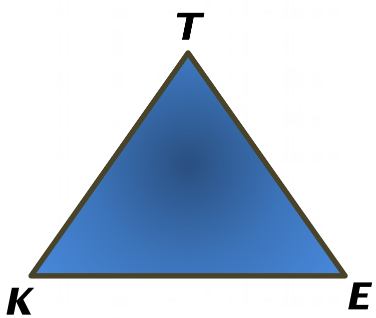
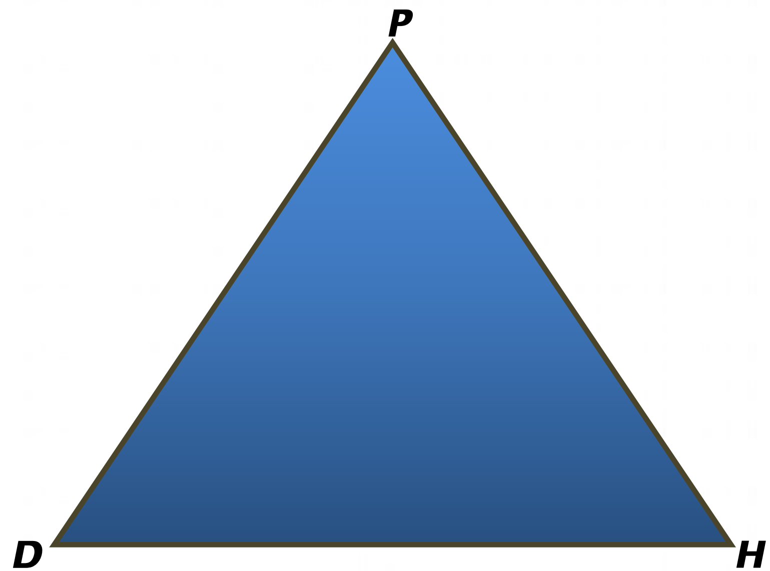
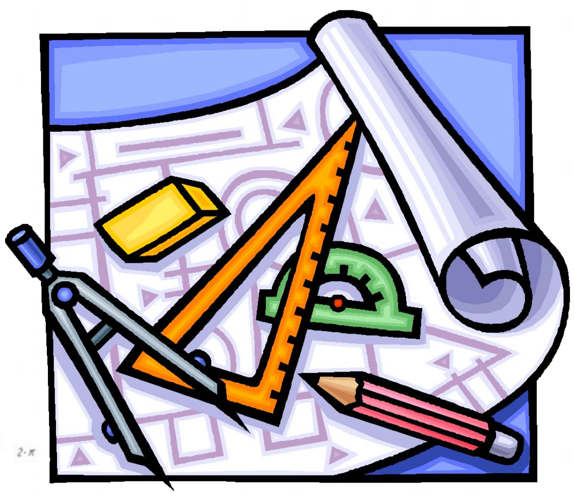
Подібні трикутники







Черкаська приватна загальноосвітня школа "Софія"

вчитель математики

Ратушна Аліна Валеріївна



Усім нам часто доводиться мати справу з предметами однакової форми, але різних розмірів.

Наприклад: зменшена модель автомобіля схожа на справжній автомобіль. Але їх розміри відповідно пропорційні.

Фігури схожих форм називаються

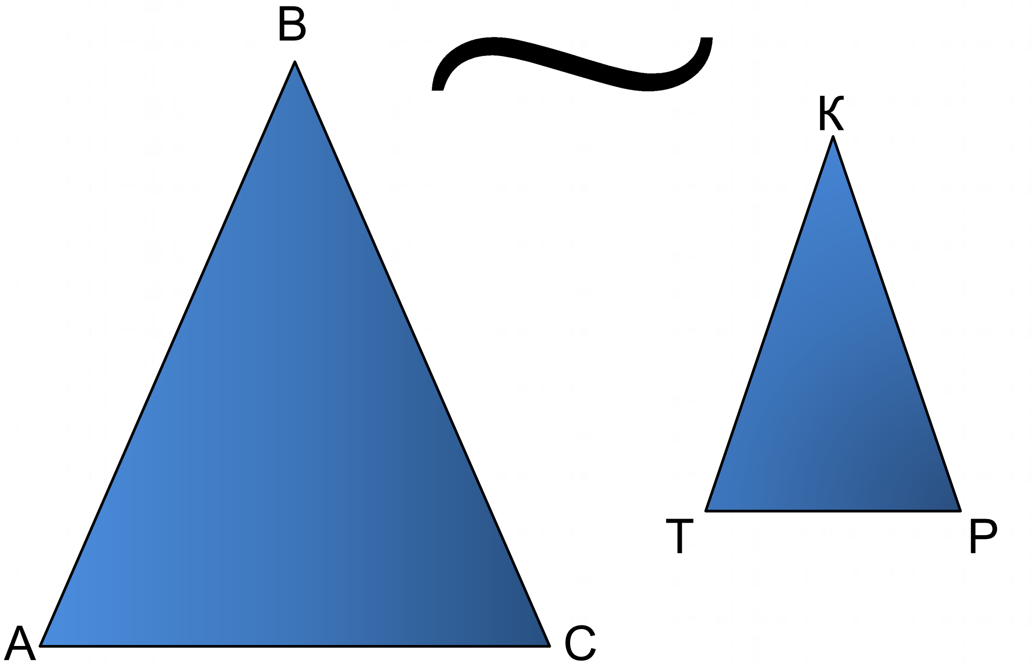
подібними фігурами

Трикутник АВС подібний трикутнику КРТ

У геометрії знак подібності використовується часто і позначається

$$\Delta ABC \sim \Delta TKP$$

$$\sim$$

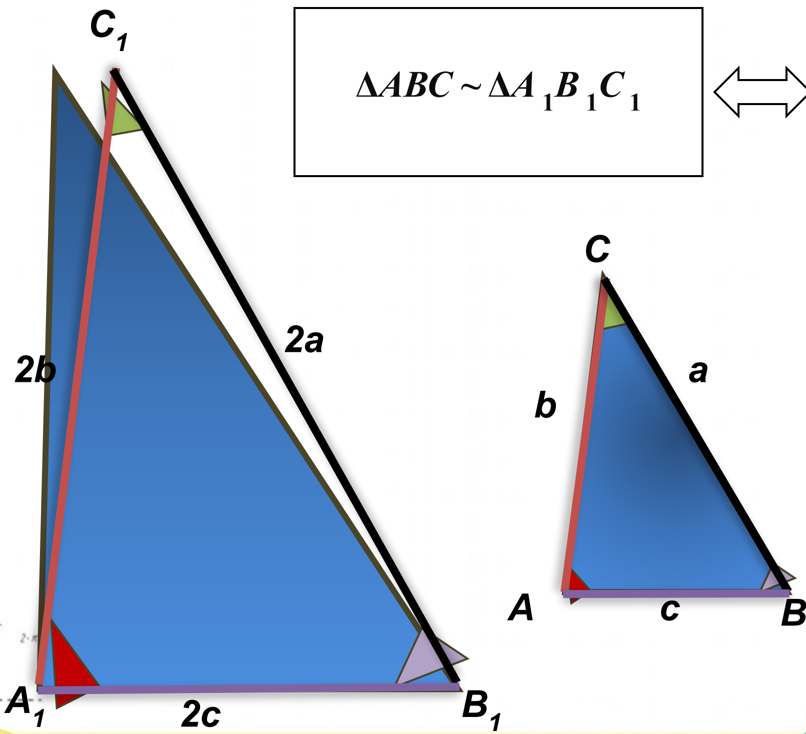


Подібні трикутники

Два трикутники називаються <u>подібними</u>, якщо в них <u>відповідні кути рівні</u> й <u>відповідні сторони пропорційні.</u>

$$\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1 \Leftrightarrow \frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1} = \frac{AC}{A_1C_1} = k$$

$$\angle A = \angle A_1,\ \angle B = \angle B_1,\ \angle C = \angle C_1$$

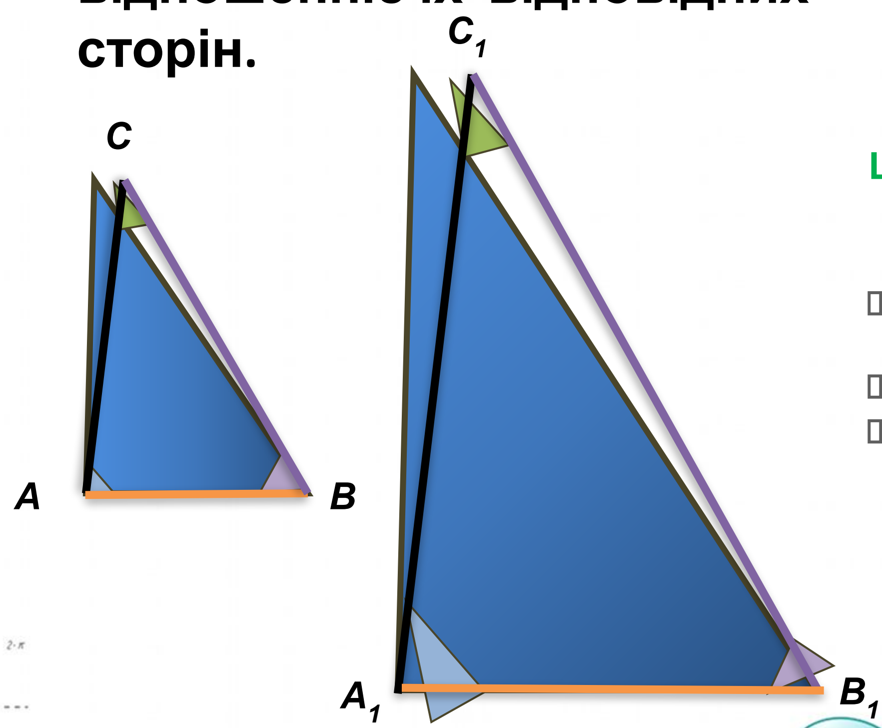


Число, якому дорівнює відношення відповідних сторін подібних трикутників, називається коефіцієнтом подібності (позначають k)

Подібні трикутники

Відношення периметрів подібних трикутників дорівнює відношенню їх відповідних сторін.

$$\frac{AB}{A_1B_1}=\frac{BC}{B_1C_1}=\frac{AC}{A_1C_1}=\frac{P}{P_1}=k$$



Щоб скласти відношення відповідних сторін подібних трикутників, потрібно:

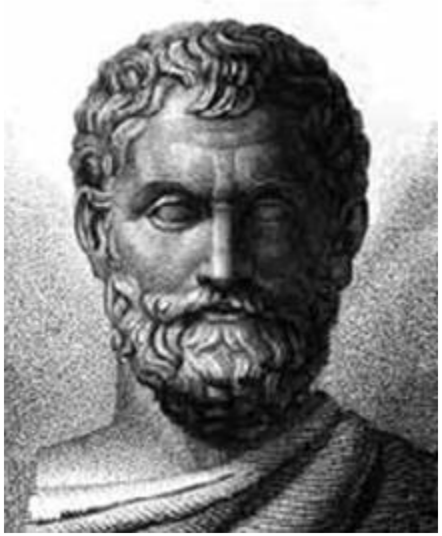
- **визначити відповідно рівні кути трикутника;**
- **з'ясувати, які сторони є відповідними;**
- **записати рівність трьох дробів, у чисельниках яких – сторони одного з трикутників, а у знаменниках – відповідні сторони іншого**

$$\frac{AB}{A_1B_1}=\frac{BC}{B_1C_1}=\frac{AC}{A_1C_1}=\frac{P}{P_1}=k$$

ФАЛЕС МІЛЕТСЬКИЙ

(кін. 624 – кін. 546 до н. е.)

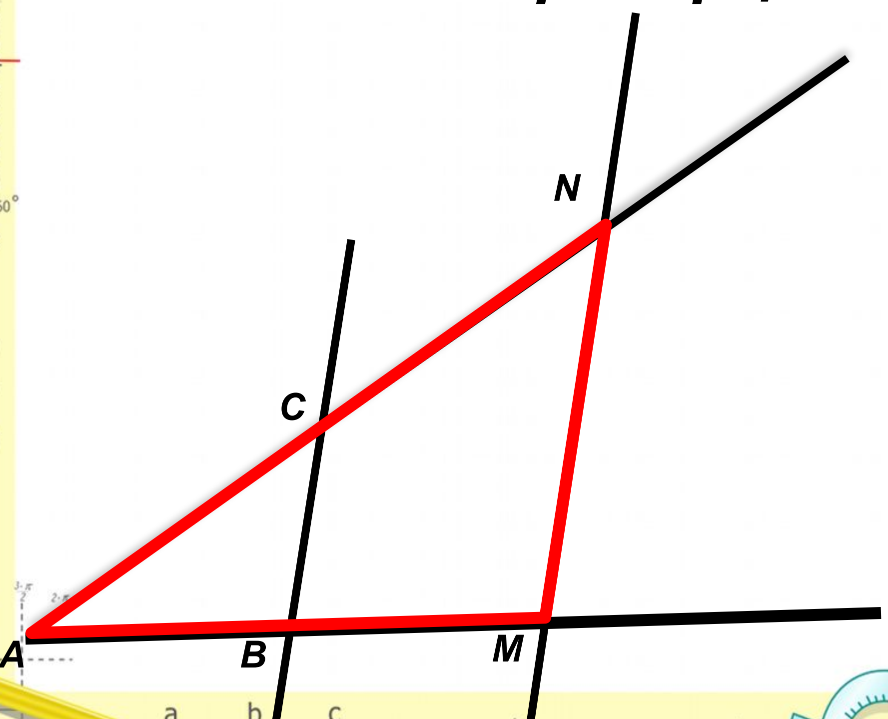
«Блаженство тіла – в здоров’ї, блаженство розуму – в знаннях»



Узагальнена теорема Фалеса

Паралельні прямі, які перетинають сторони кута, відтинають на його сторонах пропорційні відрізки.

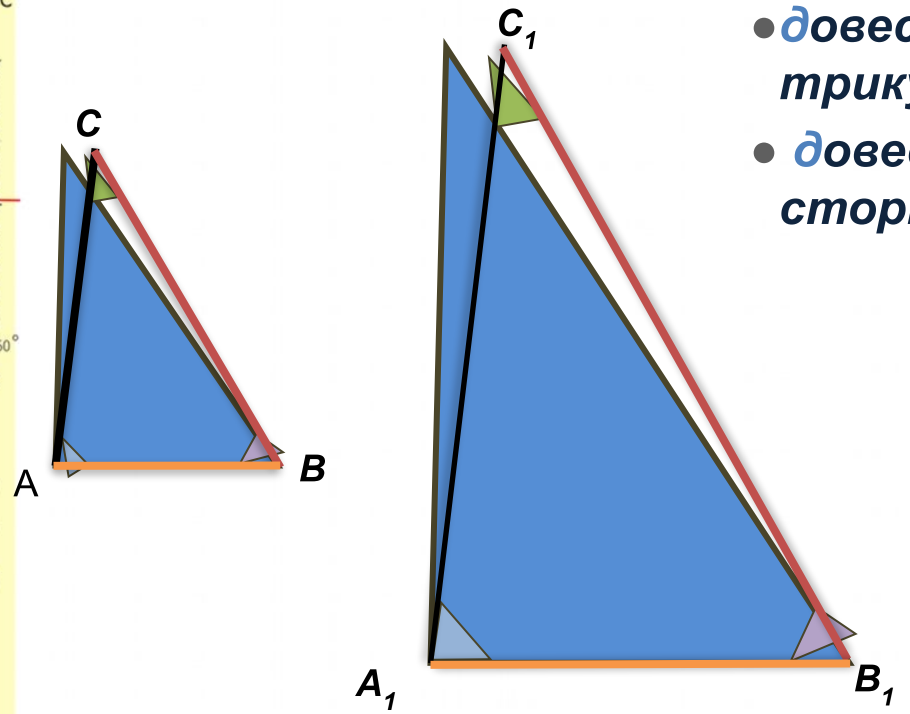
$$\frac{AC}{AN} = \frac{AB}{AM}$$



Пряма, паралельна будь-якій стороні трикутника, відтинає від нього подібний трикутник.

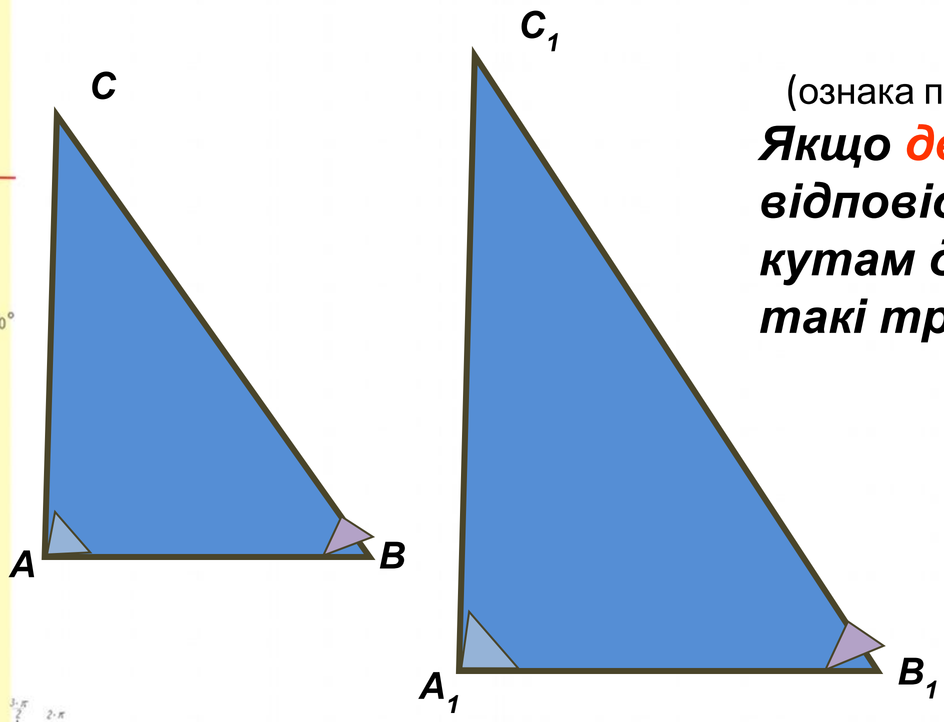
$$\Delta ACB \sim \Delta ANM$$

Щоб довести подібність трикутників потрібно:



- *довести рівність кутів даних трикутників;*
- *довести пропорційність відповідних сторін даних трикутників.*

Перша ознака подібності трикутників (за двома кутами)



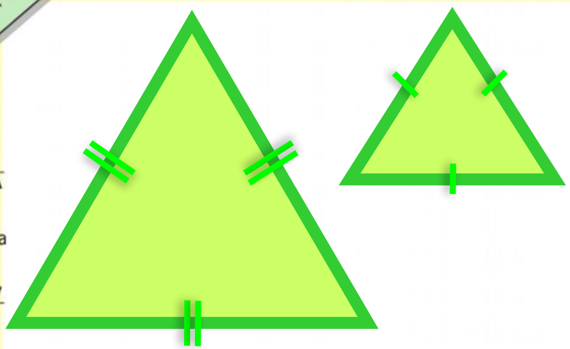
Теорема

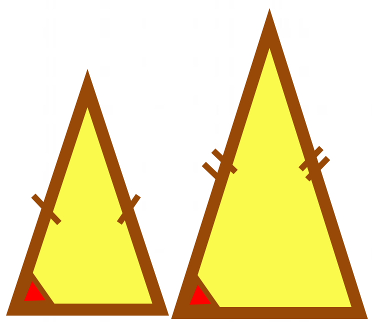
(ознака подібності трикутників за двома кутами).

Якщо два кути одного трикутника відповідно дорівнюють двом кутам другого трикутника, то такі трикутники – подібні.

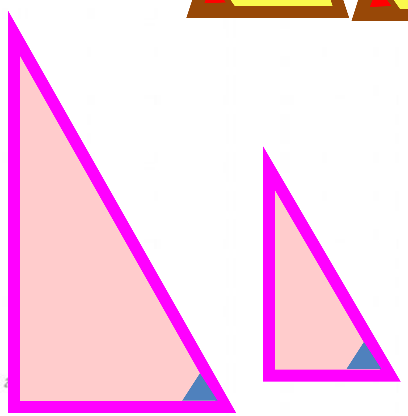
$$ABC \sim A_1B_1C_1$$

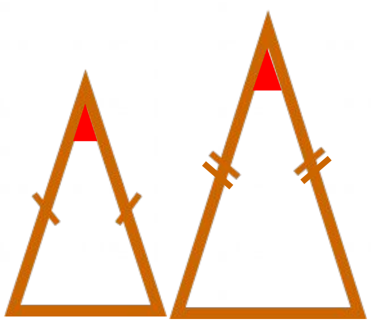
Наслідки:

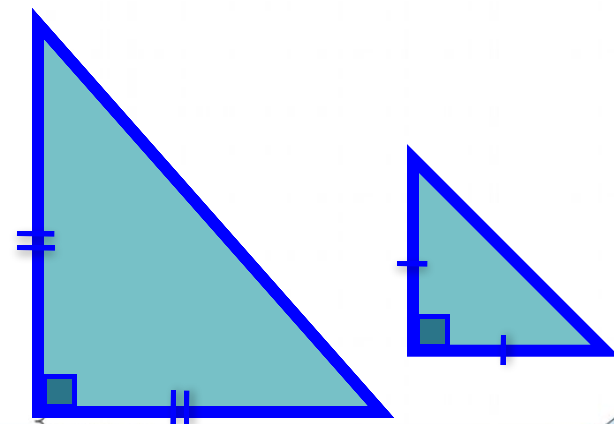




- ***Рівносторонні трикутники подібні.***
- ***Рівнобедрені трикутники подібні, якщо вони мають по рівному куту:***
  при основі;
  при вершині.
- ***Прямокутні трикутники з рівним гострим кутом є подібними.***
- ***Рівнобедрені прямокутні трикутники – подібні.***

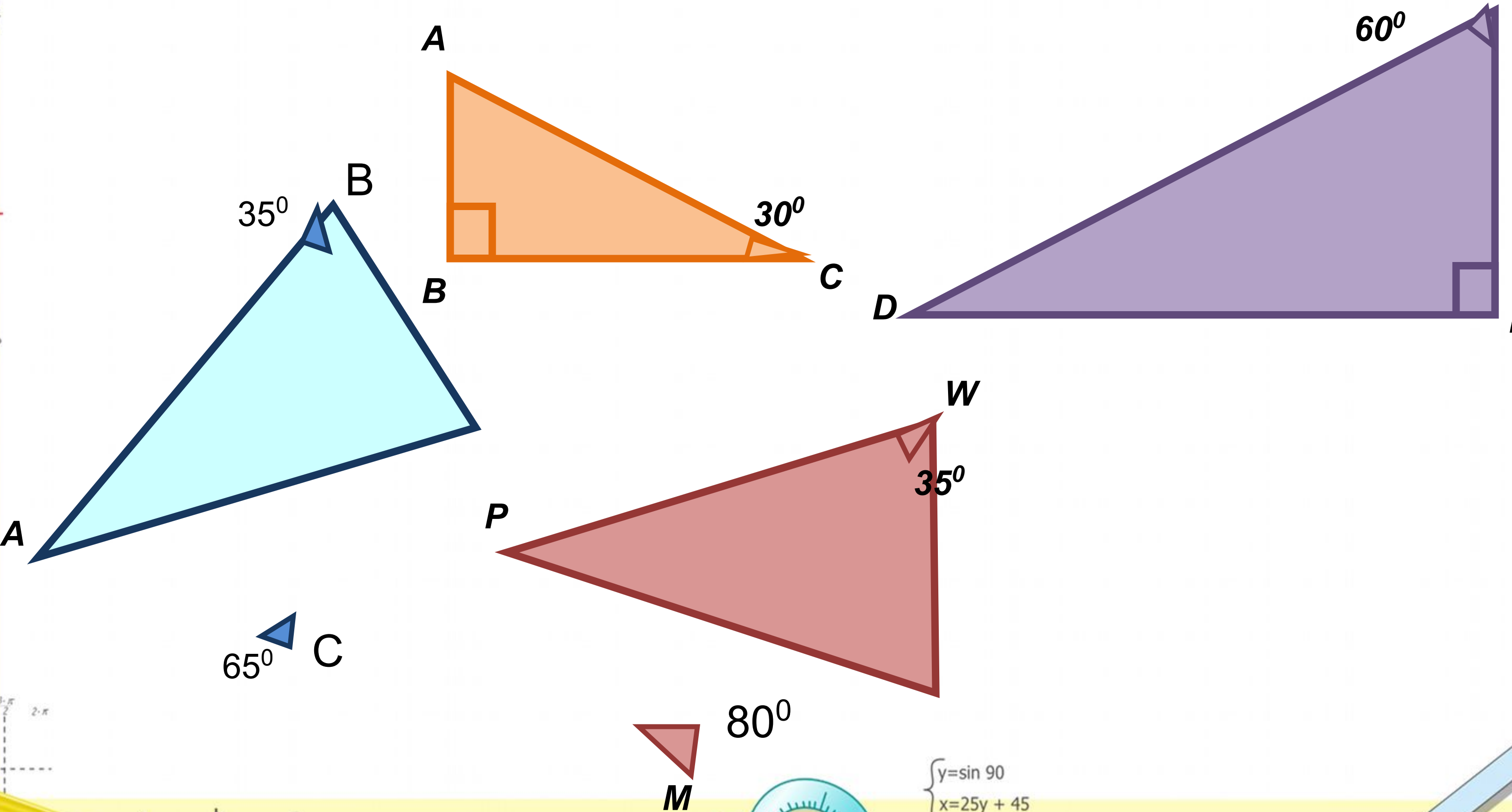






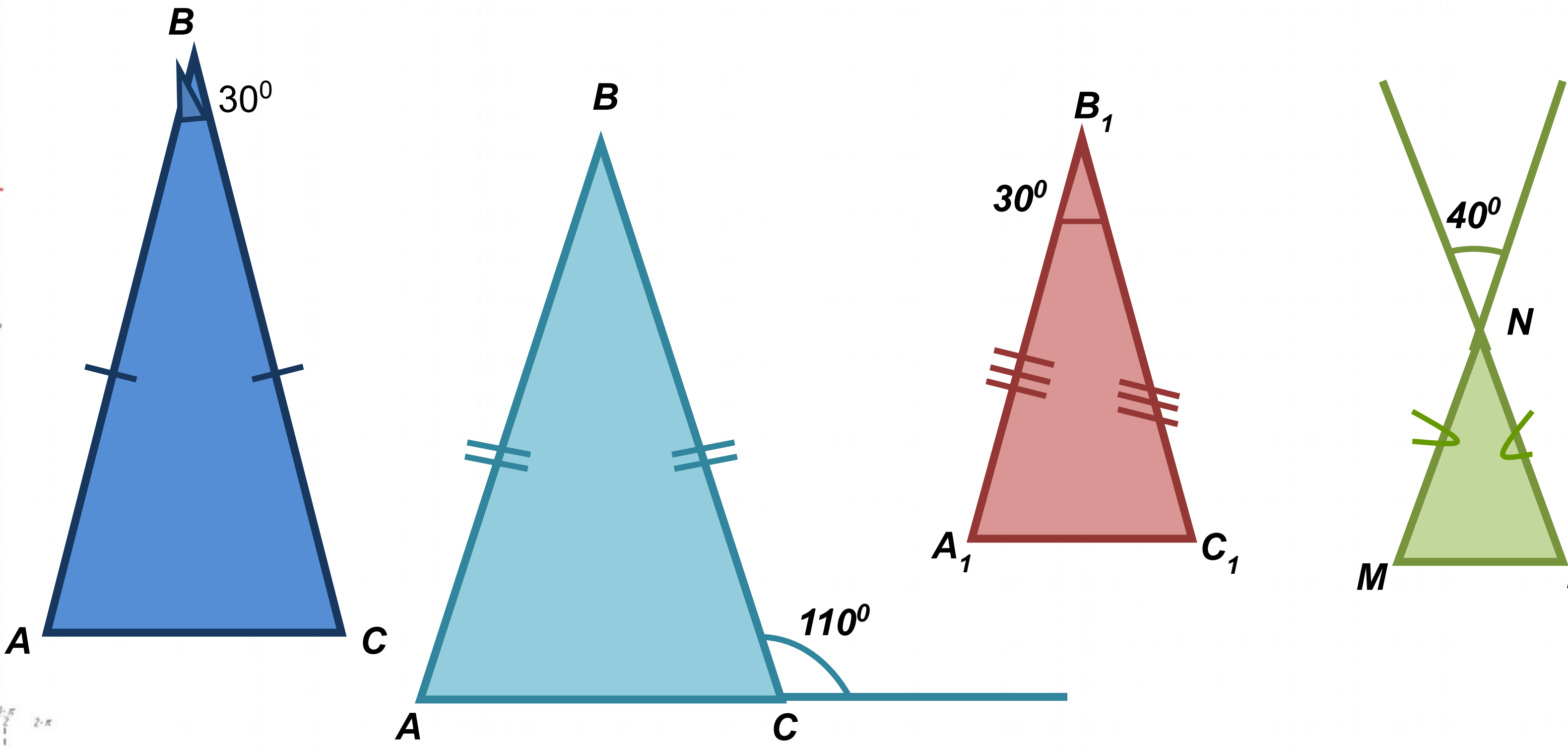
Перша ознака подібності трикутників (за двома кутами)

Знайти пари подібних трикутників і довести їх подібність.



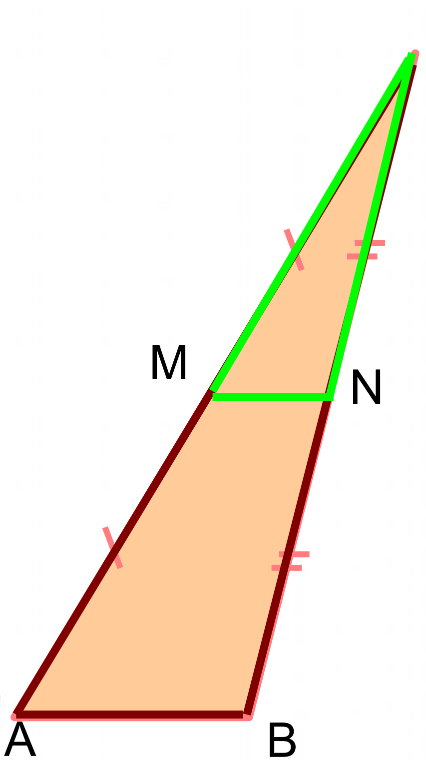
Перша ознака подібності трикутників (за двома кутами)

Знайти пари подібних трикутників і довести їх подібність.



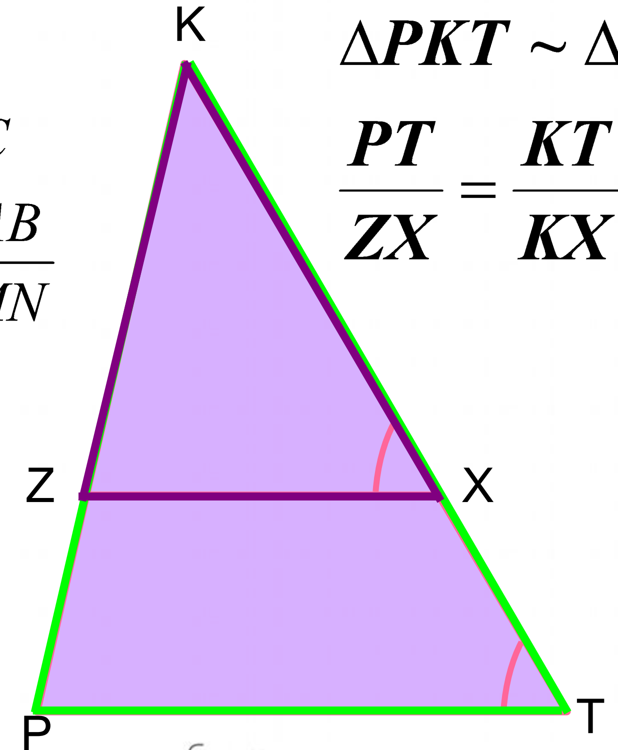
Перша ознака подібності трикутників (за двома кутами)

Знайти пари подібних трикутників і довести їх подібність. Записати рівність відношень відповідних сторін.



$$\Delta ABC \sim \Delta MNC$$

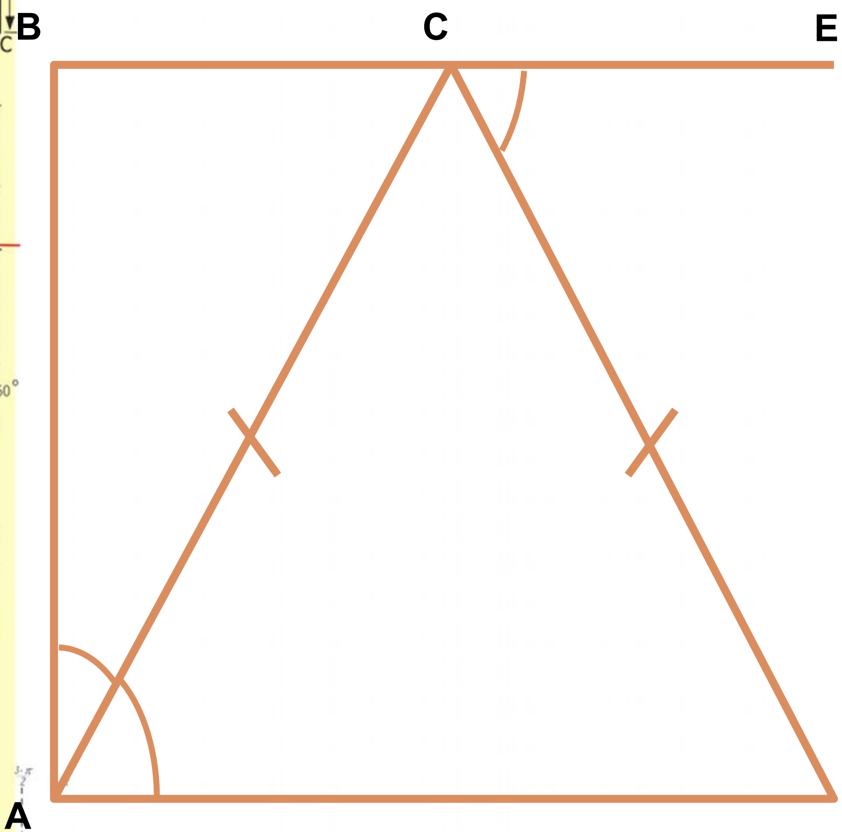
$$\frac{AC}{MC} = \frac{DC}{BC} = \frac{AB}{MN}$$



$$\Delta PKT \sim \Delta ZKX$$

$$\frac{PT}{ZX} = \frac{KT}{KX} = \frac{PK}{ZK}$$

Знайти подібні трикутники і довести їх подібність. Записати рівність відношень відповідних сторін.



Розв'язання

Розглянемо ΔACD, $AC = CD$, *отже* $\angle CAD = \angle CDA$

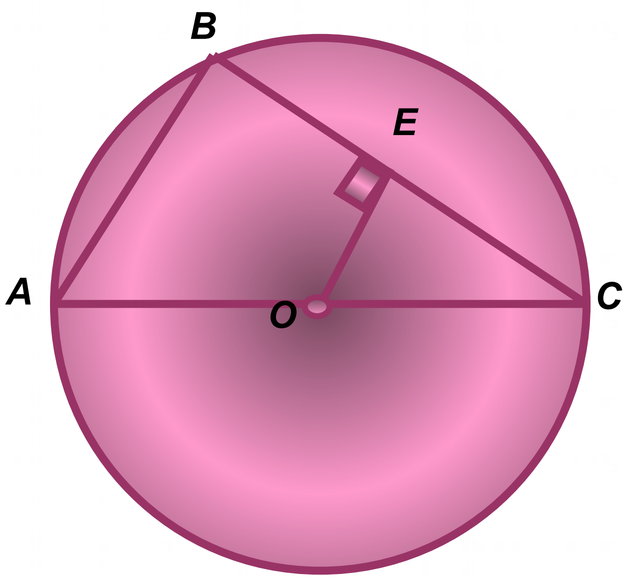
$\angle CAD = \angle ACB$ *- як внутрішні різносторонні,*

ΔABC *- рівнобедрений.*

ΔACD *і* ΔABC *мають рівні кути, отже вони подібні*

$$\frac{AC}{AB}=\frac{CD}{BC}=\frac{AD}{AC}$$

Знайти подібні трикутники і довести їх подібність. Записати рівність відношень відповідних сторін.



O – центр кола

Розв'язання

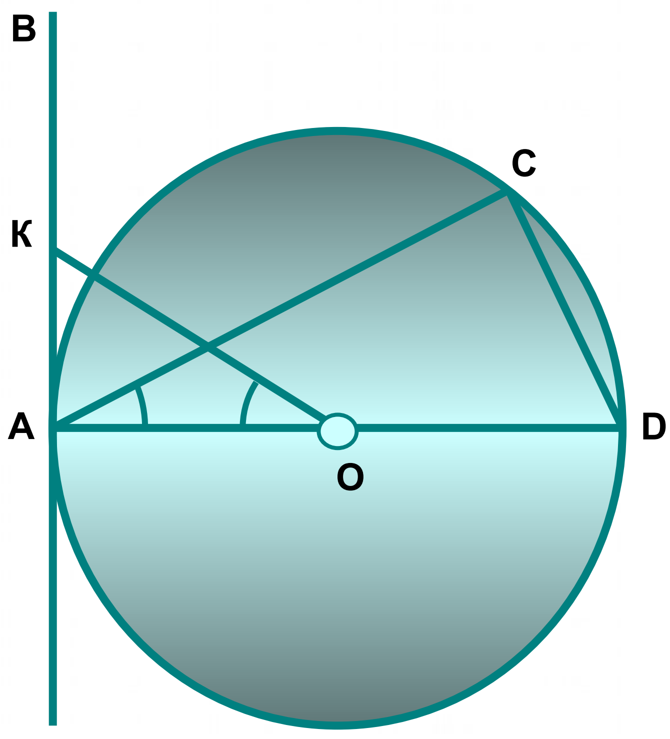
ΔABC і ΔOEC *- подібні, за першою ознакою подібності трикутників*

$\angle B = \angle E = 90^0$ *як кут, що спирається на діаметр кола,*

$\angle C$ *- спільний*

$$\frac{AC}{OC} = \frac{BC}{EC} = \frac{AB}{EO}$$

Знайти подібні трикутники і довести їх подібність. Записати рівність відношень відповідних сторін.



AB ***-*** *дотична*

Розв'язання

$\Delta ACD \sim \Delta OAK$ *за двома кутами.*

$\angle C = 90^0$ *- як кут, що спирається на діаметр кола.*

$\angle A = 90^0$*, тому що* $AB \perp AD$ *(як дотична до діаметра)*

$\angle KOA = \angle CAD$ *- за умовою*

$$\frac{AO}{AC} = \frac{AK}{CD} = \frac{KO}{AC}$$