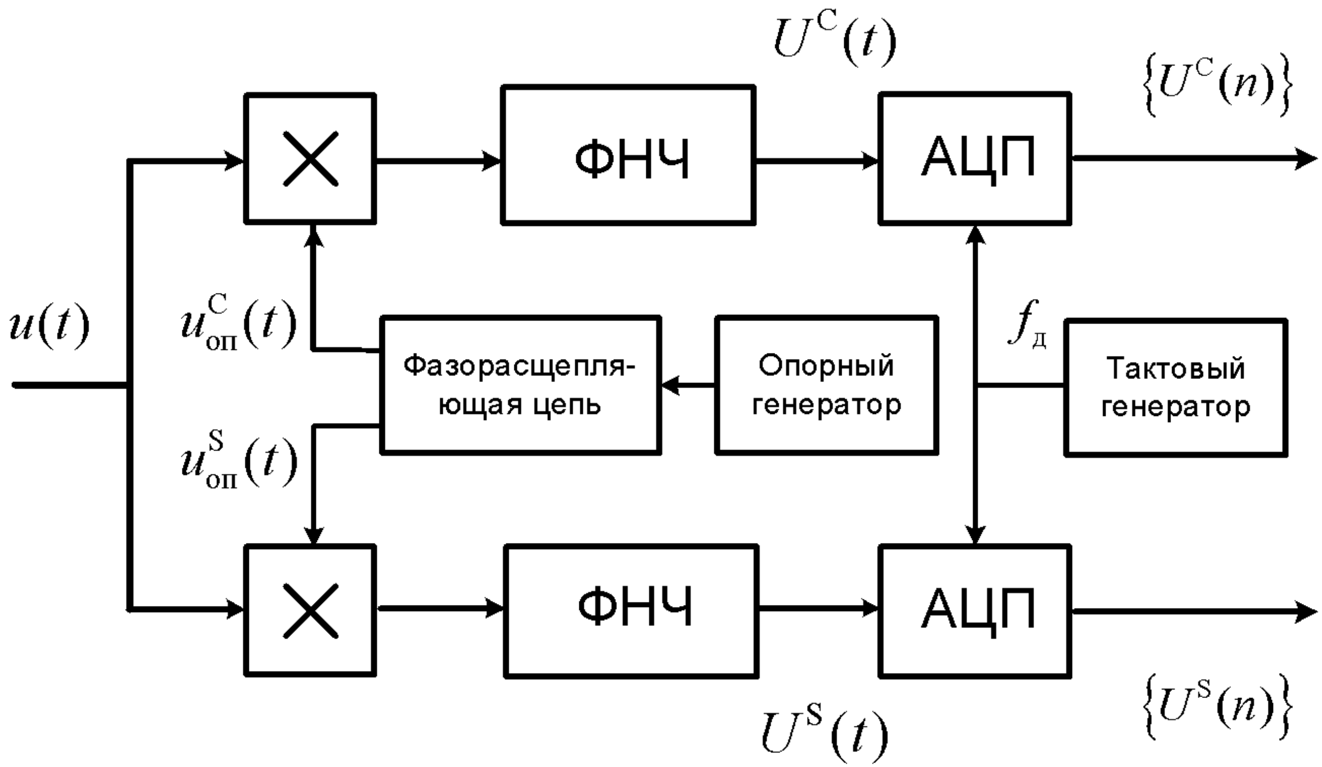
1.1. Формирование цифровых НЧ квадратурных составляющих сигнала

$$U^{\mathrm{C}}(t) = \mathrm{Re}\,\dot{U}(t) = U(t)\cos\varphi(t), \qquad U^{\mathrm{S}}(t) = \mathrm{Im}\,\dot{U}(t) = U(t)\sin\varphi(t)$$



Опорные колебания: $u^{\mathrm{C}}_{\text{оп}}(t) = 2\cos\omega_0 t,$ $\qquad u^{\mathrm{S}}_{\text{оп}}(t) = -2\sin\omega_0 t$

Аналитический сигнал. Преобразование Гильберта

Комплексный аналитический сигнал $z(t) = s(t) + j\hat{s}(t)$

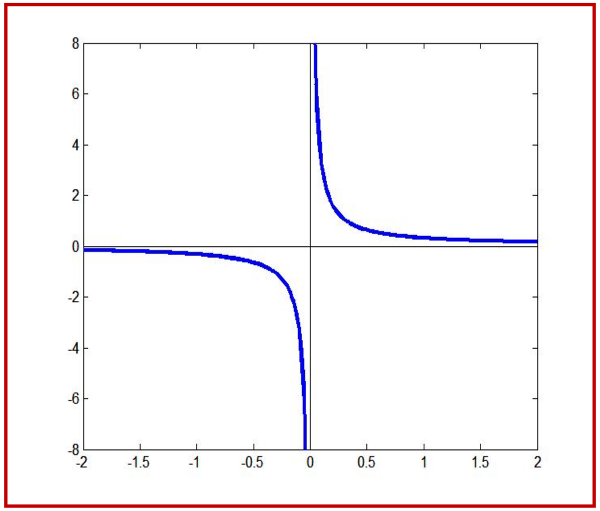
Сопряжённый по Гильберту сигнал $\hat{s}(t) = \mathrm{H}\left\{s(t)\right\} = \dfrac{1}{\pi}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\dfrac{s(\tau)}{t-\tau}d\tau$

Сопряжённый сигнал как свёртка

$$\hat{s}(t) = \frac{1}{\pi}\int\limits_{-\infty}^{\infty} s(\tau)\frac{1}{\pi\left(t-\tau\right)}d\tau = \int\limits_{-\infty}^{\infty} s(\tau)h_{\Gamma}(t-\tau)\,d\tau = s(t) * h_{\Gamma}(t)$$

Импульсная характеристика преобразователя Гильберта

$$h_{\Gamma}(t) = \frac{1}{\pi t}$$



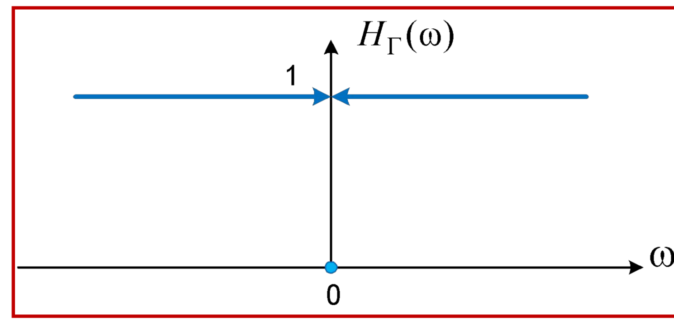
Частотные характеристики преобразователя Гильберта

Комплексная частотная характеристика

$$\dot{H}_{Г}(j\omega)=\int_{-\infty}^{\infty}\frac{1}{\pi t}\,e^{-j\omega t}\,dt=-j\,\mathrm{sign}\,\omega=\begin{cases} j \ \text{при}\ \omega<0 \\ 0 \qquad\quad \omega= \\ -j \ \text{при}\ \omega>0 \end{cases}$$

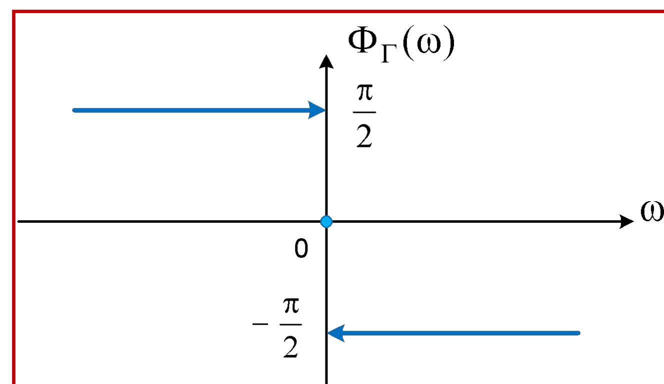
АЧХ

$$H_{Г}(\omega)=\left|\dot{H}_{Г}(j\omega)\right|=\begin{cases} 1 \ \text{при} \quad \omega\neq 0 \\ 0 \ \text{при} \quad \omega=0 \end{cases}$$



ФЧХ

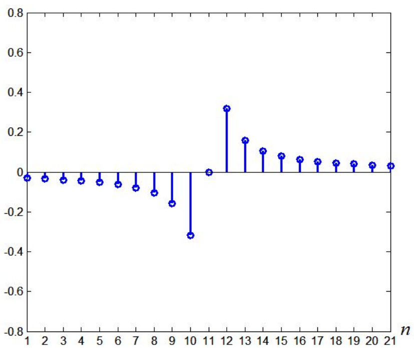
$$\Phi_{Г}(\omega)=\arg\dot{H}_{Г}(j\omega)=\begin{cases} \dfrac{\pi}{2} \ \text{при}\ \omega<0 \\ -\dfrac{\pi}{2} \ \text{при}\ \omega>0 \end{cases}$$



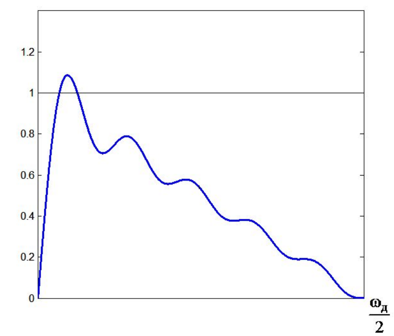
Характеристики цифрового фильтра Гильберта ($N_Г$ = 21, n_0=11)

Импульсная характеристика

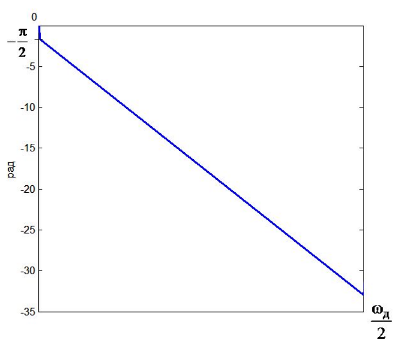
$$h_Г(n) = \begin{cases} 0, & n = n_0 \\ \dfrac{1}{\pi(n-n_0)}, & n \neq n_0 \end{cases}$$



АЧХ

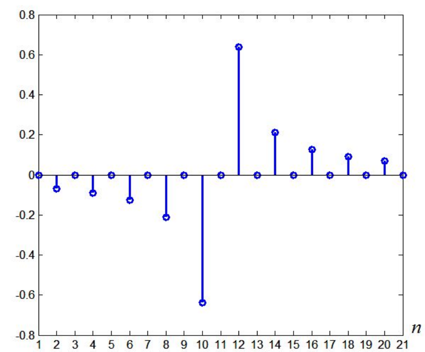


ФЧХ

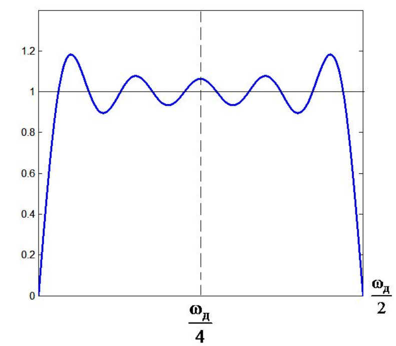


Импульсная характеристика

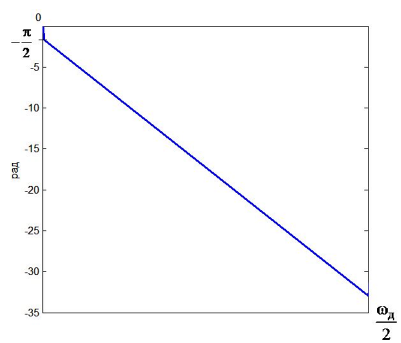
$$h_Г(n) = \begin{cases} 0, & \text{чётно } (n-n_0) \\ \dfrac{2}{\pi(n-n_0)}, & \text{нечётно } (n-n_0) \end{cases}$$



АЧХ



ФЧХ



Цифровое формирование комплексной огибающей

Цифровой аналитический сигнал $z(n) = s(n) + j\,\hat{s}(n)$

Цифровая комплексная огибающая $\dot{U}(n) = z(n) \cdot e^{-j\omega_0 t_n} = z(n) \cdot e^{-j\varphi_0(n)}$,

где $\varphi_0(n) = \omega_0 t_n = \omega_0 (n-1)\,\Delta t$

$$\dot{U}(n) = \left[s(n) + j\,\hat{s}(n)\right] \cdot \left[\cos\varphi_0(n) - j\sin\varphi_0(n)\right] =$$

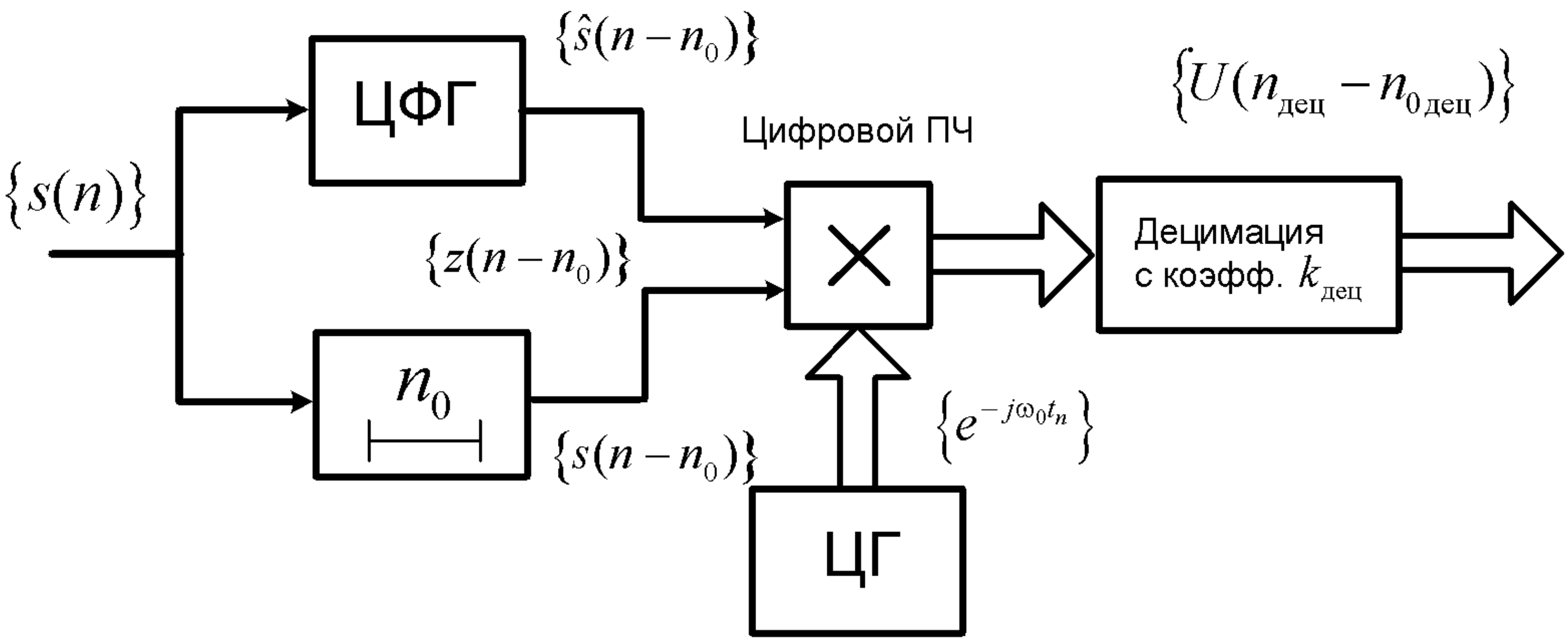
$$= \left[s(n)\cos\varphi_0(n) + \hat{s}(n)\sin\varphi_0(n)\right] + j\left[-s(n)\sin\varphi_0(n) + \hat{s}(n)\cos\varphi_0(n)\right]$$

Цифровые квадратурные составляющие

$$U^{\mathrm{C}}(n) = s(n)\cos\varphi_0(n) + \hat{s}(n)\sin\varphi_0(n)$$

$$U^{\mathrm{S}}(n) = -s(n)\sin\varphi_0(n) + \hat{s}(n)\cos\varphi_0(n)$$

Схема цифрового формирования комплексной огибающей

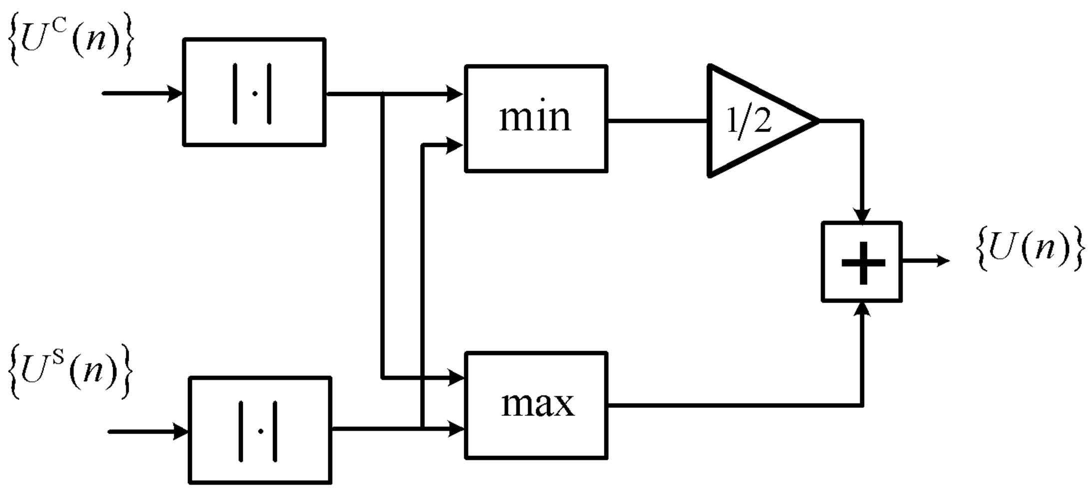


1.2. Цифровые демодуляторы сигналов

Цифровой АД

Цифровая огибающая $U(n) = \left|\dot{U}(n)\right| = \sqrt{U^{\mathrm{C}}(n)^2 + U^{\mathrm{S}}(n)^2}$

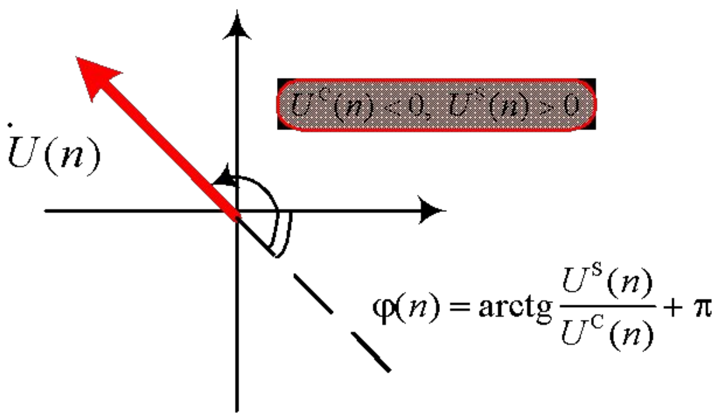
$$U(n) \approx \frac{1}{2}\min\left(\left|U^{\mathrm{C}}(n)\right|, \left|U^{\mathrm{S}}(n)\right|\right) + \max\left(\left|U^{\mathrm{C}}(n)\right|, \left|U^{\mathrm{S}}(n)\right|\right)$$

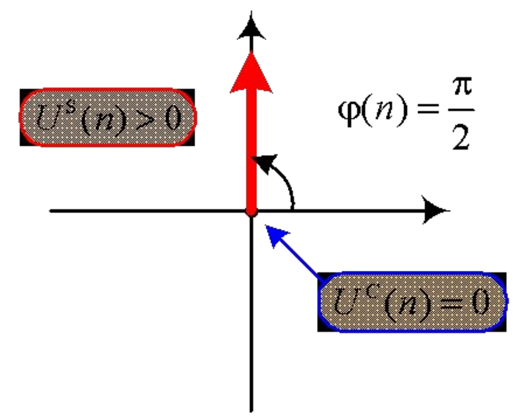


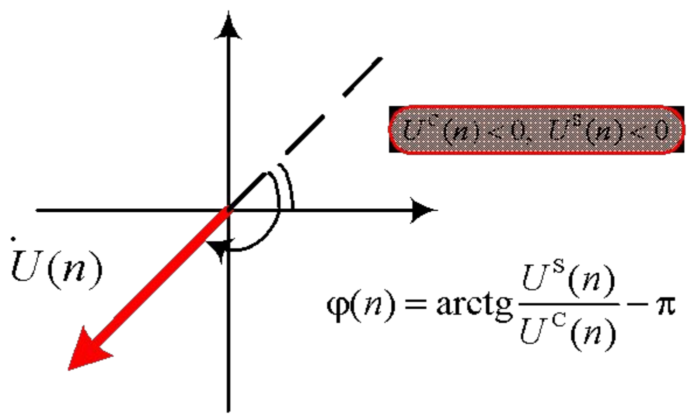
Цифровой ФД

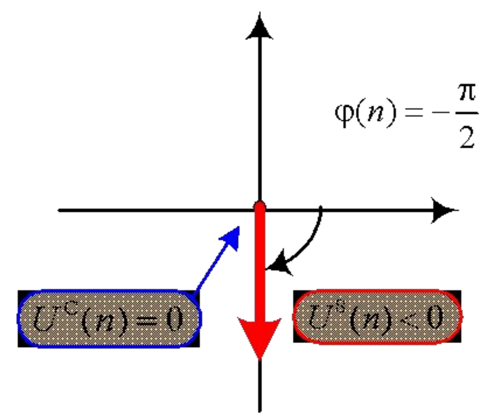
Цифровая фаза $\varphi(n) = \arg \dot{U}(n).$

$$\varphi(n) = \operatorname{arctg}\frac{U^S(n)}{U^C(n)} \quad \text{при} \quad U^C(n) > 0$$









Цифровой ЧД (1)

Алгоритм 1 - с вычислением полной фазы

$$f(n) - f_0 = \Delta f(n) = \frac{\Delta\omega(n)}{2\pi} \approx \frac{1}{2\pi}\frac{\varphi(n) - \varphi(n-1)}{\Delta t_{\text{д}}} = \frac{f_{\text{д}}}{2\pi}\left(\varphi(n) - \varphi(n-1)\right)$$

Алгоритм 2 - без вычисления полной фазы

$$\Delta f(n) \approx \frac{f_{\text{д}}}{2\pi}\left(\varphi(n) - \varphi(n-1)\right) = \frac{f_{\text{д}}}{2\pi}\arg\left\{\dot{U}(n)\dot{U}(n-1)^*\right\} =$$

$$= \frac{f_{\text{д}}}{2\pi}\operatorname{arctg}\frac{\operatorname{Im}\left\{\dot{U}(n)\dot{U}(n-1)^*\right\}}{\operatorname{Re}\left\{\dot{U}(n)\dot{U}(n-1)^*\right\}}$$

Цифровой ЧД (2)

Алгоритм 3 – без нелинейных операций

$$\Delta f(t) = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{\dfrac{dU^{\mathrm{S}}(t)}{dt} U^{\mathrm{C}}(t) - \dfrac{dU^{\mathrm{C}}(t)}{dt} U^{\mathrm{S}}(t)}{U^{\mathrm{C}}(t)^2 + U^{\mathrm{S}}(t)^2}$$

$$\frac{dU^{\mathrm{C}}(t)}{dt} \approx \frac{U^{\mathrm{C}}(t) - U^{\mathrm{C}}(t - \Delta t_{\text{д}})}{\Delta t_{\text{д}}} \Rightarrow f_{\text{д}} \cdot \left(U^{\mathrm{C}}(n) - U^{\mathrm{C}}(n-1)\right)$$

$$\frac{dU^{\mathrm{S}}(t)}{dt} \approx \frac{U^{\mathrm{S}}(t) - U^{\mathrm{S}}(t - \Delta t_{\text{д}})}{\Delta t_{\text{д}}} \Rightarrow f_{\text{д}} \cdot \left(U^{\mathrm{S}}(n) - U^{\mathrm{S}}(n-1)\right)$$

Цифровой ЧД (3)

$$U_{\text{ЦЧД}}(n)=\frac{f_{\text{Д}}}{2\pi}\cdot\frac{U^{\mathrm{C}}(n-1)U^{\mathrm{S}}(n)-U^{\mathrm{S}}(n-1)U^{\mathrm{C}}(n)}{U^{\mathrm{C}}(n)^{2}+U^{\mathrm{S}}(n)^{2}}$$

Характеристика ЦЧД

$$U_{\text{ЦЧД}}(\Delta f)=\frac{f_{\text{Д}}}{2\pi}\sin\left(2\pi\frac{\Delta f}{f_{\text{Д}}}\right)$$