Гидродинамика изучает законы движения жидкостей и рассматривает приложения этих законов к решению практических инженерных задач

Электронный учебник «Гидравлика»

Разработан в РГУ им. Губкина, г. Москва

Часть 2. Гидродинамика

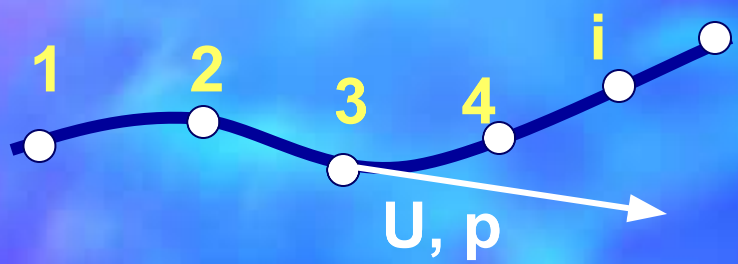
В технологических процессах пищевых производств а используются и перемещаются разнообразные жидкости: вода, молоко, вино, солевые растворы, дезинфицирующие смеси по различным системам

этих законов к решению практических инженерных задач

ЗАКОНЫ ГИДРОДИНАМИКИ - ОСНОВА РАСЧЕТОВ РАСЧЕТОВ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОИЗВОДСТВ!

Введение в гидродинамику
Виды движения

Траектория жидкой частицы



В точках пространства 1, 2, .. i жидкость обладает разными скоростями и давлениями

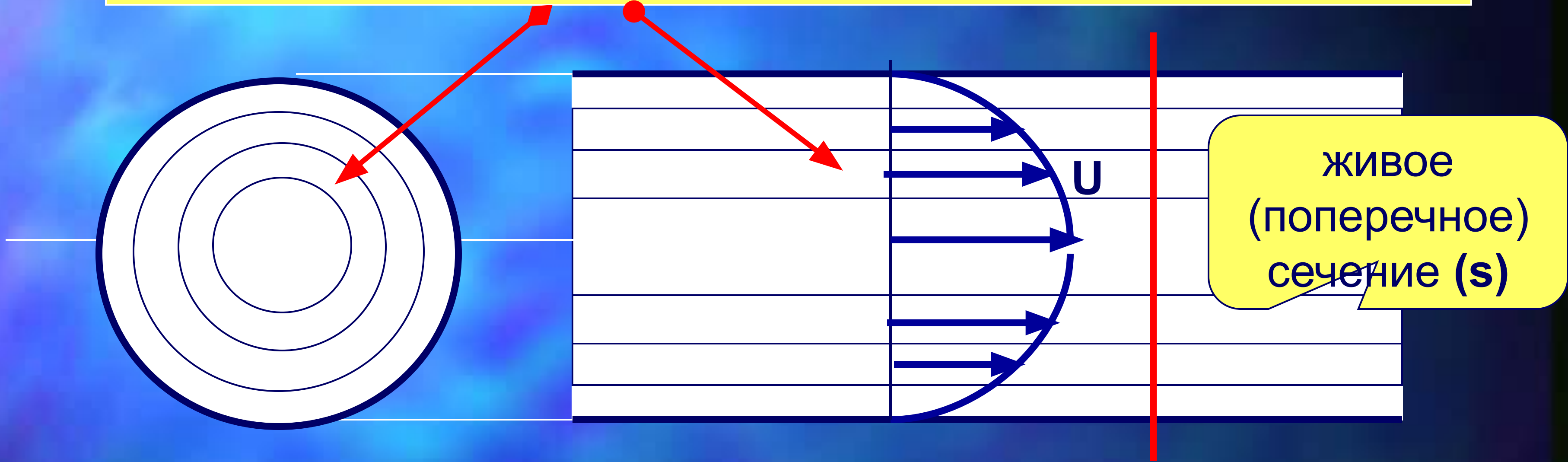
Движение

Установившееся
$u=f(x,y,z)$; $p=f(x,y,z)$

Неустановившееся
$u=f(x,y,z,t)$; $p=f(x,y,z,t)$

Элементарная струйка и поток жидкости

Элементарная струйка, скорость U, сечение ds



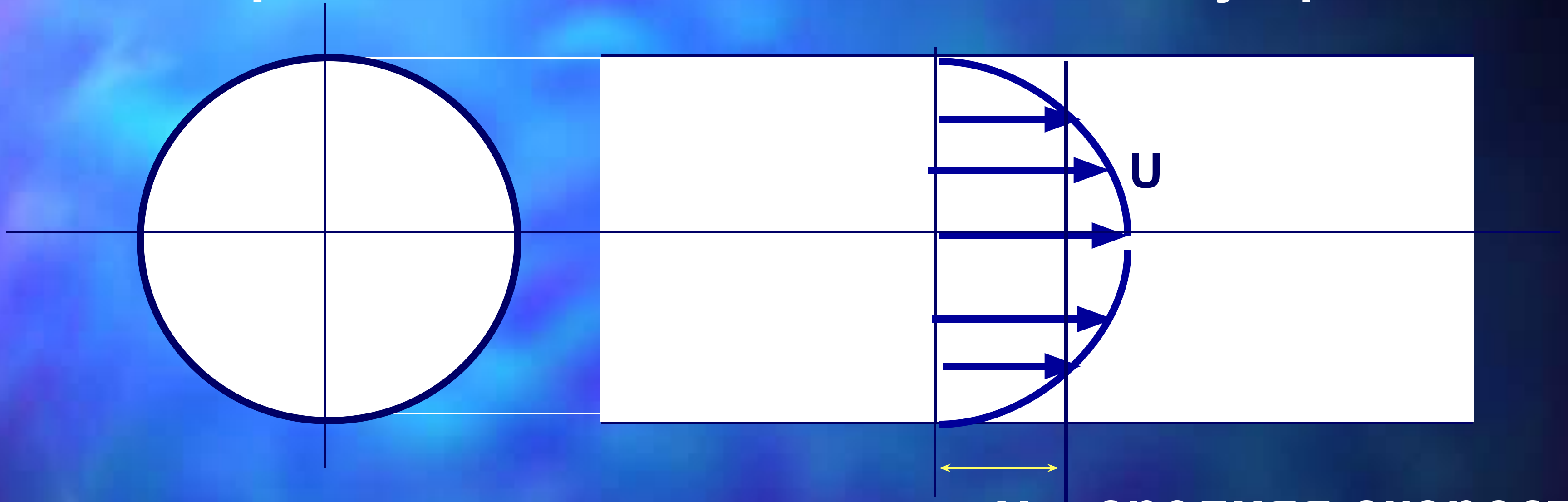
Поток жидкости – совокупность элементарных струек, движущихся с разными скоростями

Живое (поперечное) сечение – сечение, перпендикулярное направлению скоростей

$S=\pi d^2/4$ -площадь сечения $\Pi=\pi d$ -смоченный периметр

Расход и средняя скорость

Расход – количество жидкости, проходящее через поперечное сечение потока за единицу времени



v – средняя скорость

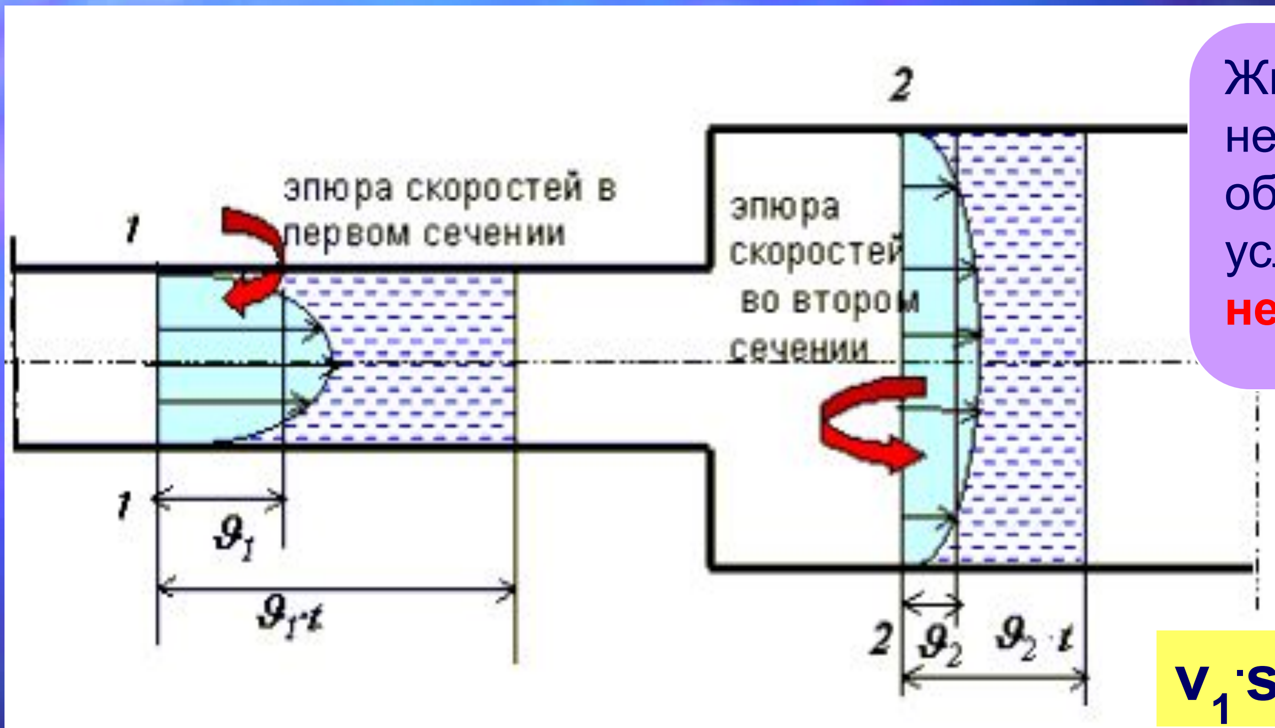
$Q=\int dQ=\int uds=v \cdot s$ -м^3/с, объёмный расход

1 литр=10^{-3} м^3

$Q_m=\rho Q= \rho \cdot v \cdot s$ -кг/с, массовый расход

$Q_G=\rho g Q= \rho \cdot g \cdot v \cdot s$ -н/с, весовой расход

Уравнение неразрывности



Жидкость несжимаема и в ней невозможно образование пустот. Это условие **сплошности** или **неразрывности** движения

$v_1 \cdot t \cdot s_1 = v_2 \cdot t \cdot s_2$

$v_1 \cdot s_1 = v_2 \cdot s_2 = Q = const$

$W_1 = v_1 \cdot t \cdot s_1$ - объём через сеч. 1-1

$W_2 = v_2 \cdot t \cdot s_2$ - объём через сеч. 2-2

$\rho_1 \cdot v_1 \cdot s_1 = \rho_2 \cdot v_2 \cdot s_2 = Q_m = const$ - для газа

$v_1 / v_2 = s_2 / s_1$

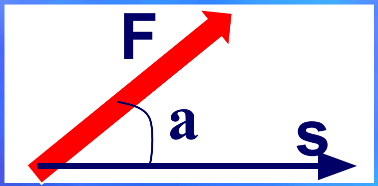
- скорости обратно пропорциональны площадям сечений

Энергия и работа

Энергия

Определяет запас работы, которую может совершить тело, изменяя свое состояние

Работа



Скалярное произведение силы на перемещение под действием этой силы. **A=F · s · cos a**

Энергия – это невостребованная работа, математическая абстракция, формула, по которой можно вычислить максимальную работу

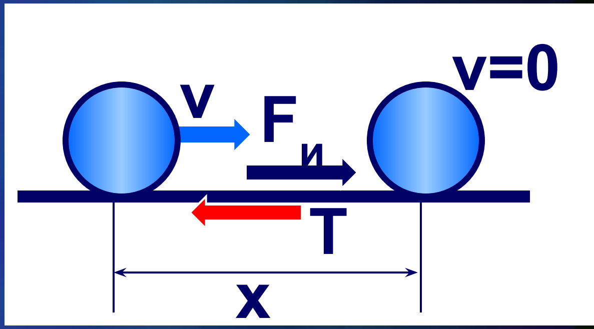
η = работа / энергия=A / E **- к.п.д. механизма**

Виды энергии

Энергия жидкости

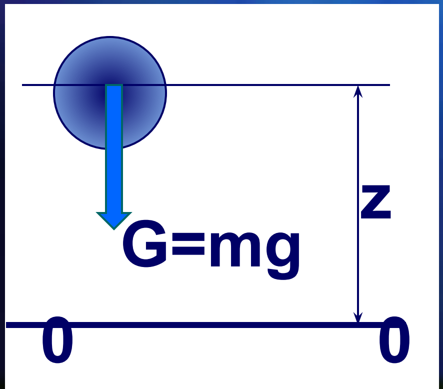
потенциальная — **кинетическая**

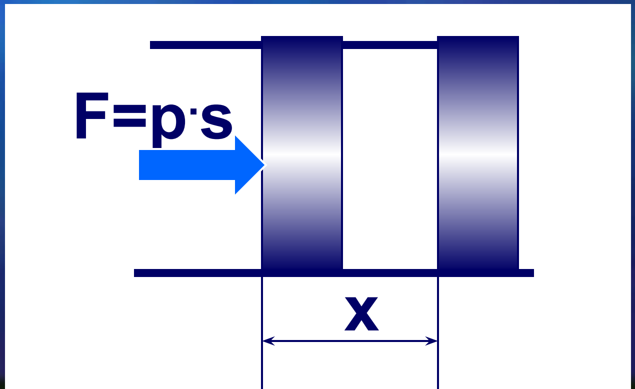
положения E_z — **давления E_p**



$E_z = mgz$

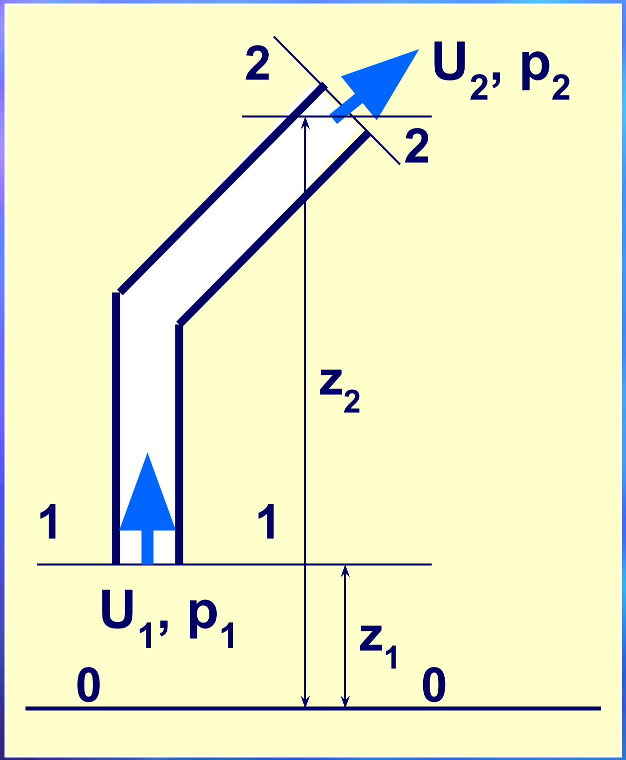
$E_p = Fx = p\cdot s\cdot x = pW = mp/\rho$





$E_k = T\cdot x = F_и \cdot x = m\,a\cdot x = m \cdot v/t \cdot v/2 \cdot t = mv^2/2$

Закон сохранения энергии – уравнение Бернулли
Идеальная жидкость, элементарная струйка



$E = dmgz + dmp/\rho + dmu^2/2$

полная энергия массы dm жидкости

$$E_1 = E_2$$
$$dmgz_1 + dmp_1/\rho + dmu_1^2/2 =$$
$$dmgz_2 + dmp_2/\rho + dmu_2^2/2$$

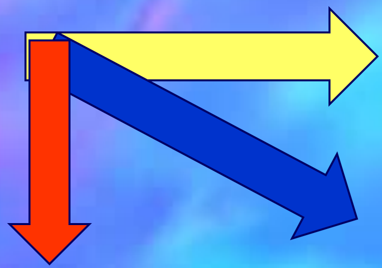
$$z_1 + p_1/\rho g + u_1^2/2g = z_2 + p_2/\rho g + u_2^2/2g$$

При движении идеальной жидкости полная энергия сохраняется. Возможен переход одного вида энергии в другой

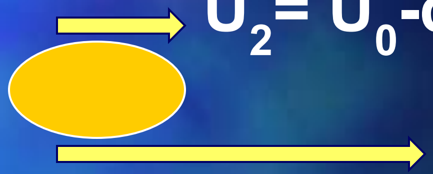
Уравнение Бернулли (1738)

Примеры применения уравнения Бернулли

Двигатель Флетнера (турбопарус)



сила давления **ветра**



$U_2 = U_0 - dU,\ p_2$

$U_1 = U_0 + dU,\ p_1$

результирующая сила

F_U -сила из-за разницы скоростей

U_0

$$z_1 + p_1/\rho g + u_1^2/2g = z_2 + p_2/\rho g + u_2^2/2g$$

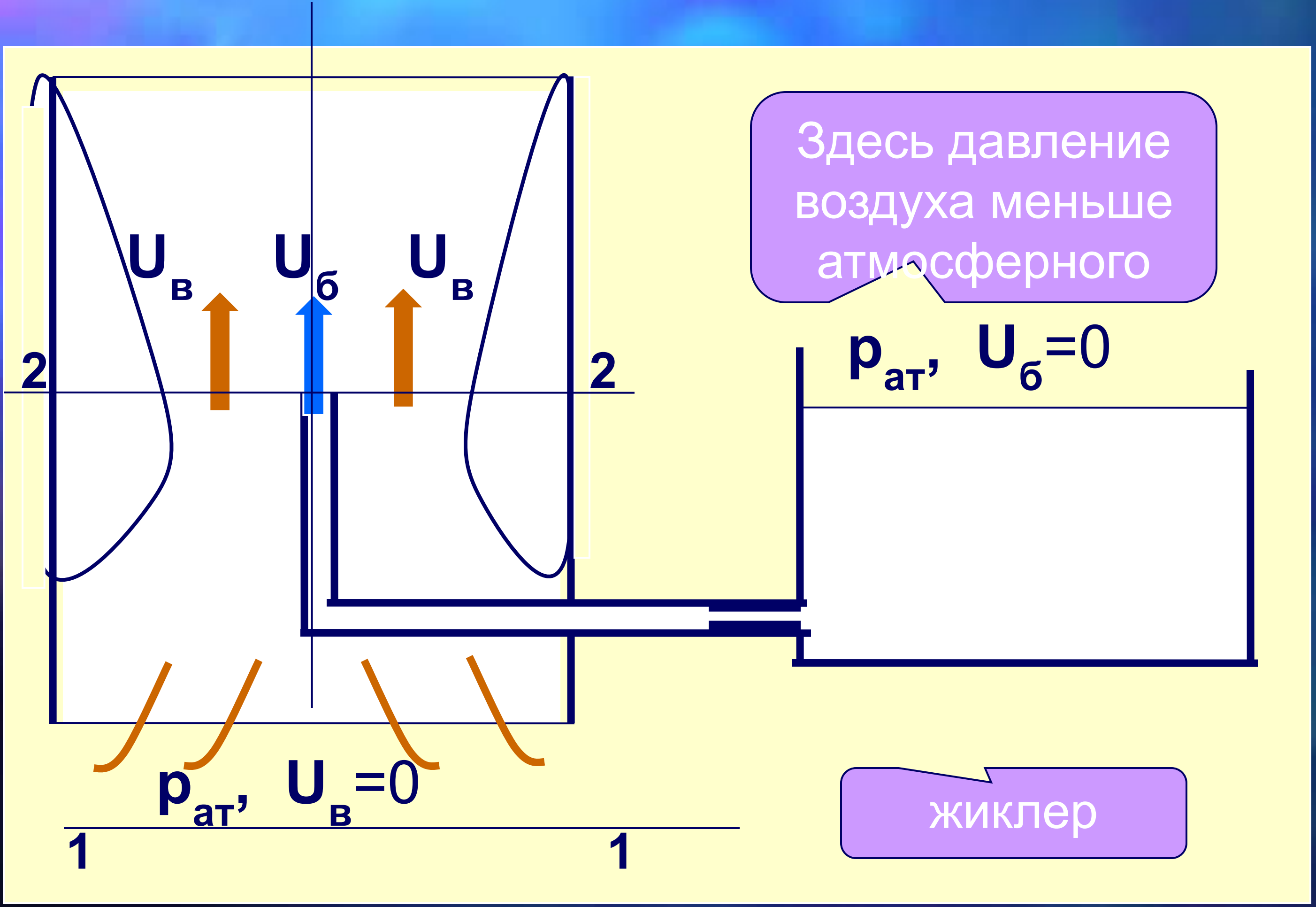
Если $u_2 < u_1$, то $p_2 > p_1$

$F_U = (p_2 - p_1) \cdot s$

Примеры применения уравнения Бернулли

Карбюратор

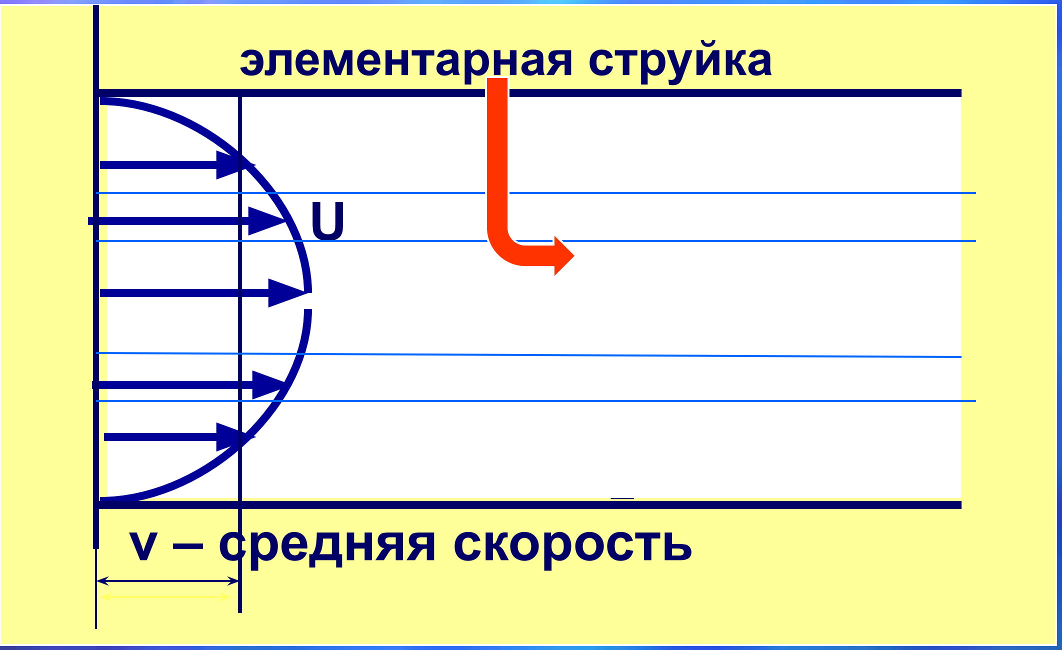
$$z_1 + p_1/\rho g + u_1^2/2g = z_2 + p_2/\rho g + u_2^2/2g$$



Если $u_2 > u_1$, то $p_2 < p_1$, то есть в сечении 2-2 давление меньше атмосферного.

Бензин вытекает в поток воздуха.

Кинетическая энергия потока жидкости



Кинетическая энергия массы m потока жидкости – сумма энергий отдельных струек

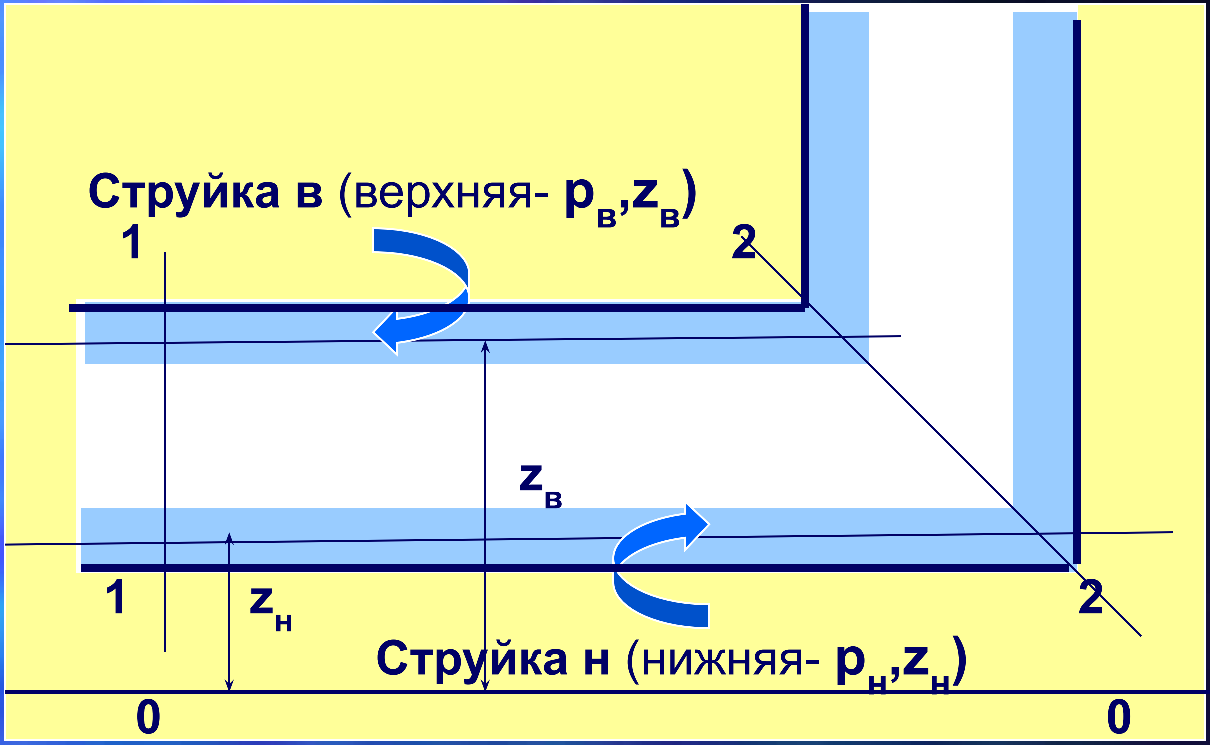
$$E_k = \int dmu^2/2 = \alpha mv^2/2$$

Чем больше ***неравномерность скоростей u***, тем больше α. Для ламинарного режима $\alpha=2$, для турбулентного $\alpha=1{,}1-1{,}2$ (на практике принимается 1).

Коэффициент Кориолиса α - отношение действительной кинетической энергии к энергии, определяемой по средней скорости

Потенциальная энергия потока жидкости

В сеч. 1-1 нет сил инерции, давление распределяется по гидростатическому закону



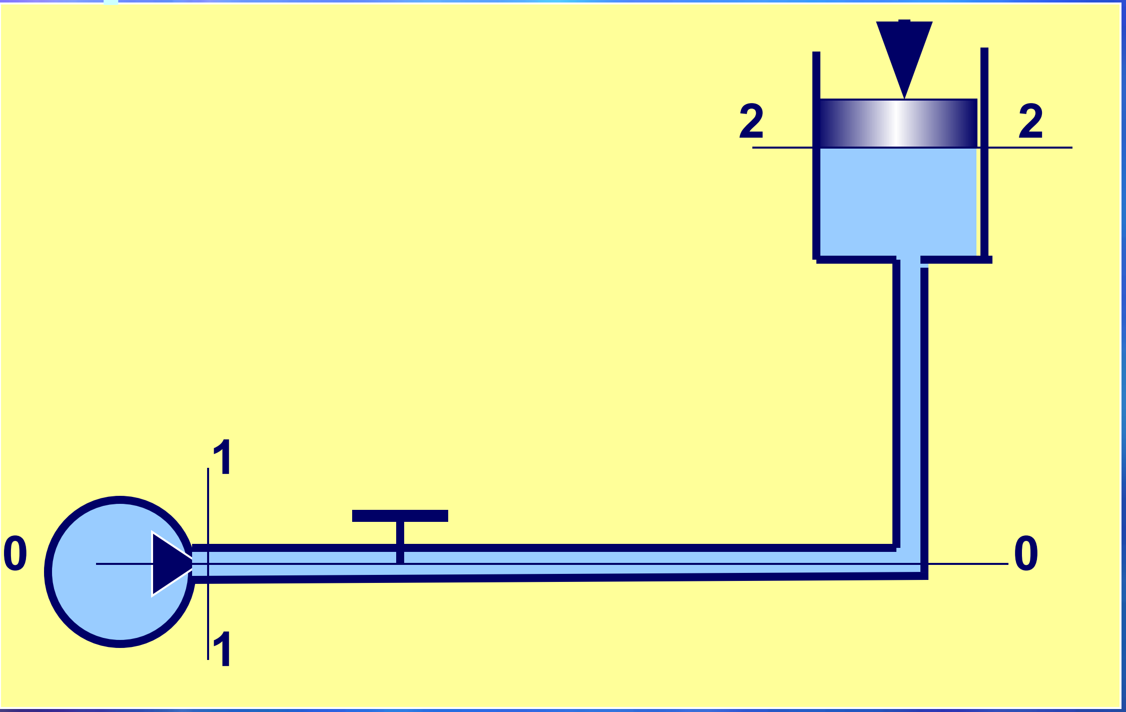
$$p_в + \rho \cdot g \cdot z_в = p_н + \rho \cdot g \cdot z_н = p + \rho \cdot g \cdot z = const$$

$$E_п = \int dm(gz + p/\rho) = \int dm(gz + p/\rho) = mgz + mp/\rho$$

В сеч. 2-2 появляется сила инерции, давление НЕ распределяется по гидростатическому закону

Потенциальная энергия массы m потока жидкости – сумма энергий отдельных струек

Уравнение Бернулли для потока реальной жидкости



$E = mgz + mp/\rho + \alpha m v^2/2$

Полная энергия массы m потока жидкости в любом сечении, равна сумме потенциальной и кинетической

$$E_1 = E_2 + \delta E$$

$$mgz_1 + mp_1/\rho + \alpha_1 m v_1^2/2 = mgz_2 + mp_2/\rho + \alpha_2 m v_2^2/2 + \delta E$$

Потери энергии при движении жидкости от сеч. 1-1 к сеч. 2-2

Удельная энергия

Полная энергия, джоули (Н*м)

$E = mgz + mp/\rho + \alpha mv^2/2$

УДЕЛЬНАЯ - энергия, отнесенная к количеству вещества (объёмному, или массовому, или весовому)

$E/G = E/mg = \underbrace{z + p/\rho g + \alpha v^2/2g}_{} = H$

Гидродинамический напор – энергия единицы веса, метры

$E/W = E/(m/\rho) = \underbrace{\rho gz + p + \alpha\rho v^2/2}_{}$

Полное давление – энергия единицы объёма, Па

Напор

Это энергия, отнесенная к весу жидкости

Измеряется в метрах

Используется для построения графиков изменения различных видов энергии по длине потока

$$z_1 + p_1/\rho g + \alpha_1 v_1^2/2g = z_2 + p_2/\rho g + \alpha_2 v_2^2/2g + h_{1\text{-}2}$$

Напор

Потери напора на преодоление сопротивлений

геометрический

z_1, z_2

пьезометрический

$p_1/\rho g$, $p_2/\rho g$

скоростной

$v_1^2/2g$, $v_2^2/2g$

Давление

Это энергия, отнесенная к объёму жидкости

Измеряется в Паскалях

Используется при расчете гидроприводов и других систем

$$\rho g\, z_1 + p_1 + \alpha_1 \rho v_1^2/2 = \rho g\, z_2 + p_2 + \alpha_2 \rho v_2^2/2 + \delta p_{1\text{-}2}$$

Давление

Потери давления на преодоление сопротивлений

весовое

$\rho g z_1$, $\rho g z_2$

статическое

p_1, p_2

динамическое

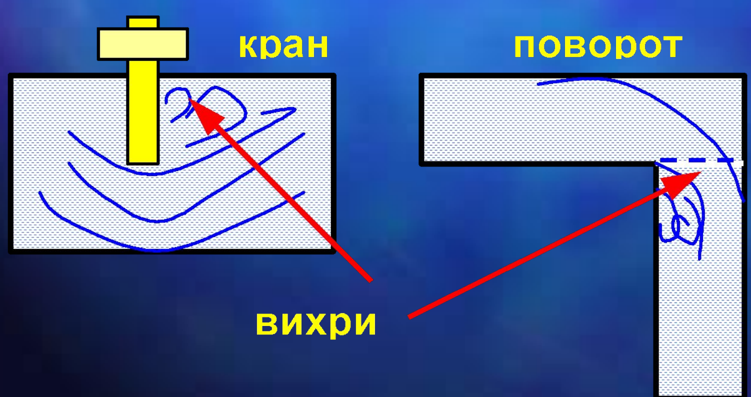
$\rho v_1^2/2$, $\rho v_2^2/2$

Физическая природа гидравлических сопротивлений

✔*Сопротивления по длине*, обусловленные силами трения и обтеканием граничных поверхностей

Энергия тратится на работу по преодолению силы трения и на вихреобразование при обтекании микронеровностей стенки турбулентным потоком

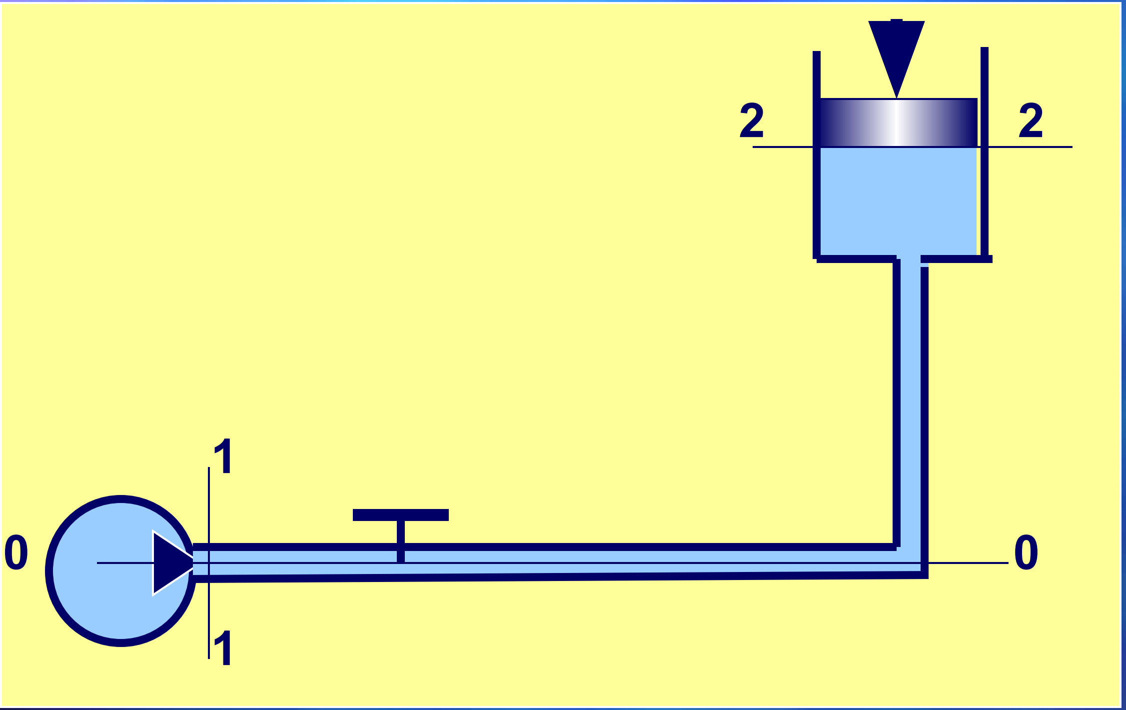
✔*Местные сопротивления*, обусловленные деформацией потока, в связи с препятствиями на его пути



Энергия тратится на работу по преодолению силы инерции при деформации потока и на вихреобразование

Гидравлические сопротивления в уравнении Бернулли

$$z_1 + p_1/\rho g + \alpha_1 v_1^2/2g = z_2 + p_2/\rho g + \alpha_2 v_2^2/2g + h_{1\text{-}2}$$



Потери удельной энергии (напора) при движении жидкости от сеч. 1-1 к сеч. 2-2:

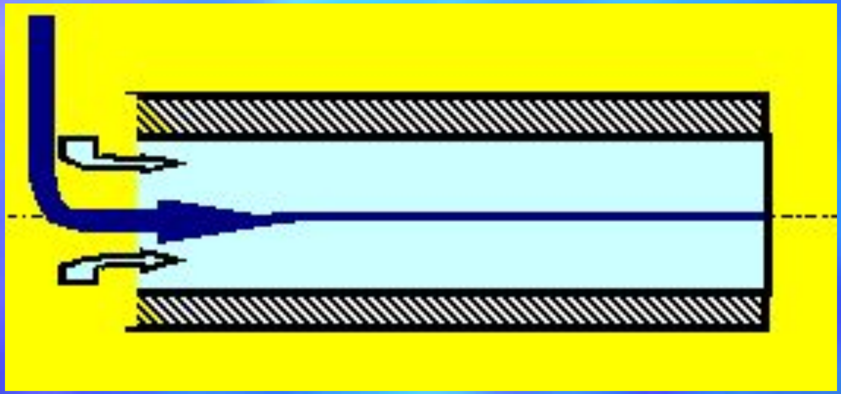
$$h_{1-2} = h_{дл} + \sum h_м$$

$$h_{1\text{-}2} = h_{дл} + \underbrace{h_{кр} + h_{пов} + h_{вых}}_{\text{местные потери}}$$

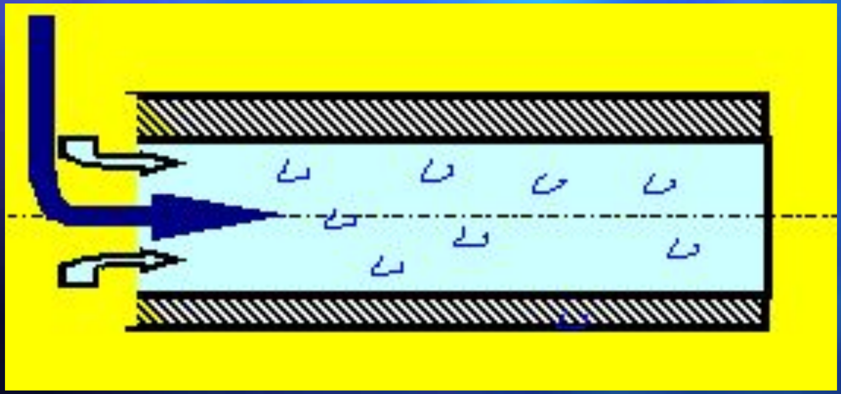
$h_{дл}$ - *сопротивления по длине*,

$\sum h_м$ - *местные сопротивления*

Режимы движения



Струйка краски параллельна оси трубы. Слои жидкости не перемешиваются. **Ламинарное движение** (от латинского lamina – слой)



Струйка краски распалась на отдельные вихри. Слои жидкости перемешиваются в поперечном направлении. **Турбулентное движение** (от латинского turbulentus – хаотический, беспорядочный)

Число Рейнольдса Re

$$Re = \frac{v \cdot d \cdot \rho}{\eta} = \frac{v \cdot d}{\nu}$$

Число (критерий) Рейнольдса). Re-мера отношения силы инерции к силе трения

η - динамический коэффициент вязкости

$$\nu = \frac{\eta}{\rho}$$ - кинематический коэффициент вязкости

При увеличении скорости растут силы инерции. Силы трения при этом больше сил инерции и до некоторых пор выпрямляют траектории струек

При некоторой скорости $v_{кр}$:

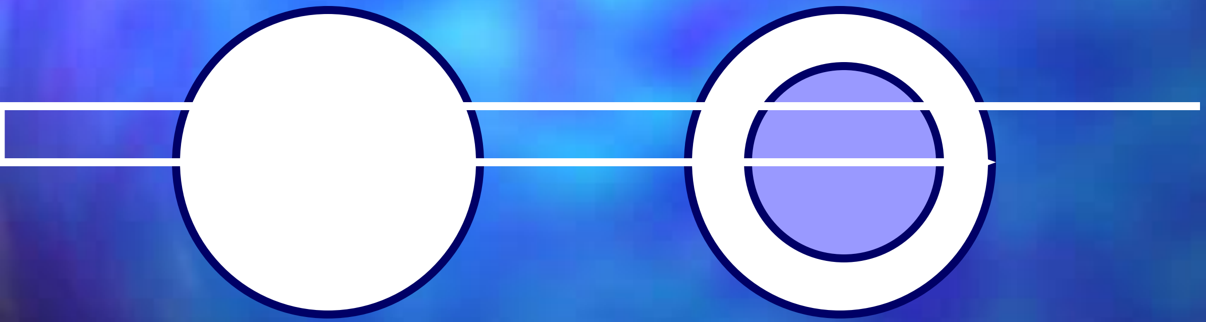
Сила инерции $F_и$ > силы трения $F_{тр}$, поток становится турбулентным

Критическое число Рейнольдса $Re_{кр}$

$Re_{кр}$

Число Рейнольдса, при котором ламинарный режим сменяется турбулентным

$Re_{кр}$ зависит от формы сечения канала



- в таком канале больше поверхность контакта между жидкостью и стенкой и больше локальных возмущающих факторов

$Re_{кр}=2300$

$Re_{кр}=1600$

Гидравлический диаметр

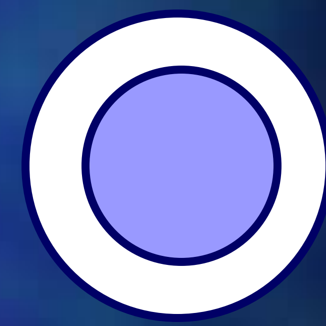
$$d_г = \frac{4s}{\Pi}$$

Характерный линейный размер сечения.
s - площадь сечения; **П** - смоченный периметр

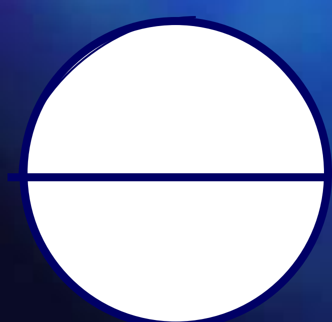
$$Re = \frac{v \cdot d_г \cdot \rho}{\eta} = \frac{v \cdot d_г}{\nu}$$

- по этой формуле определяется число Рейнольдса в канале любой геометрии

$$d_г = \frac{4s}{\Pi} = \frac{4\pi d^2}{4 \cdot \pi d} = d$$



$$d_г = \frac{4s}{\Pi} = \frac{4\pi(D^2 - d^2)}{4 \cdot \pi(D + d)} = D - d$$



$$d_г = \frac{4s}{\Pi} = \frac{4\pi d^2 \cdot 2}{8 \cdot \pi d} = d$$

Потери по длине.
Формула Дарси-Вейсбаха

$$h_{дл} = \lambda \frac{l}{d} \cdot \frac{v^2}{2g}$$

Формула Дарси-Вейсбаха

λ - коэффициент гидравлического трения, зависит от режима движения и состояния поверхности трубопровода

l, d **– длина и диаметр трубопровода**

v – средняя скорость движения

Местные потери. Формула Вейсбаха

$$h_м = \xi \cdot \frac{v^2}{2g}$$

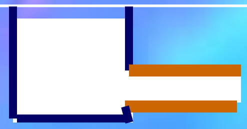
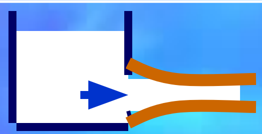
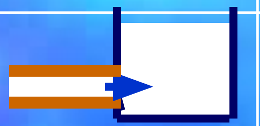
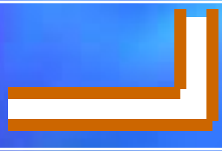
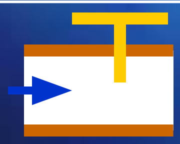
Формула Вейсбаха

ξ - коэффициент местного сопротивления, зависит от его вида и конструктивного выполнения

ξ– приводится в справочной литературе

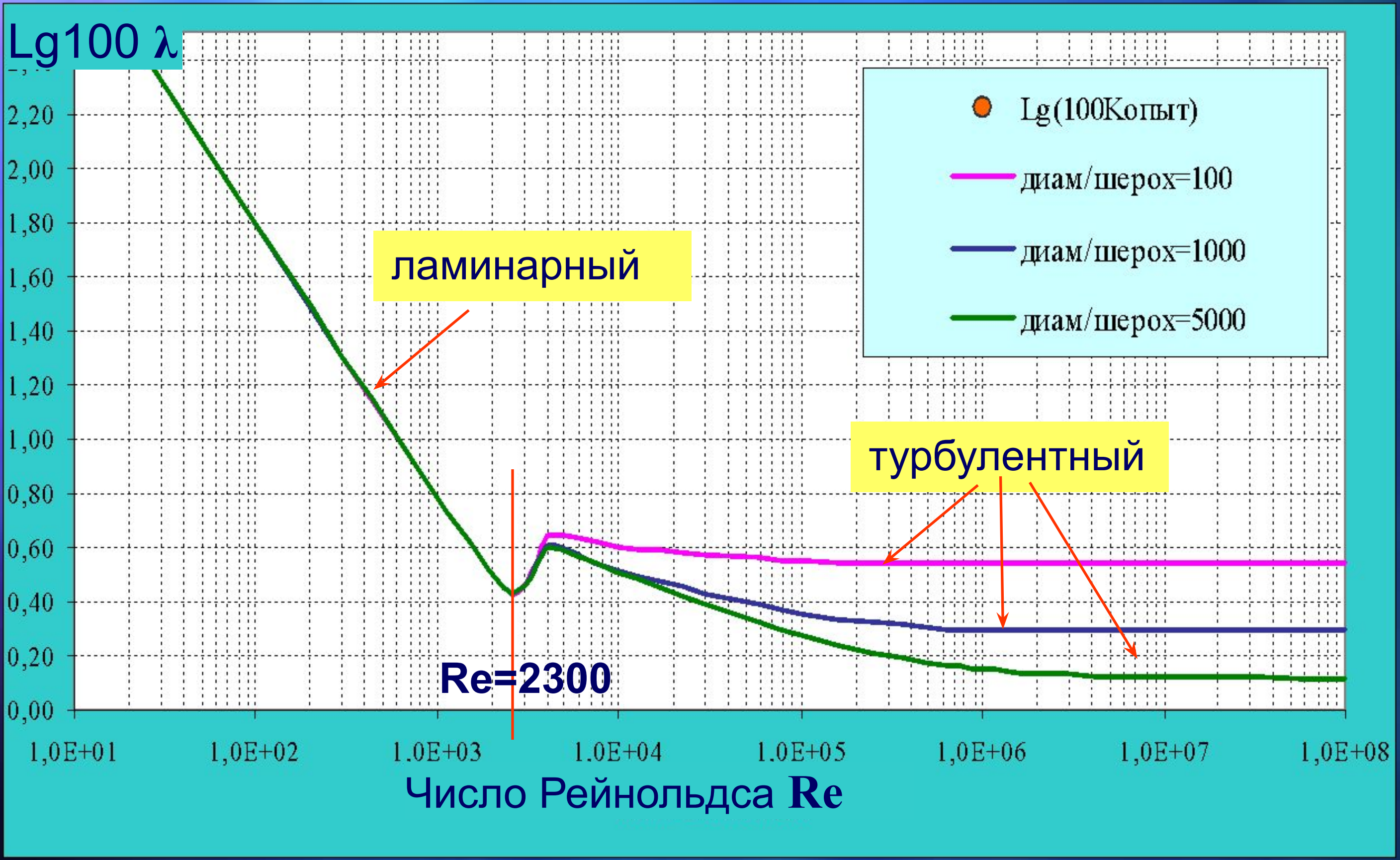
v – средняя скорость движения

Коэффициенты местных потерь

	Вид местного сопротивления	Коэфф. ξ
	Вход в трубу без закругления входных кромок	0,5
	То же, но при хорошо закругленных кромках	0,1
	Выход из трубы в сосуд больших размеров	1
	Резкий поворот без закругления при угле поворота 90^0	1,32
	Колено (плавное загругление) при радиусе закругления (2-7)d (d - диаметр трубы)	0,5 – 0,3
	Кран	5-10
	Вход во всасывающую коробку насоса с обратным клапаном	5-10

Коэффициент трения

Опыты И. И. Никурадзе (1933) и Г. А. Мурина



$$\lambda = 64/Re$$

ламинарный режим

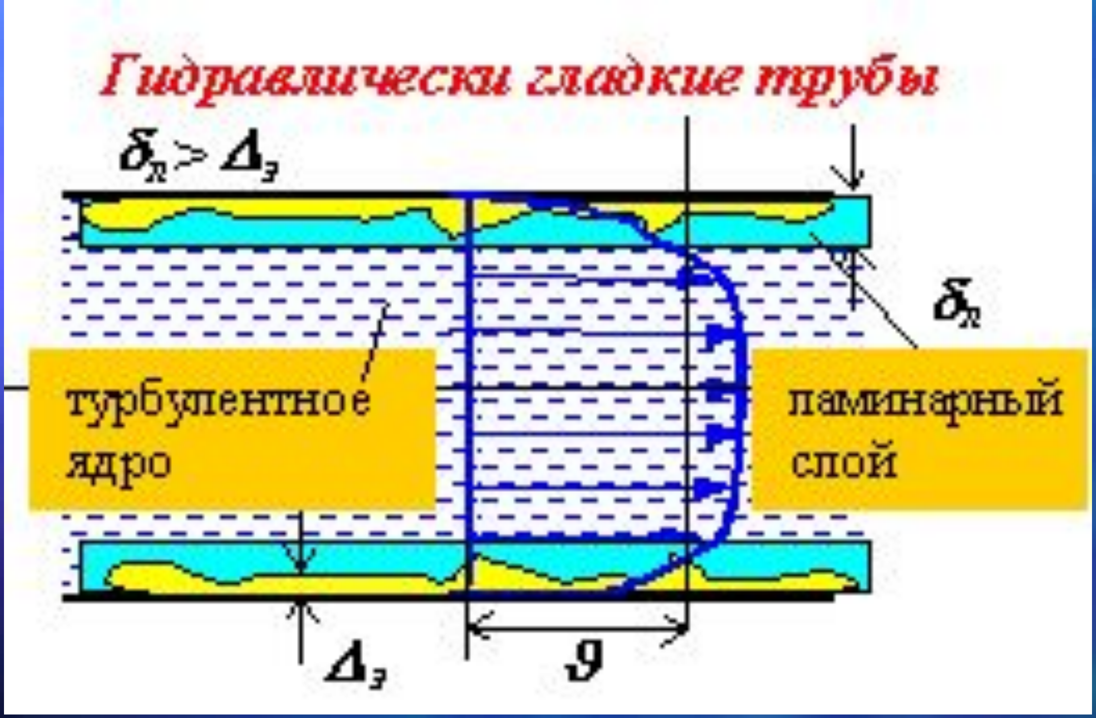
$$\lambda = 0{,}11 \cdot \left(68/Re + \frac{\Delta_э}{d}\right)^{0.25}$$

- турбулентный режим

Гидравлически гладкие трубы

$\lambda = 0{,}11 \cdot (68/\mathrm{Re} + \frac{\Delta_э}{d})^{0.25}$ - турбулентный режим

$\frac{\Delta_э}{d} << 68/\mathrm{Re}; \ \lambda = 0{,}11 \cdot (68/\mathrm{Re})^{0.25}$



При увеличении скорости движения толщина ламинарного слоя уменьшается

Бугорки шероховатости обтекаются ламинарным потоком и не влияют на сопротивление

$$\mathrm{Re}_\delta = \frac{u_\delta \cdot \delta_л}{\nu} <= 2300$$

Условие для определения толщины ламинарного слоя

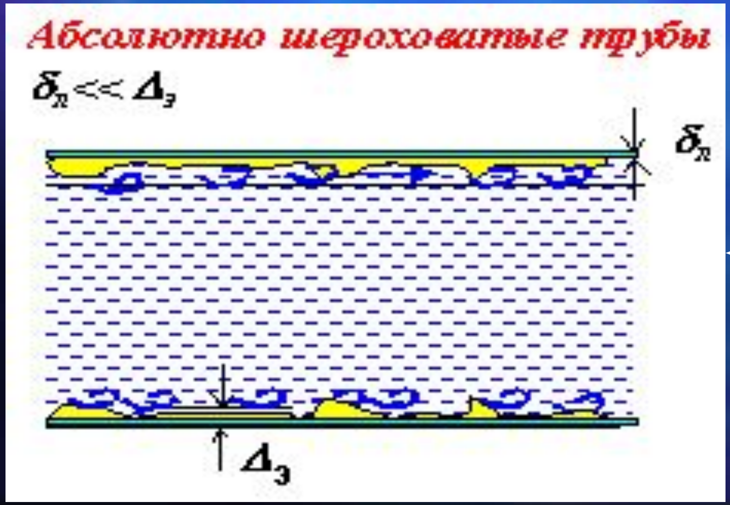
Гидравлически шероховатые трубы

При увеличении скорости толщина ламинарного слоя уменьшается

Бугорки шероховатости выступают в турбулентное ядро, с них срываются вихри. А это дополнительное сопротивление

$$\lambda = 0{,}11 \cdot \left(68/\mathrm{Re} + \frac{\Delta_э}{d}\right)^{0.25}$$

При дальнейшем увеличении скорости

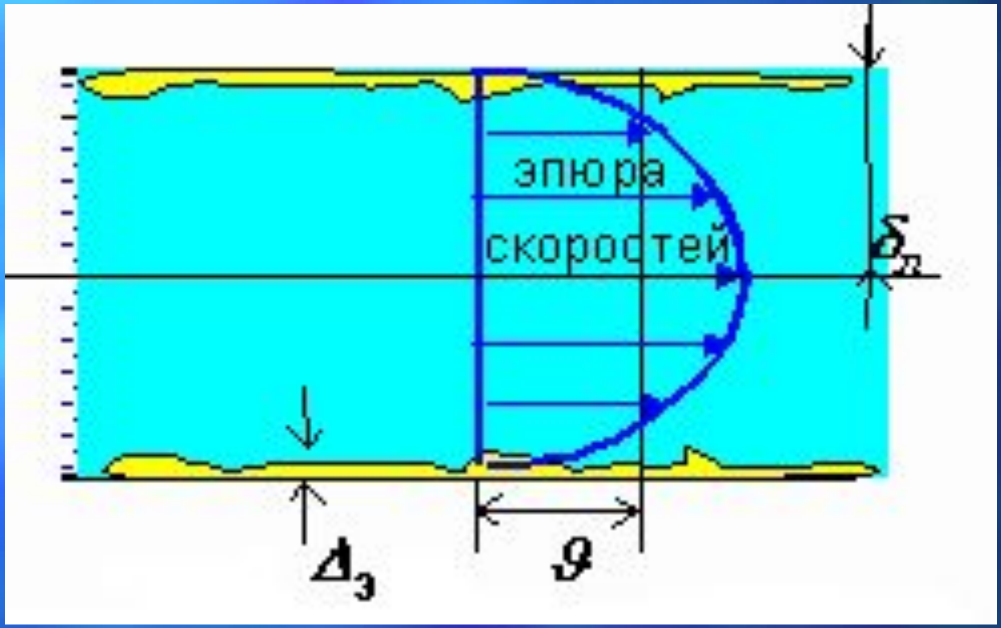


$$\frac{\Delta_э}{d} >> 68/\mathrm{Re}; \quad \lambda = 0{,}11 \cdot \left(\frac{\Delta_э}{d}\right)^{0.25}$$

Ламинарный слой очень тонкий. Все бугорки шероховатости выступают в турбулентное ядро и полностью определяют сопротивление трубы.

Ламинарный режим

Ламинарный режим существует по всему сечению трубы



$\lambda = 64/Re$ - при ламинарном режиме

Бугорки шероховатости покрыты ламинарной пленкой и не оказывают влияния на сопротивление трубы

Рекомендации для расчетов

$\lambda = 64/Re$ - при ламинарном режиме

$\lambda = 0{,}11 \cdot \left(68/Re + \frac{\Delta_э}{d}\right)^{0.25}$ - при турбулентном режиме

При проведении расчетов то слагаемое, которое несущественно, дает незначительный вклад в величину коэффициента трения

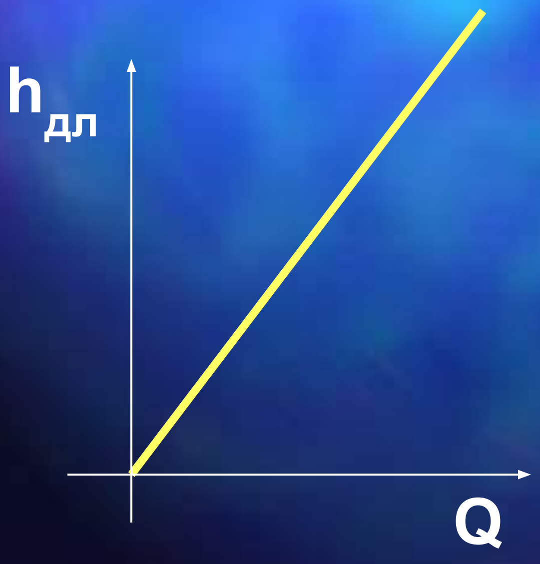
Зависимость потерь по длине от расхода (ламинарный режим)

$$h_{дл} = \lambda \frac{l}{d} \cdot \frac{v^2}{2g}$$

Формула Дарси-Вейсбаха

Формула Пуазейля

$$h_{дл} = \lambda \frac{l}{d}\frac{v^2}{2g} = \frac{64}{\mathrm{Re}}\frac{l}{d}\frac{v^2}{2g} = \frac{64 \cdot \nu}{v \cdot d}\frac{l}{d}\frac{v^2}{2g} = \frac{32\nu \cdot l \cdot v}{d^2 g} = \frac{128\nu \cdot l \cdot Q}{\pi d^4 g}$$



При ламинарном режиме потери по длине пропорциональны расходу в первой степени

Зависимость потерь по длине от расхода (турбулентный режим)

$$h_{\partial л} = \lambda \frac{l}{d} \cdot \frac{v^2}{2g}$$

Формула Дарси-Вейсбаха

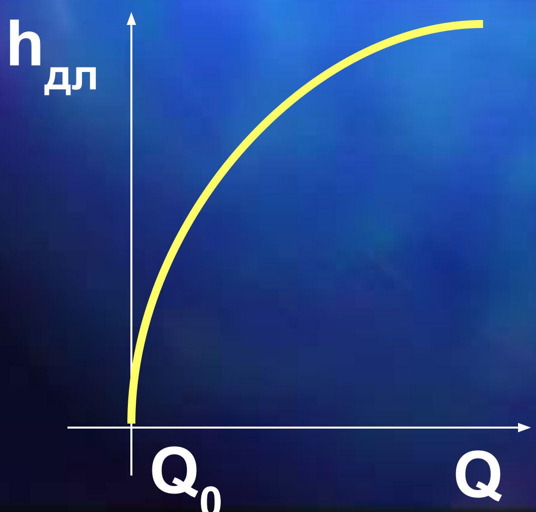
$$\lambda = 0{,}11 \cdot \left(\frac{68\nu}{v \cdot d} + \frac{\Delta_э}{d}\right)^{0,2}$$

$$h_{\partial л} = \lambda \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g} = 0{,}11 \cdot \left(\frac{68\nu}{v \cdot d}\right)^{0,25} \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g} \approx v^{1.75} \approx Q^{1.75}$$

Гидравлически гладкие трубы

$$h_{\partial л} = \lambda \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g} = 0{,}11 \cdot \left(\frac{\Delta_э}{d}\right)^{0,25} \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g} \approx v^2 \approx Q^2$$

Абсолютно шероховатые трубы



При турбулентном режиме потери по длине пропорциональны $Q^{1.75-2}$