ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ О КРИВЫХ ЛИНИЯХ И ПОВЕРХНОСТЯХ

КРИВЫЕ ЛИНИИ

Кривая линия – это множество точек пространства, координаты которых являются функциями одной переменной.

В начертательной геометрии ***кривую рассматривают как траекторию, описанную движущейся точкой, как проекцию другой кривой, как линию пересечения поверхностей, как множество точек, обладающих каким-либо общим для всех их свойством, и т.д.***

СПОСОБЫ ЗАДАНИЯ КРИВОЙ ЛИНИИ

- **аналитический** – кривая задана математическим уравнением;
- **графический** – кривая задана визуально на носителе графической информации;
- **табличный** – кривая задана координатами последовательного ряда точек.

ГРАФИЧЕСКОЕ ЗАДАНИЕ КРИВОЙ ЛИНИИ

Каждая кривая включает в себя геометрические элементы и алгоритмическое описание, которые составляют ее ***определитель***, т.е. совокупность независимых условий, однозначно определяющих эту кривую.

КЛАССИФИКАЦИЯ КРИВЫХ ЛИНИЙ

Кривые линии могут быть ***закономерными***, описанными уравнением, и ***незакономерными***.

Кривые подразделяются на ***алгебраические*** и ***трансцендентные***

Плоская кривая линия называется ***алгебраической***, если ее уравнение ***f* (*xy*)=0**. Функция ***f* (*xy*)** является степенным множителем относительно переменных ***x*** и ***y***; в остальных случаях кривая называется ***трансцендентной***.

Кривая линия, представленная в декартовых координатах уравнением ***n***-й степени, называется ***алгебраической кривой n-го порядка***.

Кривые линии, все точки которых принадлежат одной плоскости, называются ***плоскими***, остальные – ***пространственными***.

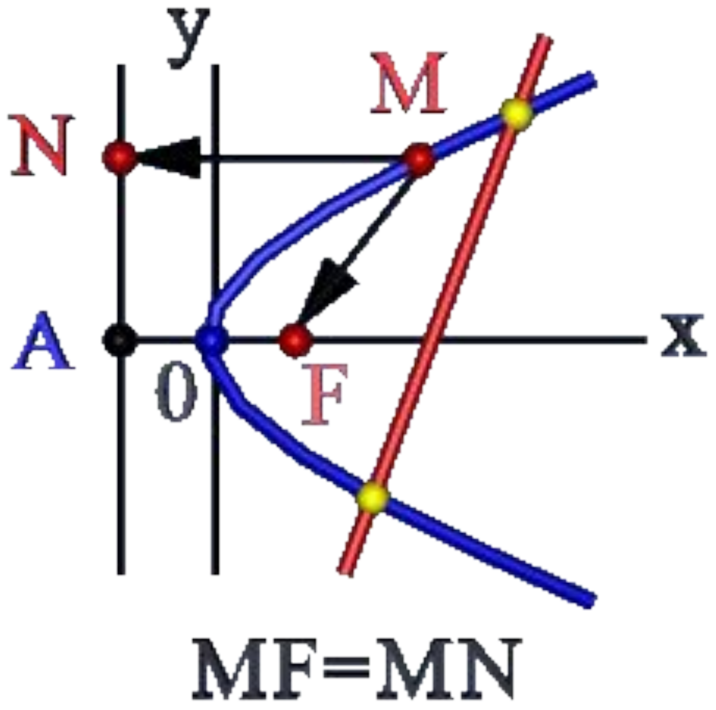
Порядок плоской алгебраической кривой линии определяется наибольшим числом точек ее пересечения прямой линией. Любая прямая линия может пересекать алгебраическую кривую линию ***n***-го порядка не более чем в ***n*** точках.

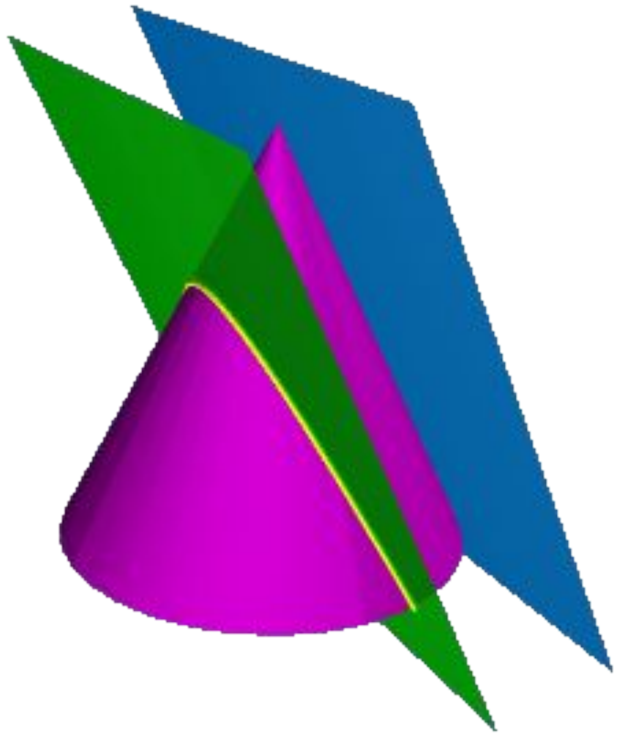
ПЛОСКИЕ КРИВЫЕ ЛИНИИ

Парабола – алгебраическая кривая 2-го порядка, прямая пересекает ее не более чем в двух точках.

Парабола может быть определена:

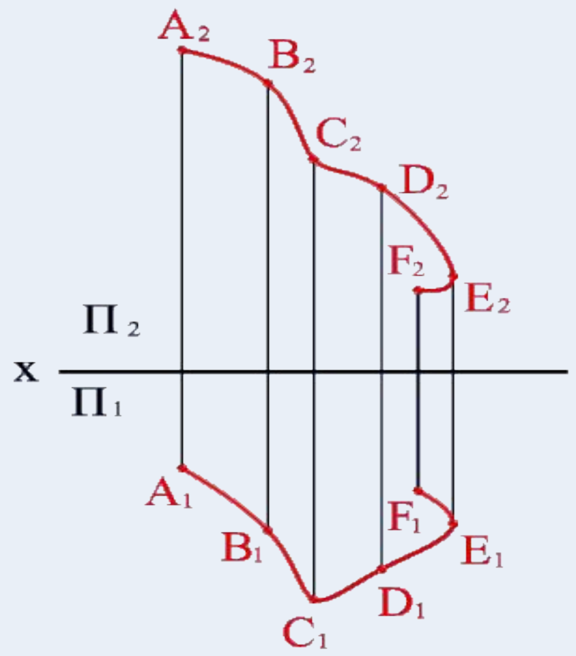
- множеством точек ***М*(*А*, *В*, *С*, ...)** плоскости, расстояние от которых до определенной точки ***F*** этой плоскости (фокуса параболы) равно расстоянию до определенной прямой $\boldsymbol{DD_1}$ – директрисы параболы;
- **линией пересечения прямого кругового конуса плоскостью, параллельной какой-либо касательной плоскости этого конуса**.





СВОЙСТВА ОРТОГОНАЛЬНЫХ ПРОЕКЦИЙ КРИВОЙ

1. Проекцией кривой линии является кривая линия.
2. Касательная к кривой линии проецируется в касательную к ее проекции.
3. Несобственная точка кривой проецируется в несобственную точку ее проекции.
4. Порядок линии – проекции алгебраической кривой равен порядку самой кривой или меньше.
5. Число узловых точек (в которых кривая пересекает сама себя) проекции равно числу узловых



ПРОСТРАНСТВЕННЫЕ КРИВЫЕ ЛИНИИ

Пространственные кривые линии в начертательной геометрии обычно рассматриваются как результат пересечения поверхностей или траектория движения точки. Пространственную, так же как и плоскую, кривую линию на чертеже задают последовательным рядом точек.

Классическим примером пространственных кривых линий являются цилиндрическая и коническая винтовые линии.

ПОВЕРХНОСТЬ

ОБРАЗОВАНИЕ ПОВЕРХНОСТИ

Поверхность можно рассматривать как совокупность последовательных положений $\boldsymbol{l_1}$, $\boldsymbol{l_2}$ **…** линии ***l***, перемещающейся в пространстве по определенному закону. В процессе образования поверхности линия ***l*** может оставаться неизменной или менять свою форму – изгибаться или деформироваться.

Существуют три способа задания кривых поверхностей:

1. ***Аналитический*** - при помощи уравнений;

2. ***При помощи каркаса***;

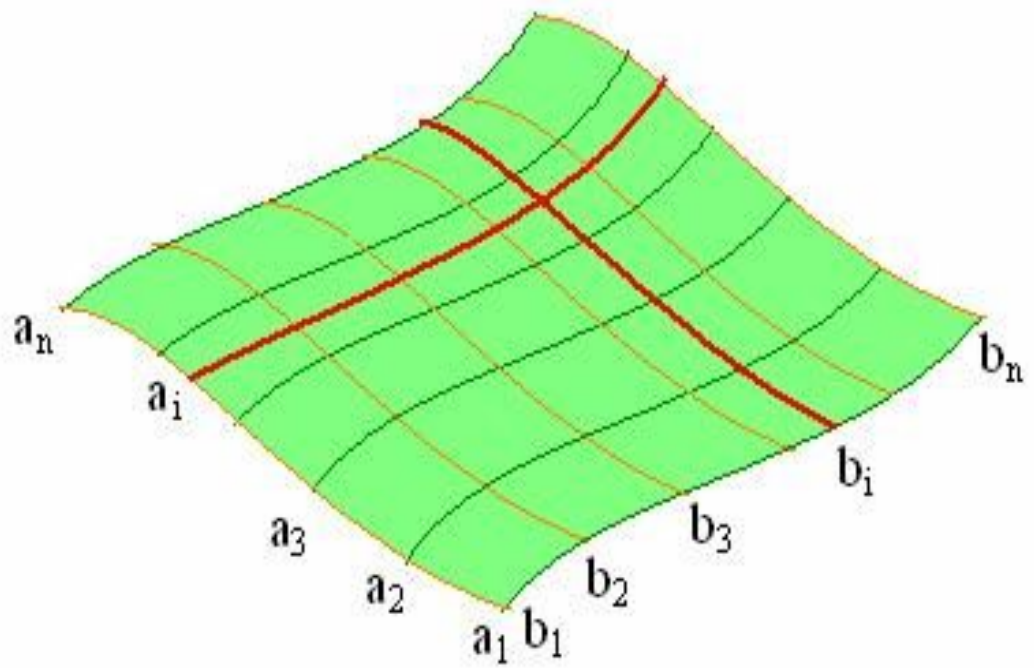
3. ***Кинематический***, т. е. перемещением линий в пространстве

При каркасном способе задания кривая поверхность задается совокупностью некоторого количества линий, принадлежащих поверхности.

Каркас поверхности - это упорядоченное множество точек или линий, принадлежащих поверхности.

В зависимости от того, чем задается каркас поверхности, точками или линиями, каркасы называют ***точечными или линейными***.

Линейным каркасом называется множество таких линий, которые имеют единый закон образования и связаны между собой определенной зависимостью.



Кинематический способ образования поверхности можно представить как множество положений движущейся линии-***образующей*** или поверхности по другой линии – ***направляющей.***

Этот способ дает возможность сформулировать понятие ***определителя поверхности.*** Под этим понятием обычно подразумевают необходимую и достаточную совокупность геометрических фигур и кинематических связей между ними, которые однозначно определяют поверхность.

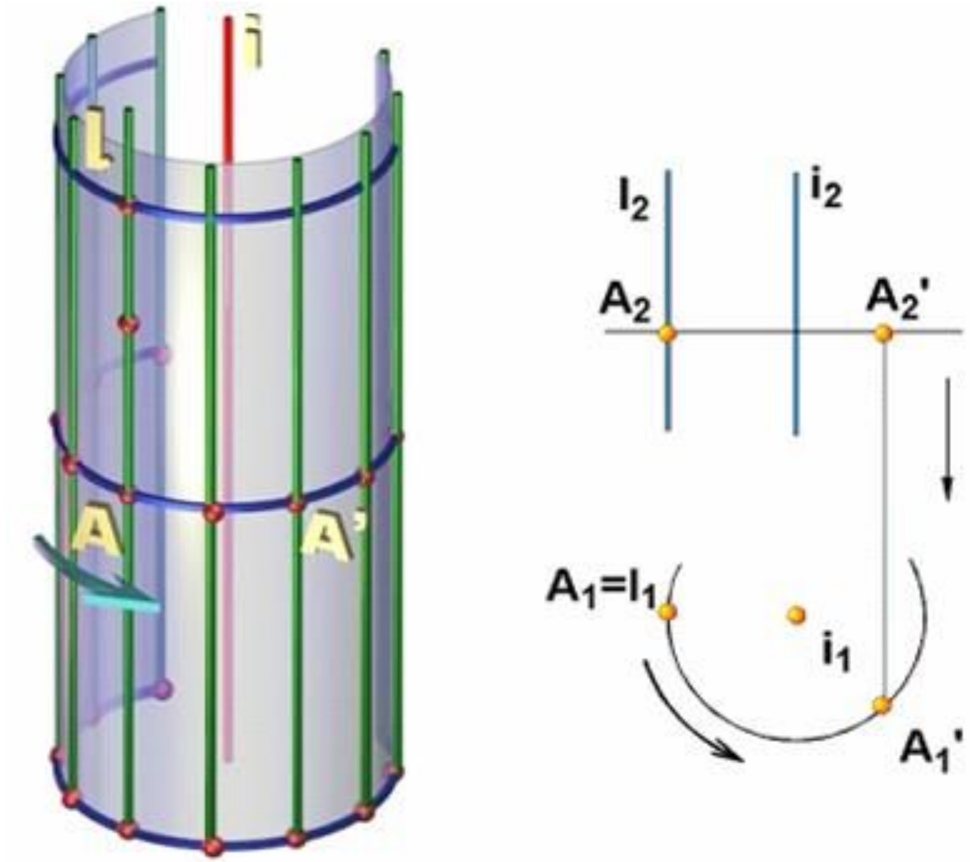
Определитель поверхности состоит из двух частей:

Геометрической части - совокупности геометрических фигур, с помощью которых можно образовать поверхность (образующая и направляющая линии).

Алгоритмической части - алгоритма формирования поверхности при помощи фигур, входящих в геометрическую часть определителя.
Чтобы найти определитель поверхности, следует исходить из кинематического способа образования поверхности.

Поверхность считается заданной на комплексном чертеже, если относительно любой точки пространства, заданной на чертеже, можно однозначно решить вопрос о принадлежности ее данной поверхности.

Точка принадлежит поверхности, если она принадлежит линии, принадлежащей поверхности.

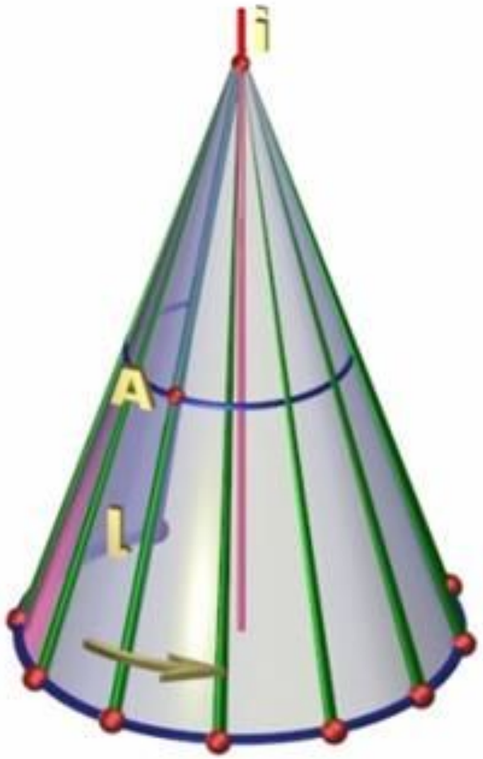


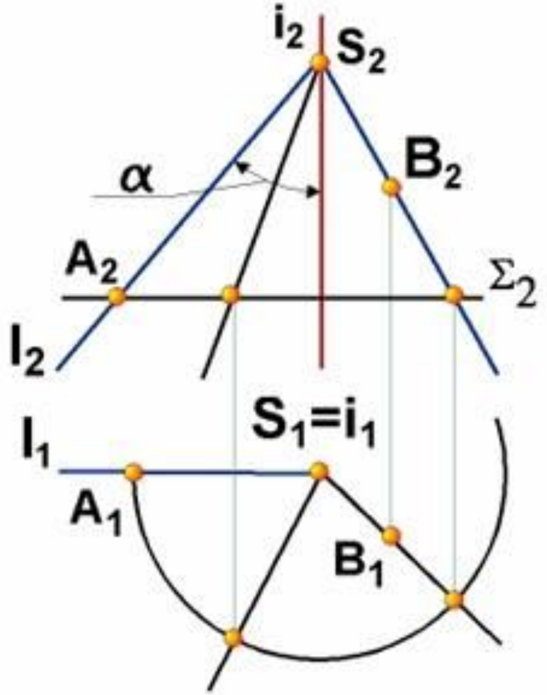
Определитель цилиндрической поверхности: а – поверхность образована вращением прямой l i вокруг оси i; б - цилиндр вращения задан проекциями геометрической части своего определителя

Цилиндрическая поверхность вращения может быть образована вращением прямой l i вокруг оси i (рис. 7.4, а).

Геометрическая часть определителя поверхности состоит из ***образующей l*** и ***оси i.***
Алгоритмическая часть определителя состоит из операции вращения образующей линии l вокруг оси i.

Определитель цилиндрической поверхности вращения имеет вид Ф(l i, i) [А]. На чертеже (рис. 7.4, б) цилиндр вращения задан проекциями геометрической части своего определителя.





Изображение определителя конической поверхности: а - алгоритмическая часть; б - геометрическая часть

Коническая поверхность вращения может быть образована вращением прямой l, пересекающей ось вращения i под некоторым углом (рис. 7.5, а). Алгоритмическая часть определителя состоит из словесного указания о том, что поверхность образуется вращением образующей l вокруг оси i.

Определитель конической поверхности вращения имеет вид Ф(l i)[A].

На чертеже (рис. 7.5, б) конус вращения задан проекциями геометрической части его определителя: l(l1l2) i(i1i2}

Для придания чертежу поверхности большей наглядности и выразительности прибегают к ***построению очерков ее проекций***

***Очерк проекции поверхности* является проекцией соответствующей линии видимого контура.**

Линия видимого контура поверхности разделяет ее на две части − видимую, обращенную к наблюдателю, и невидимую. ***Никакая точка поверхности не может проецироваться за пределы очерка***

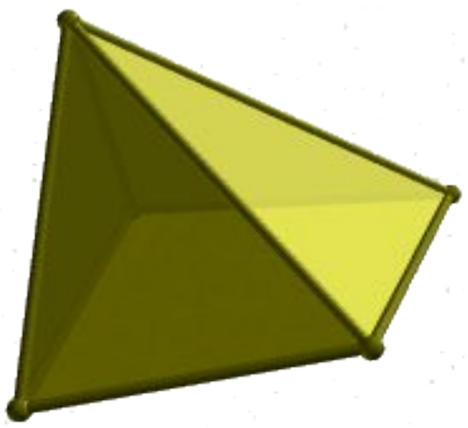
Кривые поверхности разделяются ***на линейчатые и нелинейчатые***, ***закономерные и незакономерные***.
Поверхность называется ***линейчатой***, если она может быть образована перемещением прямой линии, в противном случае − ***нелинейчатой.***

Если поверхность может быть задана каким-либо уравнением, она называется ***закономерной***, в противном случае − ***незакономерной***, или ***графической (задается только чертежом).***

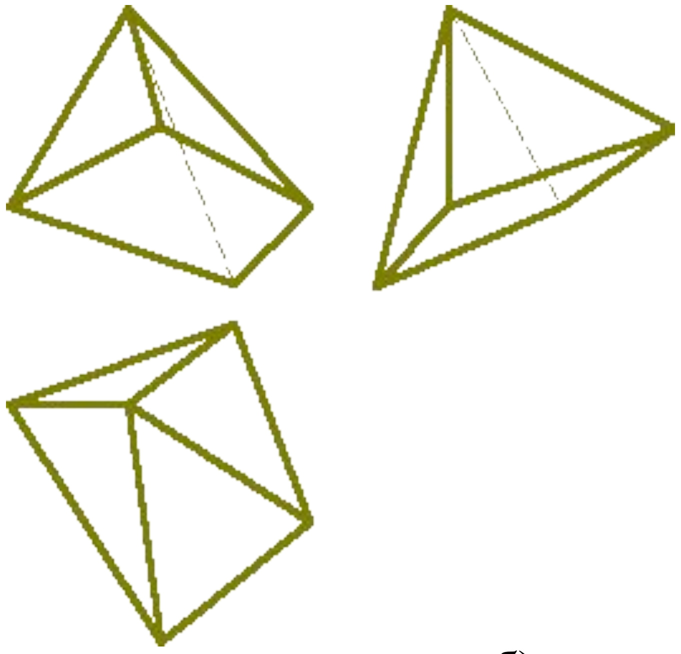
Линейчатые поверхности:
1. МНОГОГРАННИКИ

Многогранником называется совокупность таких плоских многоугольников, у которых каждая сторона одного является одновременно стороной другого (но только одного).

1. **Пирамида** - это многогранник, одна грань которого многоугольник, а остальные грани - треугольники с общей вершиной. Пирамида называется правильной, если в основании лежит правильный многоугольник и высота пирамиды проходит через центр многоугольника. Пирамида называется усеченной, если вершина её отсекается плоскостью



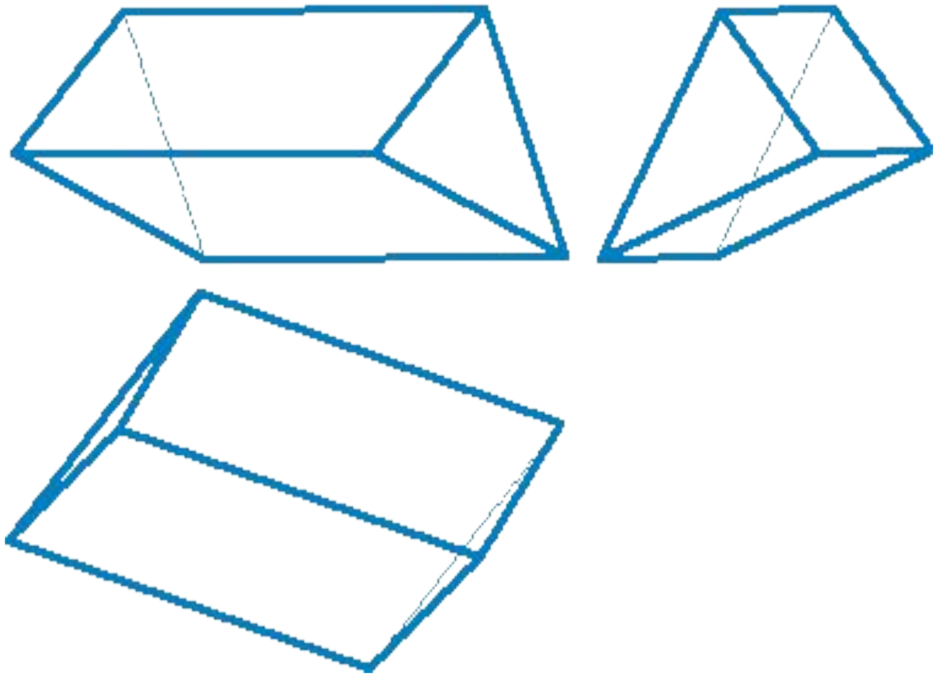
а) модель



б) эпюр

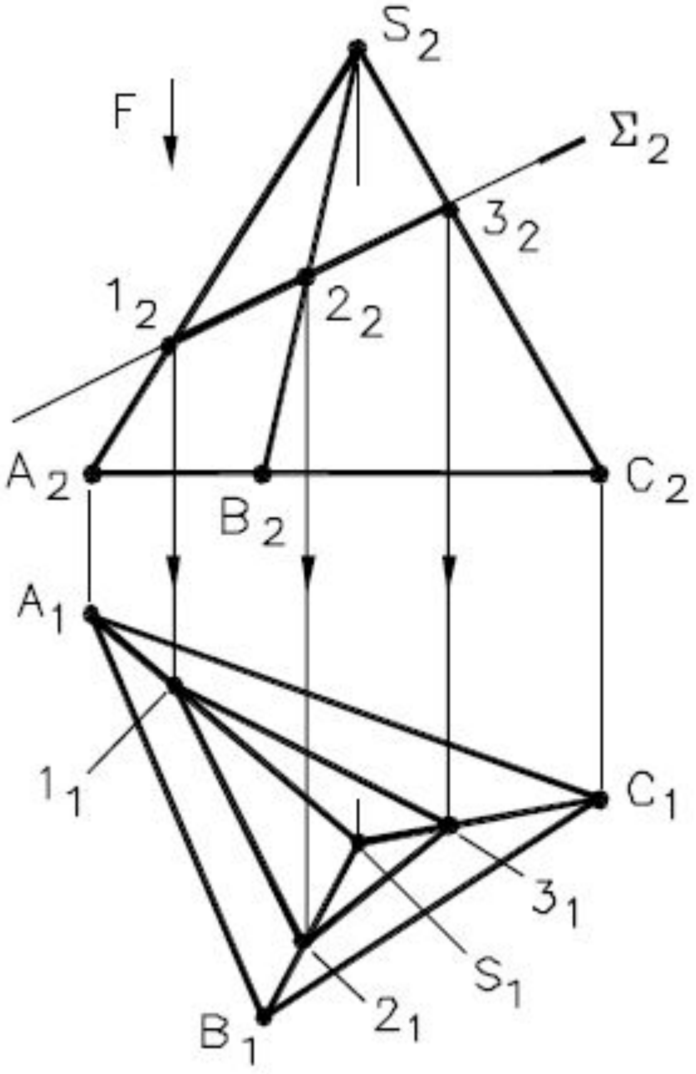
2. **Призма -** многоугольник, две грани которого (основания призмы) представляют собой равные многоугольники с взаимно параллельными сторонами, а все другие грани параллелограммы. Призма называется прямой, если её ребра перпендикулярны плоскости основания. Если основанием призмы является прямоугольник, призму называют параллелепипедом

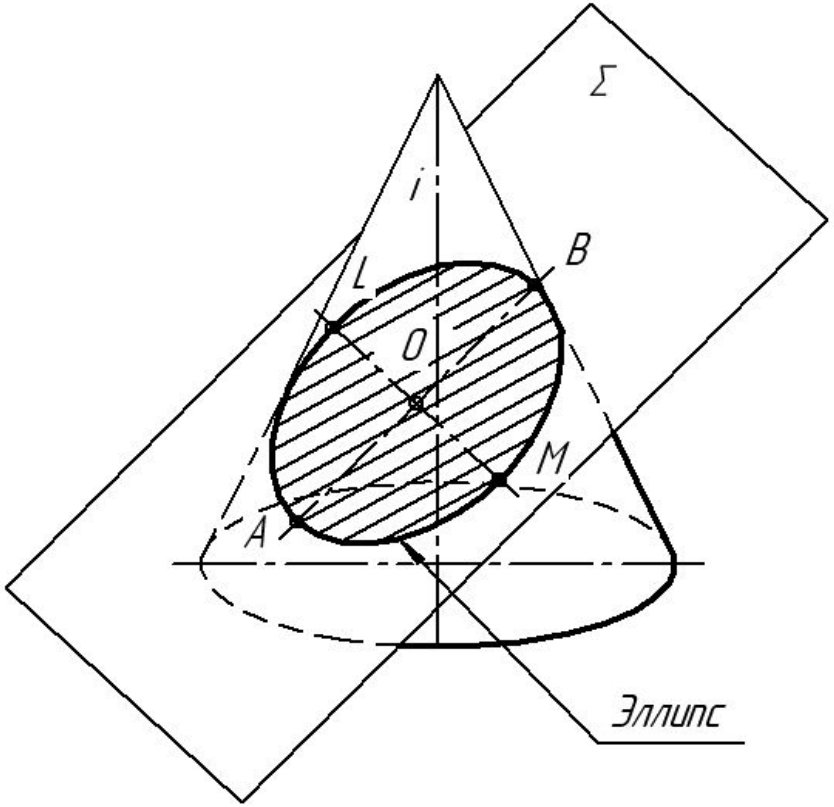
а) модель



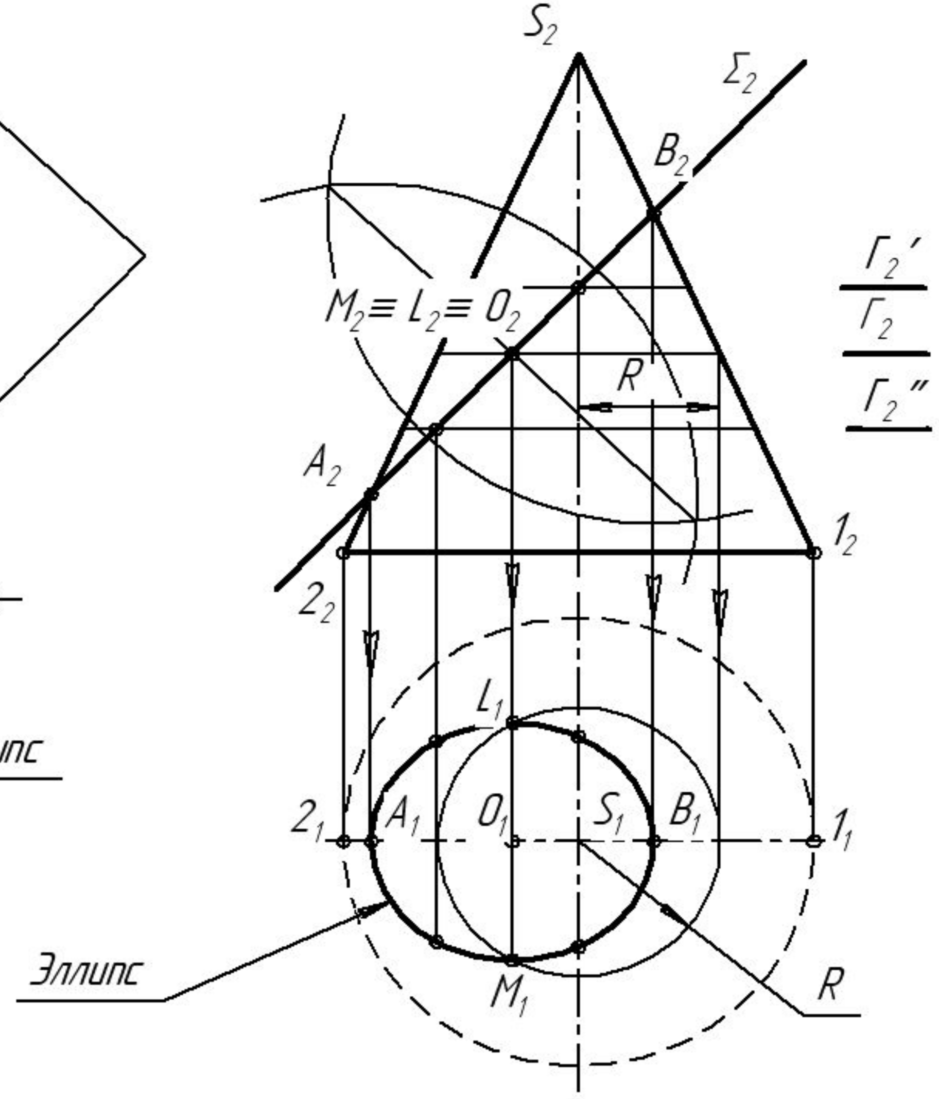
б) эпюр

Пересечение поверхности плоскостью



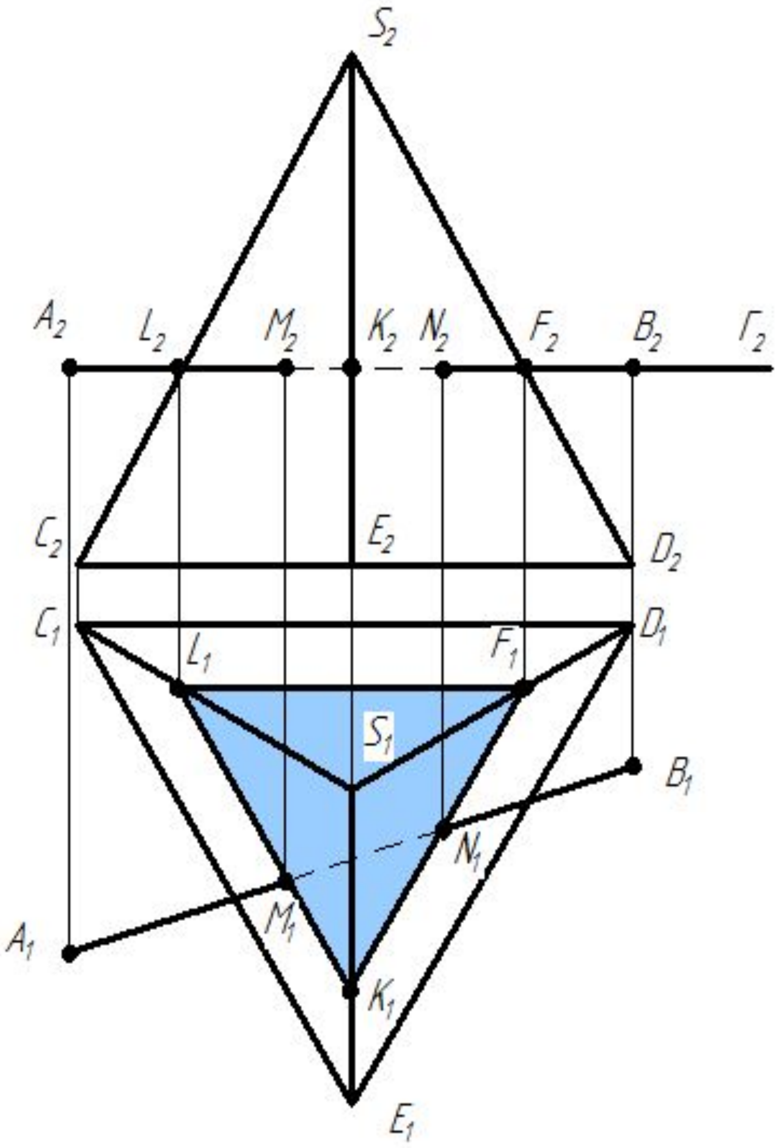


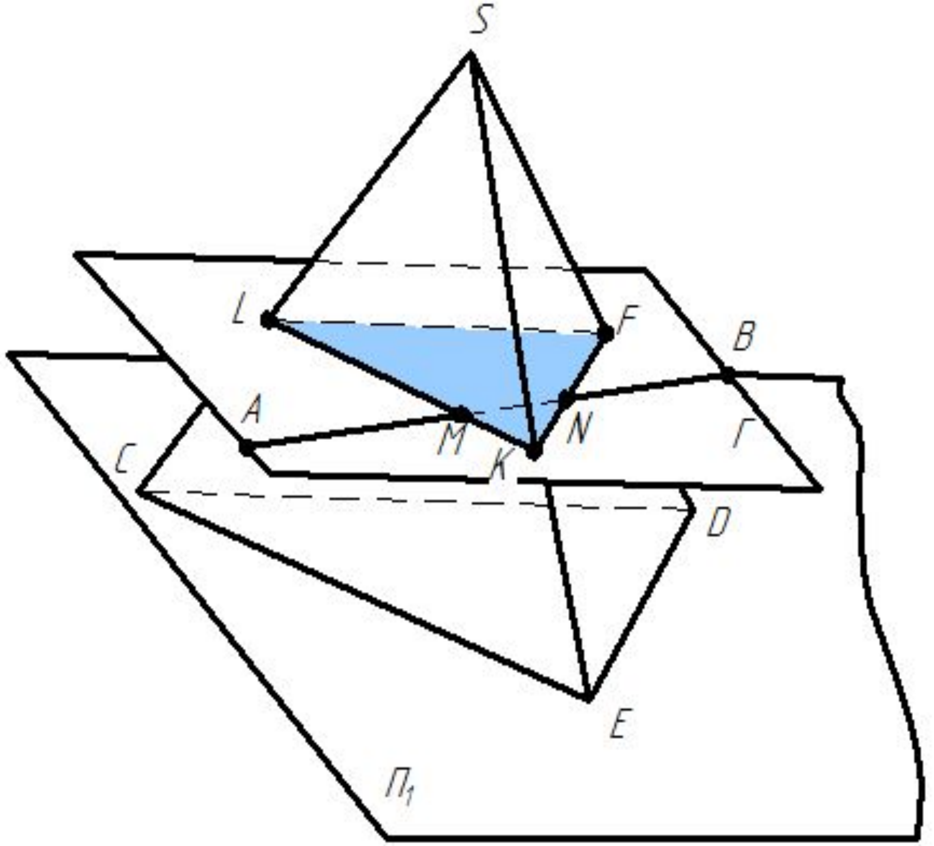
а



б

Пересечение поверхности с





1). $AB \subset Г$, $Г \parallel П_1$ 2). $l(FKL) = Г \cap Ф(SCED)$ 3). $M,K = l(FKL) \cap AB$

ПОЗИЦИОННЫЕ ЗАДАЧИ НА ПОВЕРХНОСТИ

1. Пересечение поверхности плоскостью

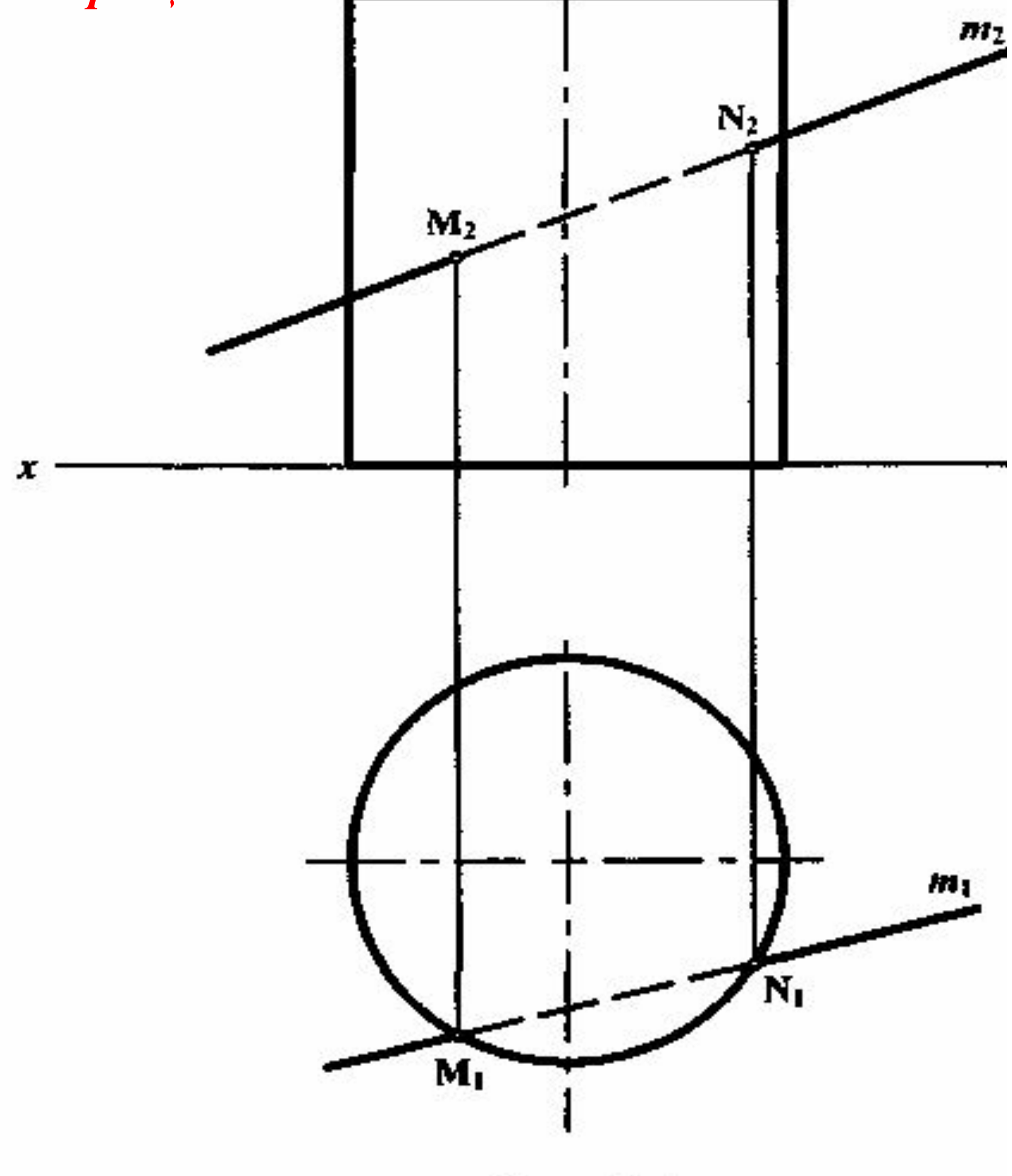
2. Конические сечения

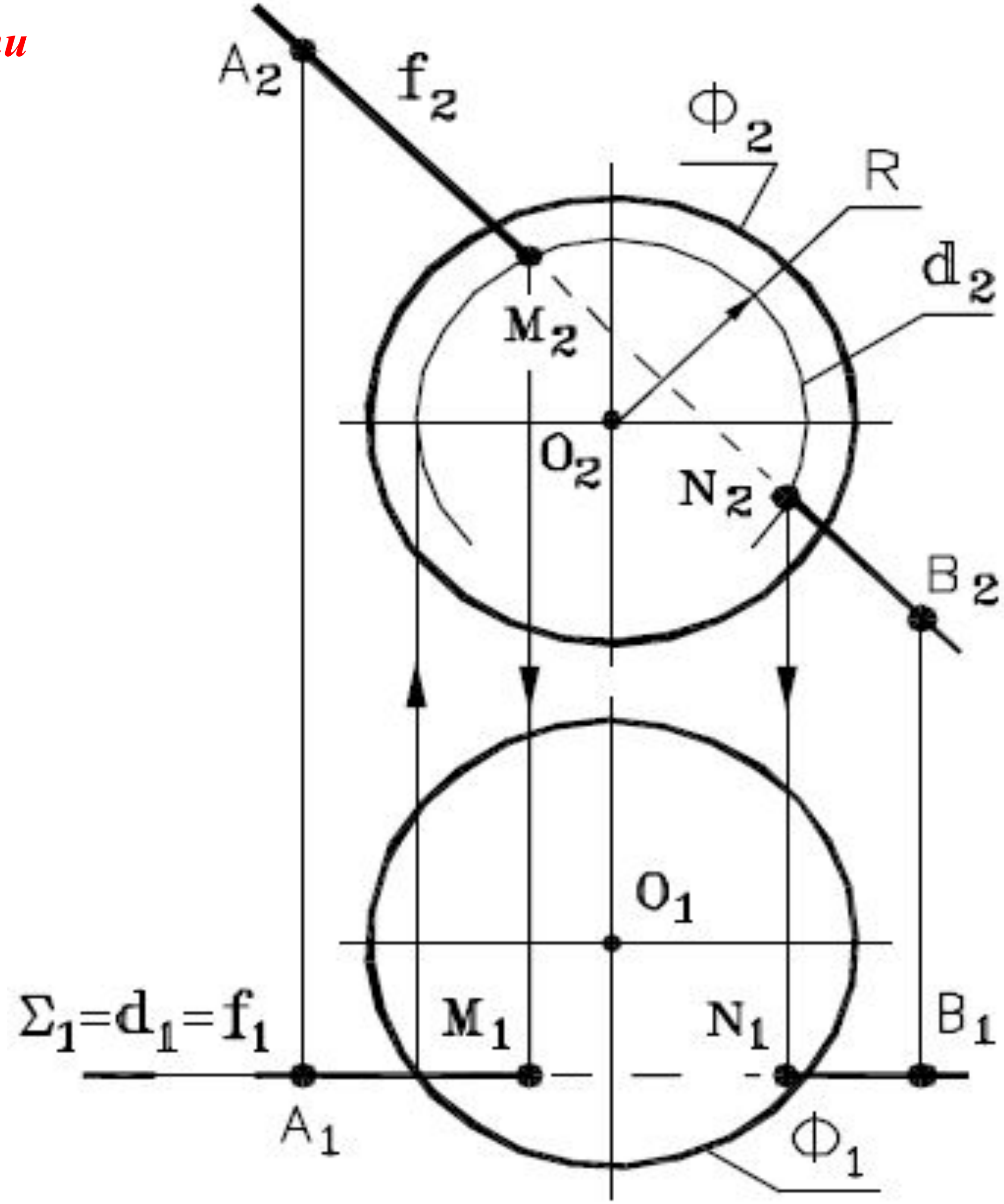
3.Взаимные пересечения поверхностей

В результате пересечения плоскости с кривыми поверхностями получаются плоские кривые линии.

Рассмотрим эту тему на примере пересечения плоскости с поверхностями вращения: цилиндрической, конической и сферической, которые являются *поверхностями второго порядка*. Следовательно, в пересечении их с плоскостью получаются кривые второго порядка – *эллипс*, *гипербола* и *парабола*. И как частный случай – *точка, прямая и окружность* [2].

Пересечение цилиндрической и сферической поверхности вращения





$f \subset \Sigma$, $\Sigma \parallel \Pi_2$, $d=\Sigma \cap \Phi$, $M,N=d \cap AB$

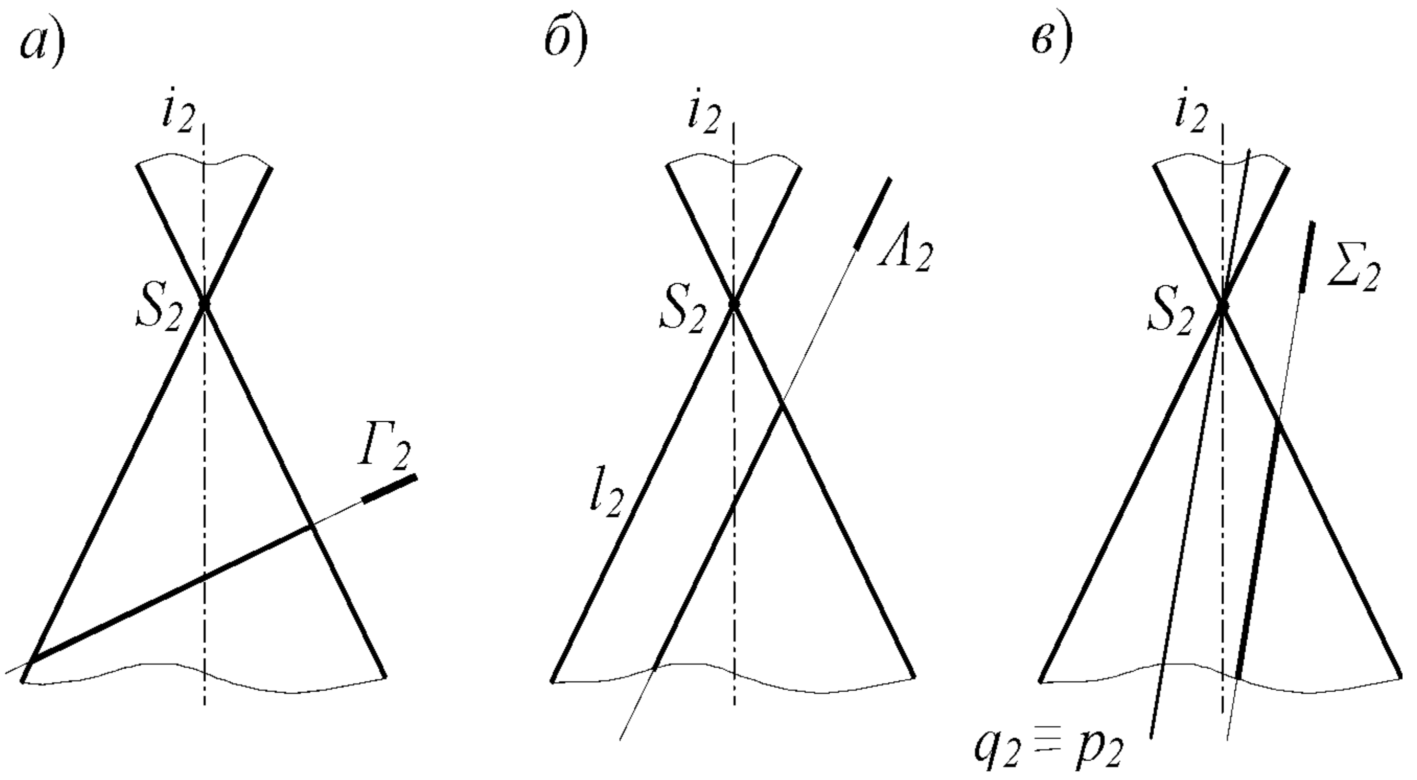
Пересечение конической поверхности вращения с определенным образом ориентированными относительно нее проецирующими плоскостями показаны на фронтальных проекциях комплексного чертежа (рис. 44 *а*, *б* и *в*).

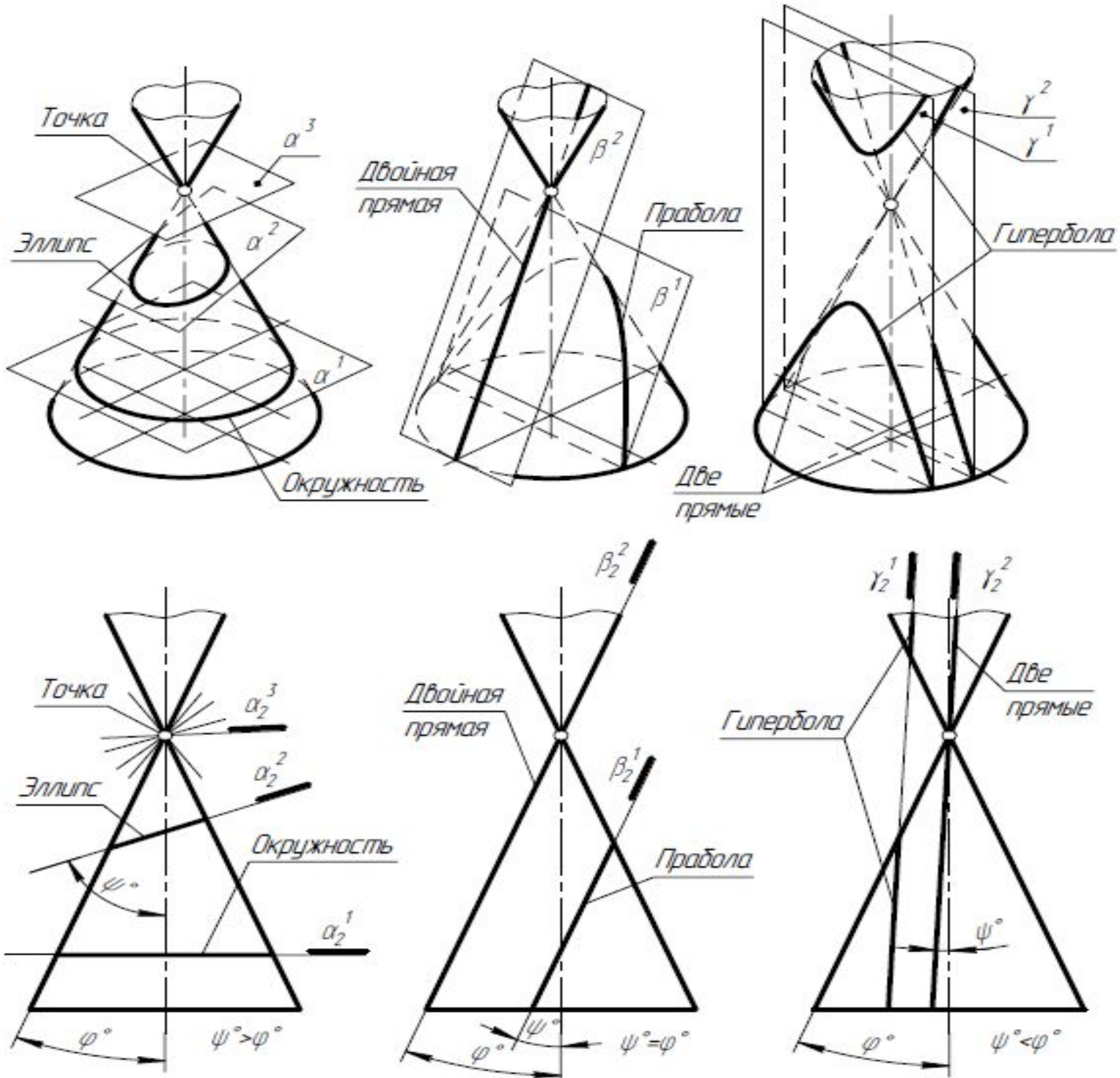
1. Плоскость (Γ) пересекает все образующие конической поверхности, т. е. она не параллельна ни одной из них. В этом варианте сечение представляет собой плоскую, замкнутую кривую линию второго порядка – ***эллипс*** (см. рис. 44, *а*). В частных случаях имеем *окружность* ($\Gamma \perp i$) и *точку* S ($\Gamma \subset S$).

2. Плоскость (Λ) параллельна одной образующей конической поверхности (l). В этом случае сечение представляет собой плоскую, незамкнутую кривую линию второго порядка – ***параболу***, так как заданная плоскость пересекает только одну из двух пол конической поверхности, расположенных по разные стороны от вершины (S) (см. рис. 44, *б*). В частном случае, когда плоскость проходит через вершину конической поверхности ($\Lambda \subset S$) получаем в пересечении ***прямую*** (***l***)

3. Плоскость (Σ) параллельна двум образующим конической поверхности, например, q и p. В этом варианте в сечении получается плоская, незамкнутая кривая линия второго порядка – ***гипербола***, состоящая из двух ветвей, так как заданная плоскость пересекает обе полы конической поверхности (см. рис. 44, *в*). В частном случае имеем ***прямые*** (q и p), если плоскость проходит через вершину конической поверхности ($\Sigma \subset S$).

При пересечении плоскости со сферой получается ***окружность***, которая вырождается в точку в момент касания плоскости и сферы. Если **плоскость проходит через центр сферы**, то в пересечении получится ***окружность***, диаметр которой равен диаметру сферы. Такую окружность называют ***меридианом***.





Точка
Эллипс
Окружность
Двойная прямая
Прабола
Гипербола
Две прямые
α^3
α^2
α^1
β^2
β^1
γ^2
γ^1
α_2^3
α_2^2
α_2^1
β_2^2
β_2^1
γ_2^1
γ_2^2
$\psi°$
$\varphi°$
$\psi°>\varphi°$
$\psi°=\varphi°$
$\psi°<\varphi°$

Характерные и случайные точки линии пересечения поверхностей

Все множество точек, определяющих линию пересечения поверхностей, в начертательной геометрии условно разделяют на две группы.

1. ***Характерные*** (или опорные). Точки, которые выделяются среди множества других своим особым положением на поверхностях и относительно плоскостей проекций. Таких точек в каждой конкретной задаче всегда конечное число.

2. ***Случайные*** (или промежуточные) – точки расположенные между характерными точками.

Характерные точки в свою очередь подразделяют на отдельные группы следующим образом:

- ***экстремальные*** – точки наиболее удаленные и приближенные к плоскостям проекций. Они необходимы в большинстве случаев для определения границ использования выбранного посредника при построении промежуточных точек;
- ***очерковые*** – точки, определяющие границу видимости линии пересечения. Проекции этих точек лежат на соответствующих очерках поверхностей;
- ***особые***, например, концы большой и малой осей эллипса, точки возврата и излома [1].

При построении линии пересечения поверхностей сначала определяют, если это возможно, характерные точки, а затем находят промежуточные точки, количество и плотность которых зависит от кривизны проекций линии пересечения, масштаба чертежа и требуемой точности

Метод секущих плоскостей

1) Ввести вспомогательные секущие плоскости (поверхности) так, чтобы они пересекали две поверхности $Г \cap \Sigma$, $Г \cap \Omega$

2)Построить линии пересечения заданных поверхностей с вспомогательными плоскостями

$m= Г \cap \Sigma$, $n= Г \cap \Omega$

3) Определить точки пересечения построенных линий пересечения

$M, N=m \cap n$

$M, N= \Sigma \cap \Omega$

При решении задач на пересечение поверхностей сначала построить *опорные точки (точки на ребрах)*

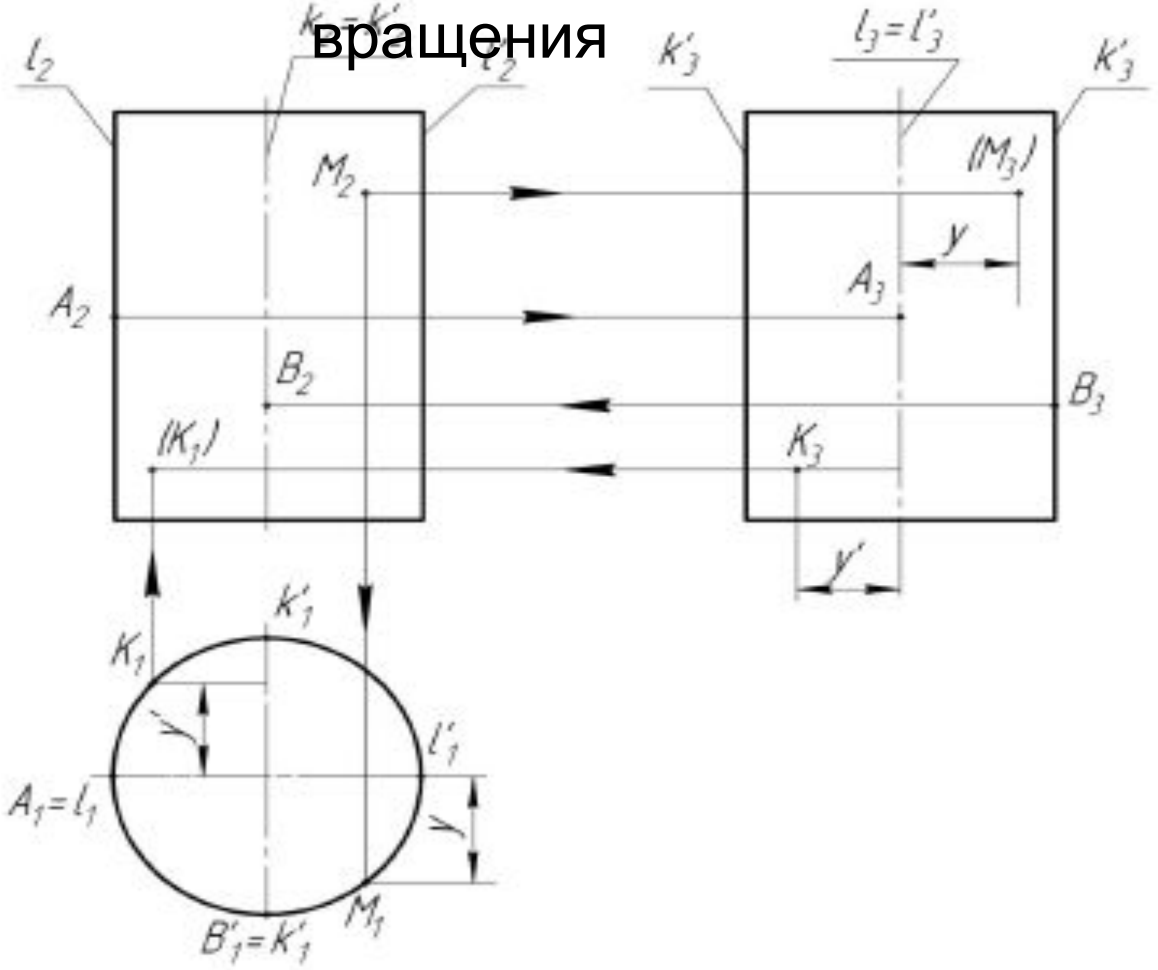
Экстремальные – наивысшая, наинизшая

Точки видимости

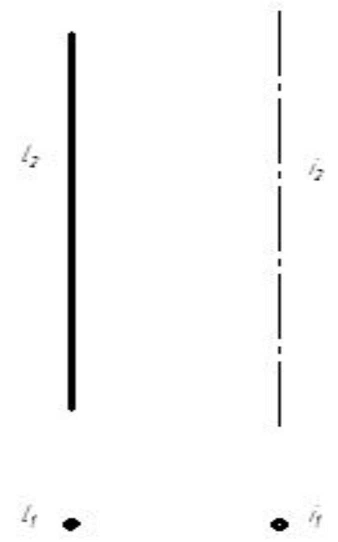
- **Принадлежность точки поверхности**

Точка будет принадлежать поверхности, если ее проекции будут принадлежать проекциям линии, принадлежащей поверхности.

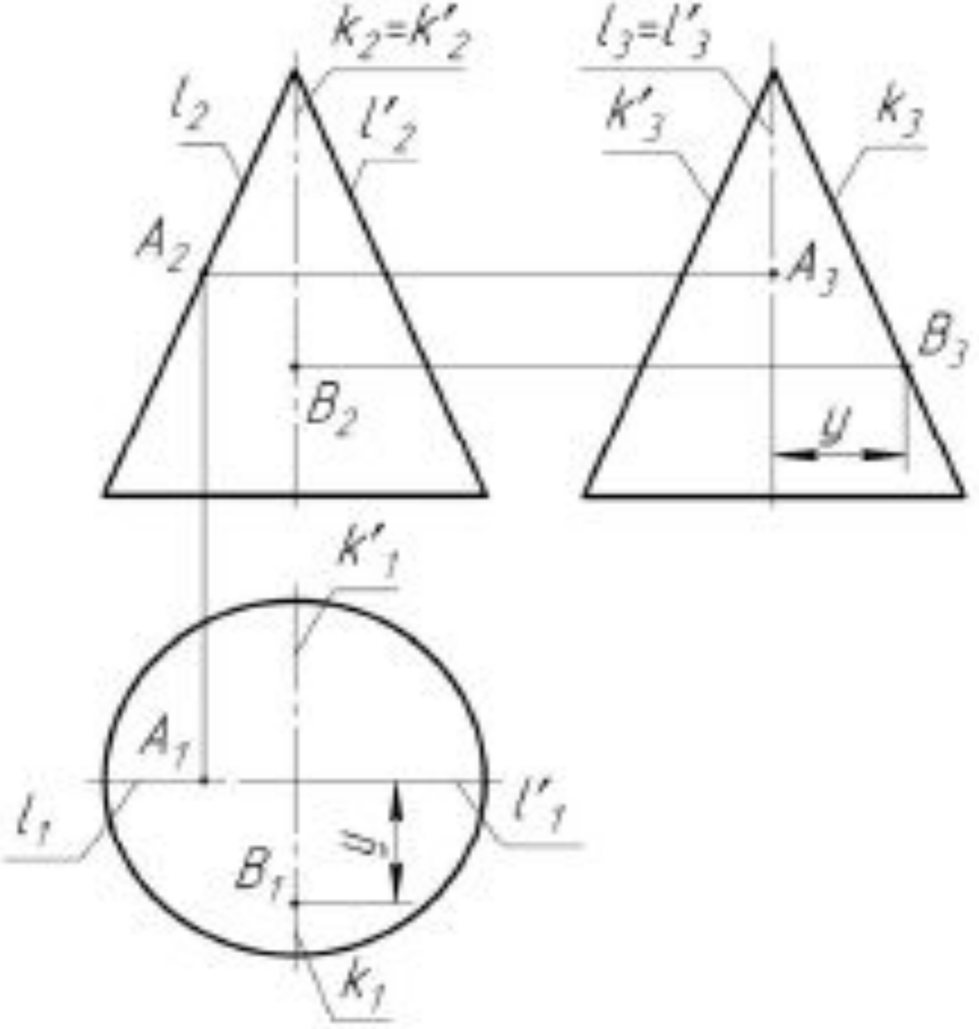
Цилиндр вращения

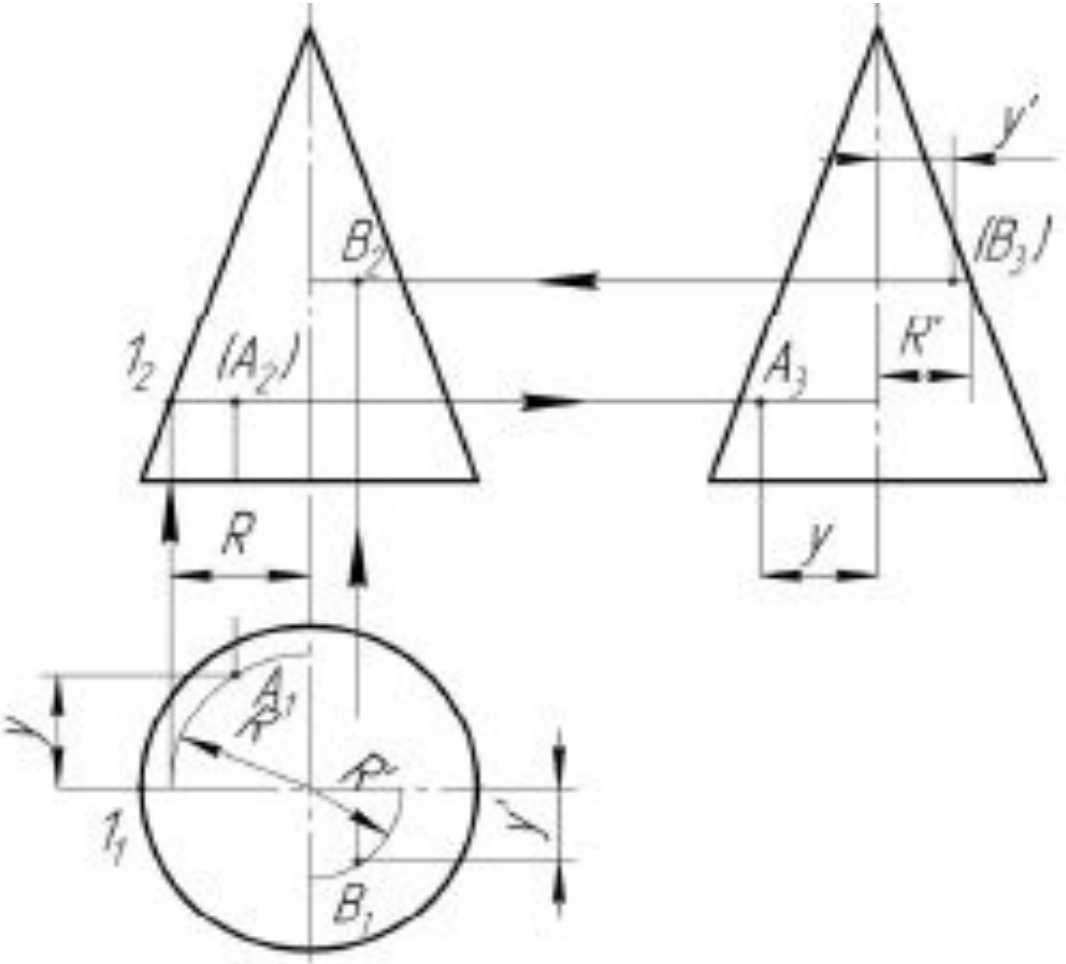


Цилиндр проецирующий

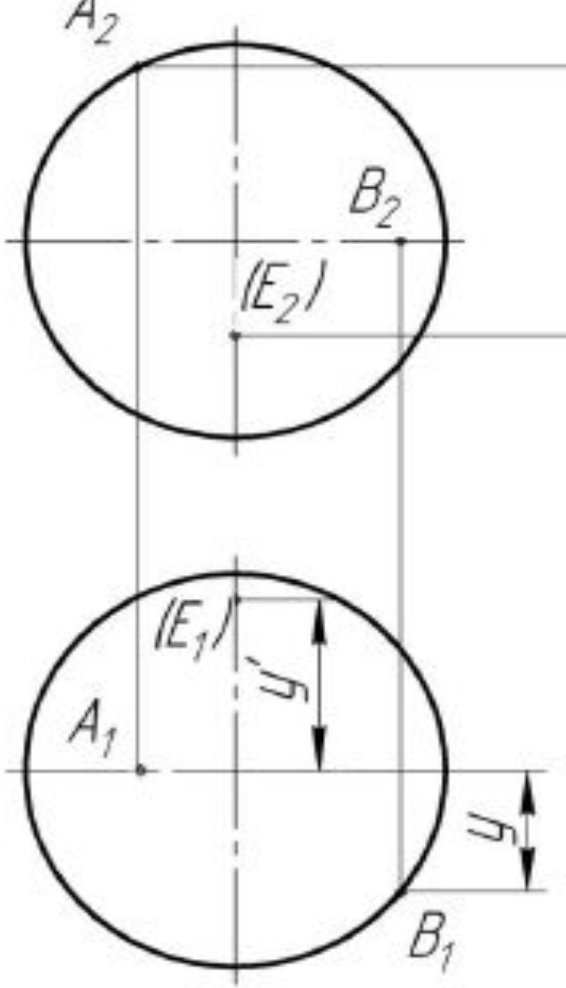


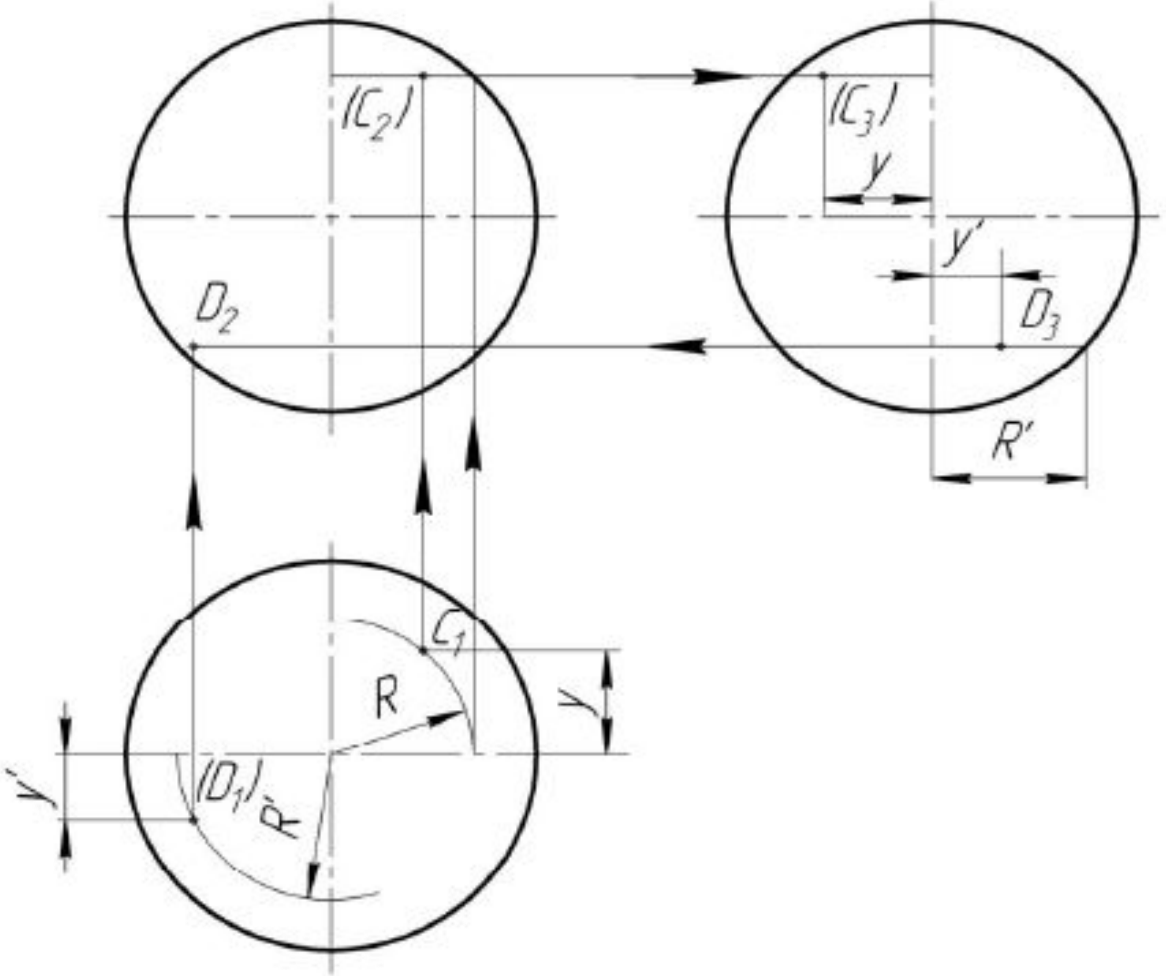
Конус вращения

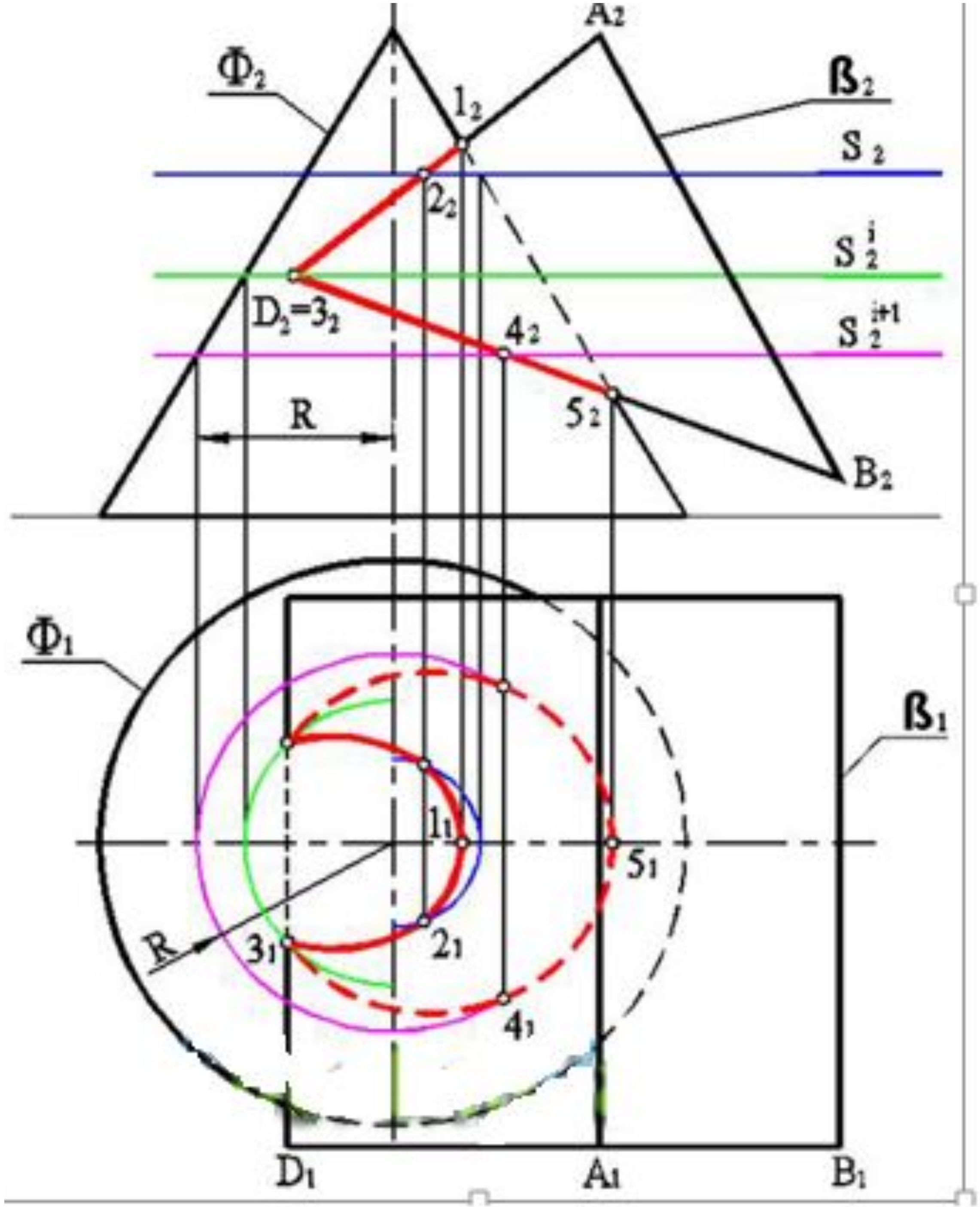




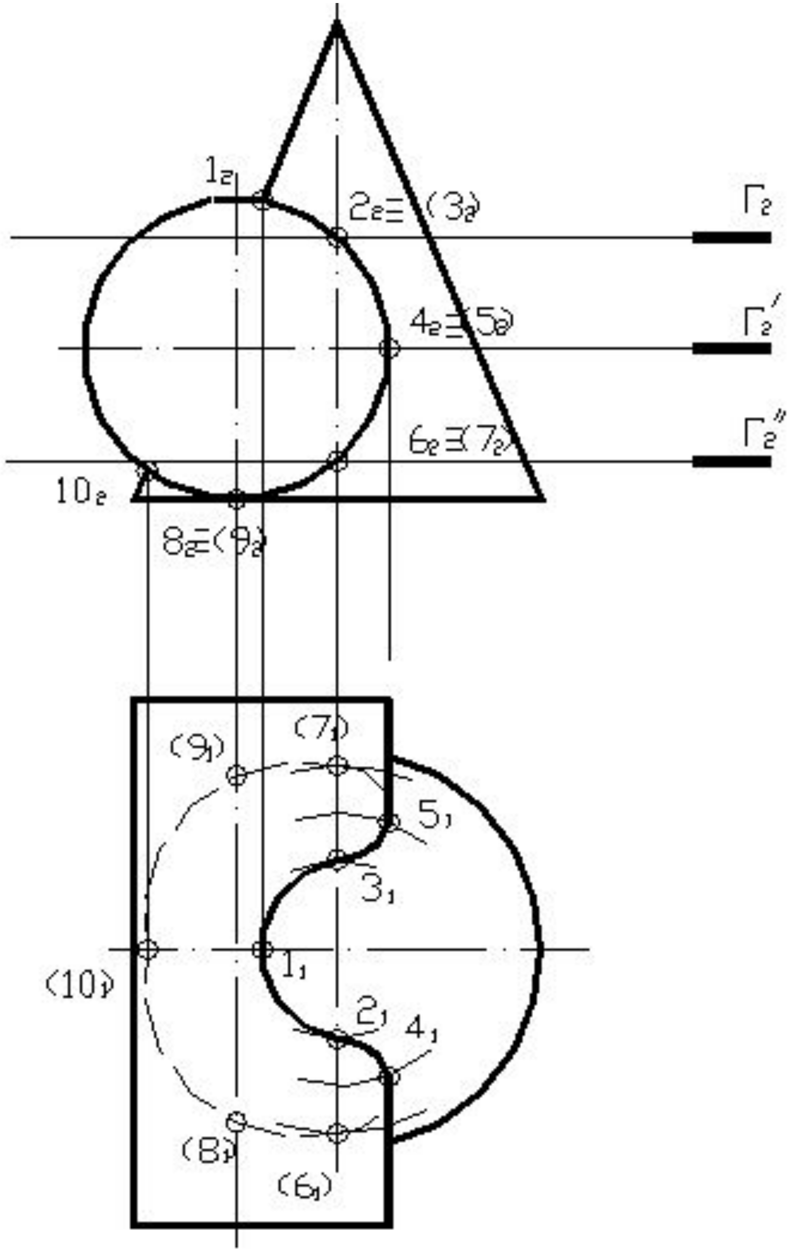
Сфера



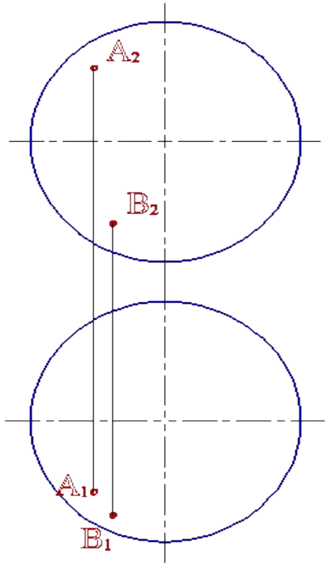


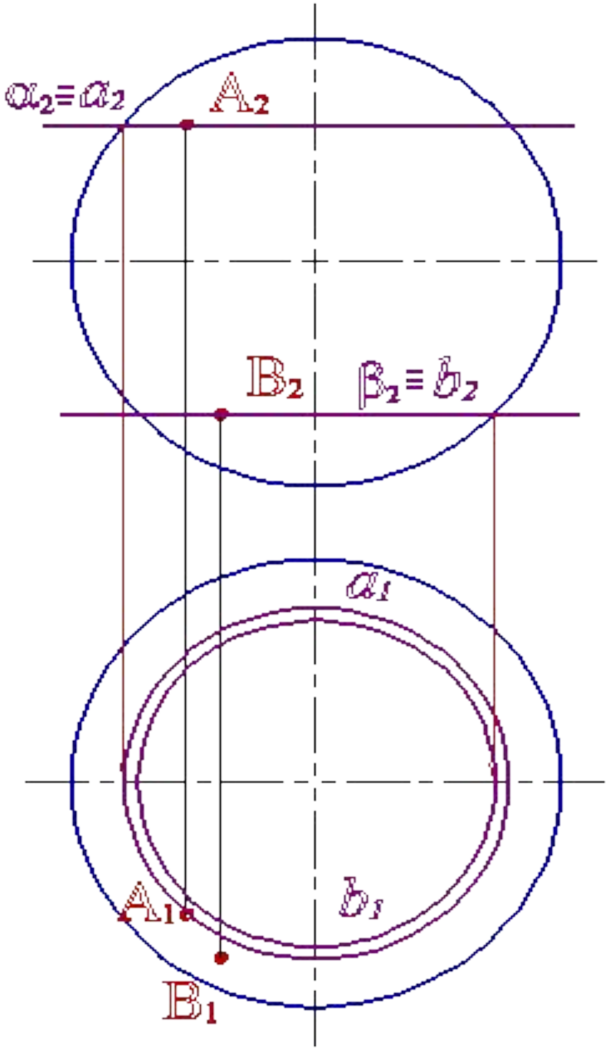


A2
Φ2
ß2
12
S 2
22
S i 2
D2=32
S i+1 2
42
52
R
B2
Φ1
ß1
11
51
R
31
21
41
D1
A1
B1



1_2
$2_2 \equiv (3_2)$
Γ_2
$4_2 \equiv (5_2)$
Γ_2'
$6_2 \equiv (7_2)$
Γ_2''
10_2
$8_2 \equiv (9_2)$
(9_1)
(7_1)
5_1
3_1
(10_1)
1_1
2_1
4_1
(8_1)
(6_1)





Задача

Оценить взаимное расположение точек и поверхности сферы.

Алгоритм решения задачи:

1. Через фронтальные проекции точек ***A*** и ***B*** проводим вспомогательные секущие горизонтальные плоскости $\boldsymbol{\alpha}$ и $\boldsymbol{\beta}$.
2. Строим окружности ***a*** и ***b*** – линии пересечения вспомогательных секущих плоскостей с поверхностью сферы.
3. Оцениваем принадлежность точки поверхности:

- $A_1 \in a_1$, следовательно точка ***A*** принадлежит поверхности сферы;
- $B_1 \notin b_1$, следовательно точка ***B*** не принадлежит поверхности сферы.

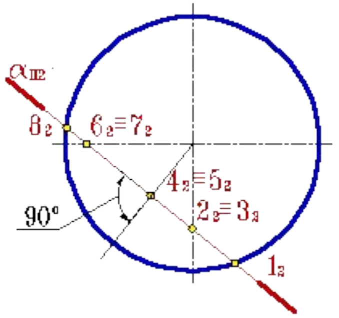
Пересечение поверхности проецирующей плоскостью

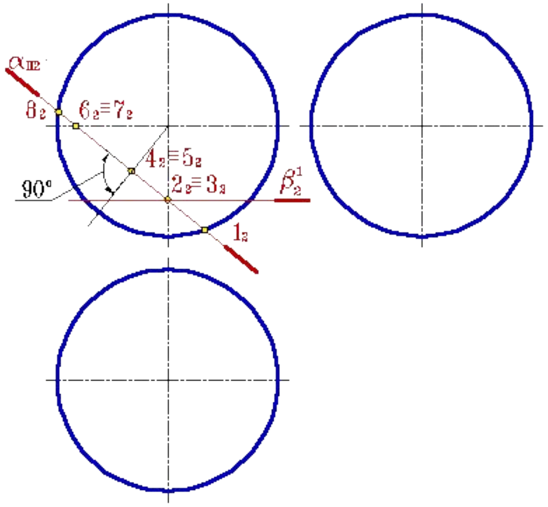
Рассмотрим решение задачи по определению линии пересечения сферы фронтально проецирующей плоскостью $\boldsymbol{\alpha}$.

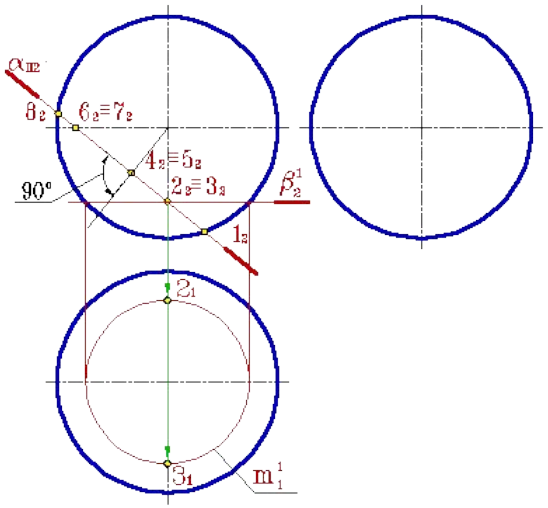
Окружность, по которой плоскость $\boldsymbol{\alpha}$ пересекает сферу, проецируется на плоскости $\boldsymbol{П_1}$ и $\boldsymbol{П_3}$ в эллипс, а на плоскость $\boldsymbol{П_2}$ − в прямую линию, ограниченную очерком сферы.

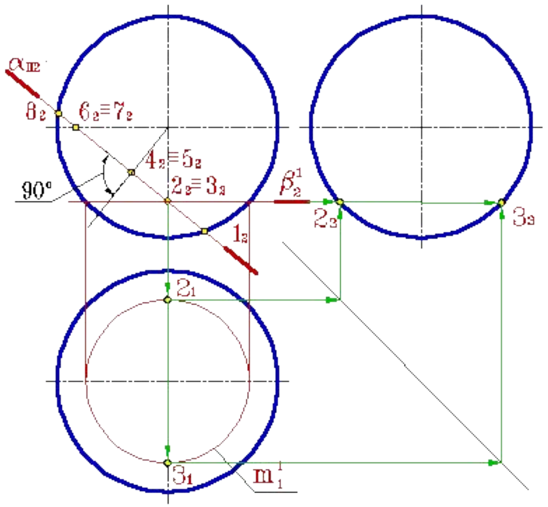
Охарактеризуем выбранные для построения точки:

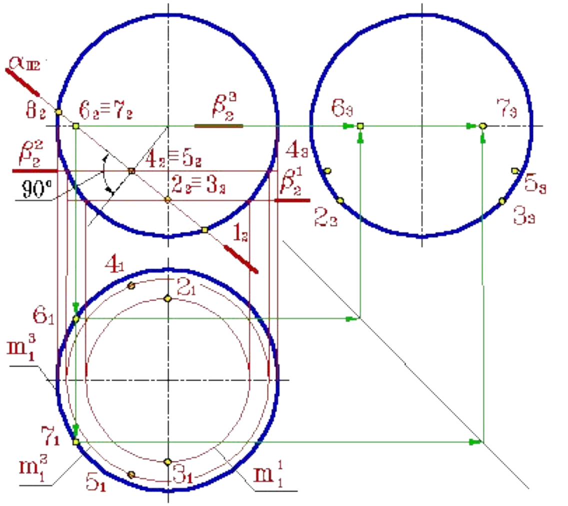
- **1**, **8** − две вершины эллипса, определяющие положение малой оси на горизонтальной и профильной проекциях, их фронтальные проекции определяют пересечение следа плоскости $\boldsymbol{\alpha}$ с очерком сферы. Эти точки являются соответственно высшей и низшей точками сечения.
- **2**, **3** − фронтальные проекции этих точек лежат на вертикальной оси сферы, а профильные проекции − на очерке сферы и определяют зону видимости при построении эллипса на $\boldsymbol{П_3}$.
- **4**, **5** − две вершины эллипса, **определяющие положение большой оси эллипса** на горизонтальной и профильной проекциях. Положение их фронтальной проекции определяет перпендикуляр, опущенный из центра сферы к следу плоскости $\boldsymbol{\alpha}$.
- **6**, **7** − фронтальные проекции этих точек лежат на горизонтальной оси сферы, т.е. принадлежат экватору сферы. Их горизонтальная проекция лежит на очерке сферы и определяет зону видимости при построении эллипса на $\boldsymbol{П_1}$.

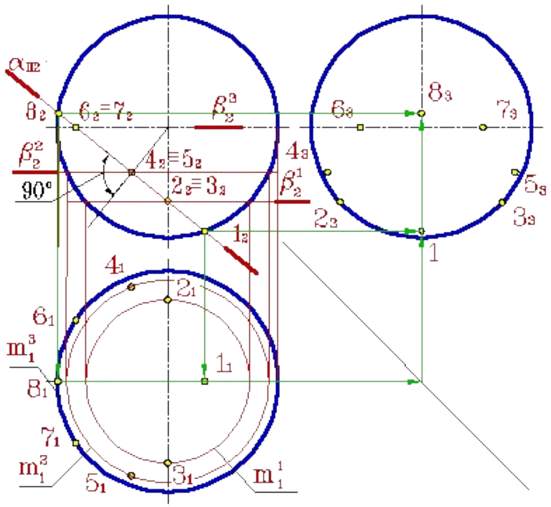

$\alpha_{\Pi 2}$
8_2
$6_2 \equiv 7_2$
$4_2 \equiv 5_2$
$2_2 \equiv 3_2$
1_2
90°

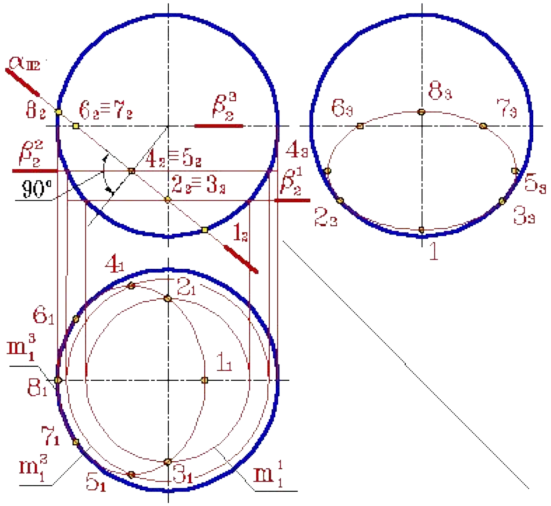

$\alpha_{\Pi 2}$
8_2
$6_2 \equiv 7_2$
$4_2 \equiv 5_2$
$2_2 \equiv 3_2$
β_2^1
1_2
90°

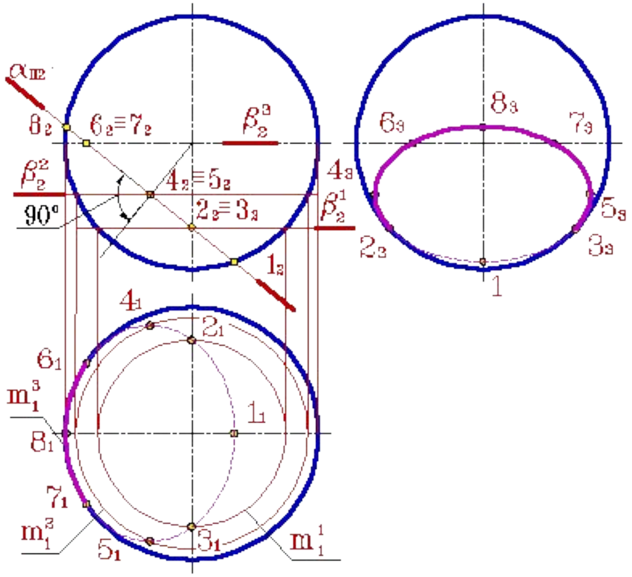

$\alpha_{\Pi 2}$
8_2
$6_2 \equiv 7_2$
$4_2 \equiv 5_2$
$2_2 \equiv 3_2$
β_2^1
1_2
90°
2_1
3_1
m_1^1


$\alpha_{\Pi 2}$
8_2
$6_2 \equiv 7_2$
$4_2 \equiv 5_2$
$2_2 \equiv 3_2$
β_2^1
2_3
3_3
1_2
90°
2_1
3_1
m_1^1


$\alpha_{\Pi 2}$
8_2
$6_2 \equiv 7_2$
β_2^3
6_3
7_3
β_2^2
$4_2 \equiv 5_2$
4_3
5_3
90°
$2_2 \equiv 3_2$
β_2^1
2_3
3_3
1_2
4_1
2_1
6_1
m_1^3
7_1
m_1^2
5_1
3_1
m_1^1


$\alpha_{\Pi 2}$
8_2
$6_2 \equiv 7_2$
β_2^3
6_3
8_3
7_3
β_2^2
$4_2 \equiv 5_2$
4_3
5_3
90°
$2_2 \equiv 3_2$
β_2^1
2_3
3_3
1_2
1
4_1
2_1
6_1
m_1^3
1_1
8_1
7_1
m_1^2
5_1
3_1
m_1^1


$\alpha_{\Pi 2}$
8_2
$6_2 \equiv 7_2$
β_2^3
β_2^2
$4_2 \equiv 5_2$
$90°$
$2_2 \equiv 3_2$
4_3
β_2^1
1_2
6_3
8_3
7_3
5_3
2_3
3_3
1
4_1
2_1
6_1
m_1^3
1_1
8_1
7_1
m_1^2
5_1
3_1
m_1^1


$\alpha_{\Pi 2}$
8_2
$6_2 \equiv 7_2$
β_2^3
β_2^2
$4_2 \equiv 5_2$
$90°$
$2_2 \equiv 3_2$
4_3
β_2^1
1_2
6_3
8_3
7_3
5_3
2_3
3_3
1
4_1
2_1
6_1
m_1^3
1_1
8_1
7_1
m_1^2
5_1
3_1
m_1^1

ВЗАИМНОЕ ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ПОВЕРХНОСТЕЙ

Взаимное пересечение поверхностей − позиционная задача, решаемая с использованием **метода вспомогательных секущих поверхностей-посредников.**

Линией пересечения двух поверхностей является **множество точек, общих для данных поверхностей.** Из этого множества выделяют характерные (опорные или главные) точки, с которых следует начинать построение данной линии. Они позволяют увидеть, в каких границах можно изменять положение вспомогательных секущих поверхностей для определения остальных точек.

К таким точкам относятся: ***экстремальные*** точки − верхняя и нижняя точки относительно той или иной плоскости проекций; точки, ***расположенные на очерковых образующих*** некоторых поверхностей; ***точки границы зоны видимости*** и т.д.

Следует иметь в виду, что ***линия пересечения двух поверхностей в проекциях всегда располагается в пределах контура наложения проекций двух пересекающихся поверхностей.***

ПЕРЕСЕЧЕНИЕ КОНУСА И ПРИЗМЫ

Задача

Построить линию пересечения прямого кругового конуса и треугольной призмы.

Все грани призмы − фронтально проецирующие плоскости, поэтому решение задачи сводится к нахождению линий пересечения граней призмы с поверхностью конуса, которыми в данном случае являются окружность, эллипс и гипербола.

В этом случае призму можно рассматривать, как три плоскости ***α, β, γ,*** проходящие через ее грани, а задача сводится к нахождению линий пересечения этих плоскостей с конусом. При этом в соответствии с характерными сечениями конуса известно, что плоскость ***α*** пересекает конус по окружности параллельной $\boldsymbol{\Pi_1}$, ***β -*** по гиперболе параллельной $\boldsymbol{\Pi_3}$, а ***γ*** - по эллипсу.

На плоскость $\boldsymbol{\Pi_2}$ линии пересечения от всех плоскостей проецируются в прямые, совпадающие со следами плоскостей ***α, β,*** и ***γ***.

Для построения проекций этих линий на плоскости $\boldsymbol{\Pi_1}$ **и** $\boldsymbol{\Pi_3}$ ***отметим характерные точки***, на уже имеющейся фронтальной проекции линий пересечения:

точки **1** и **6** – пересечения плоскости ***γ*** с очерком проекции конуса на плоскость $\boldsymbol{\Pi_2}$ (главным меридианом), эти точки определяют положение большой оси эллипса, кроме того точка $\mathbf{1_2}$ –проекция точки вершины гиперболы и одновременно принадлежит конусу (лежит на очерке фронтальной проекции конуса) и ребру призмы (линии пересечения плоскостей ***α*** и ***β***), а точка $\mathbf{6_2}$**-** проекция точки, одновременно принадлежащей конусу и ребру призмы (линии пересечения плоскостей ***α*** и ***γ***);

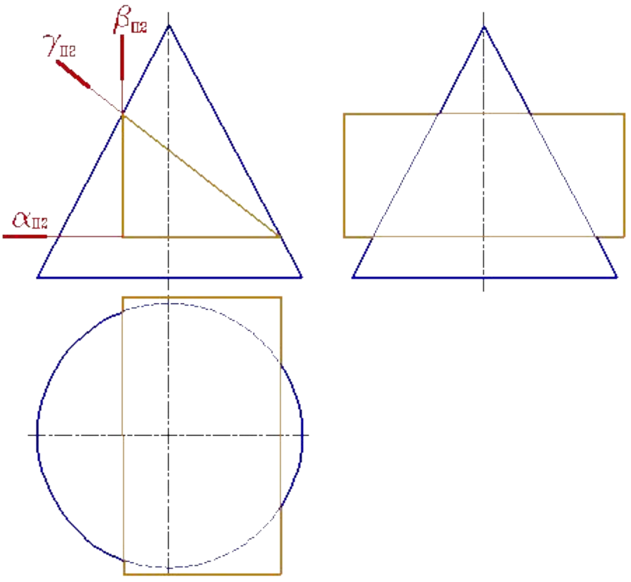
точки **2**, **3, 7** и **8** – характерны тем, что их профильные проекции лежат на очерке проекции конуса;

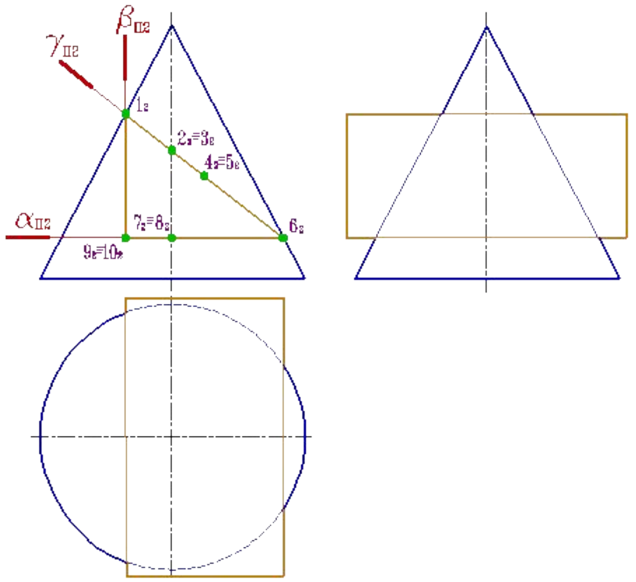
4, 5- точки, лежащие на середине отрезка **[1,6]** (большой оси эллипса) и определяют положение малой оси эллипса;

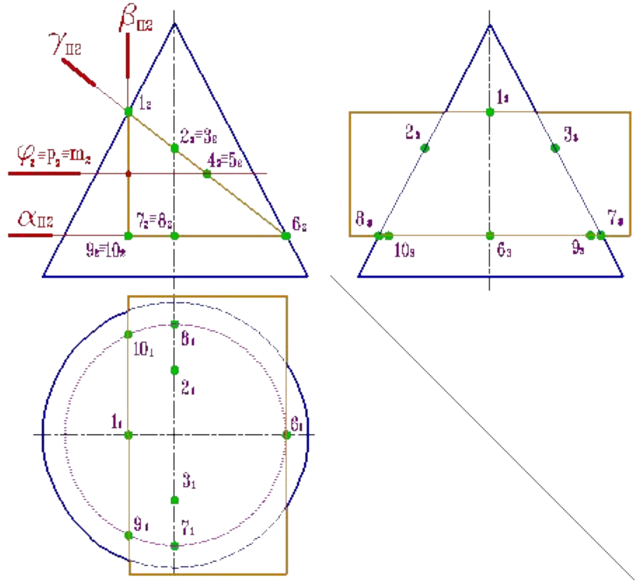
точки **9, 10** – одновременно принадлежащие конусу и ребру призмы (образованному пересечением плоскостей ***α*** и ***β***).

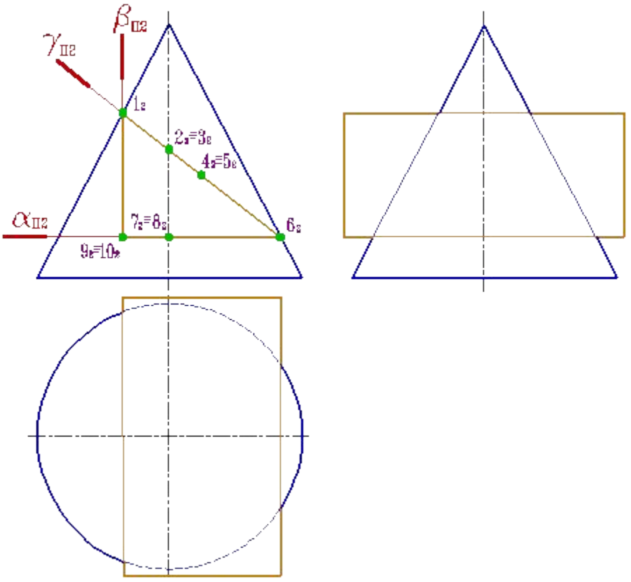
Рассмотрим последовательность нахождения проекций точек **4** и **5.** Через фронтальные проекции этих точек проведем вспомогательную секущую плоскость **φ.** Эта плоскость пересекает конус по параллели ***p***, а грань призмы по прямой линии ***m***, параллельной ребру. На горизонтальной плоскости проекций пересечение $\boldsymbol{p_1}$ и $\boldsymbol{m_1}$ определяют положение точек $\mathbf{4_1}$ и $\mathbf{5_1}$.

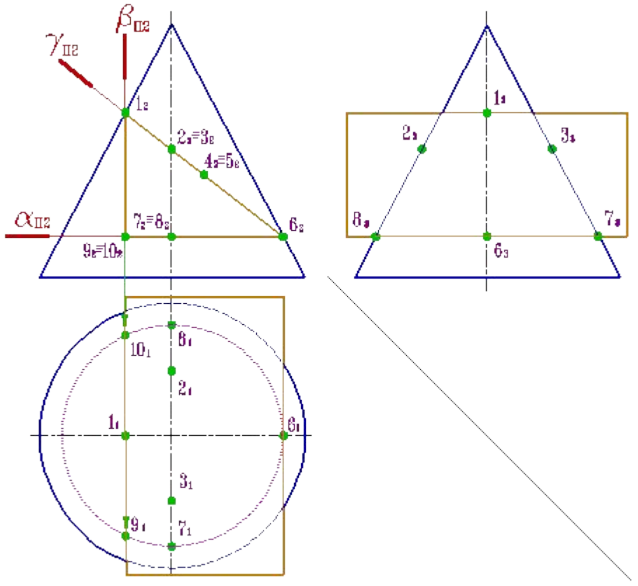
Для точного построения кривых линий пересечения поверхностей обозначенных точек не достаточно. После нахождения проекций всех точек их необходимо соединить с учетом видимости

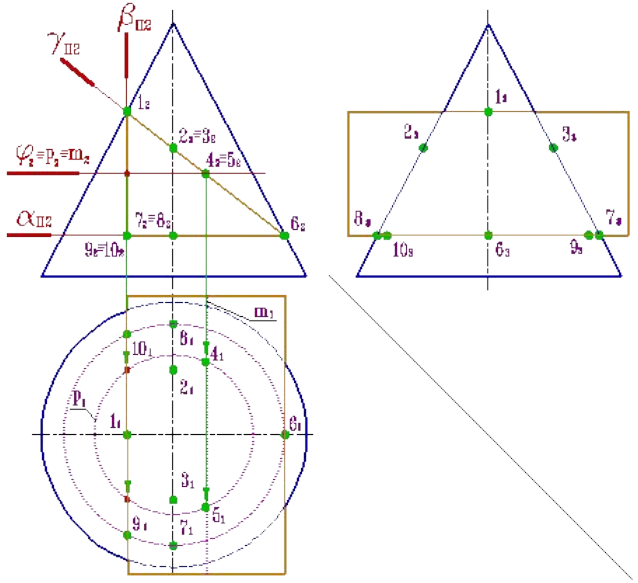

βП2
γП2
αП2

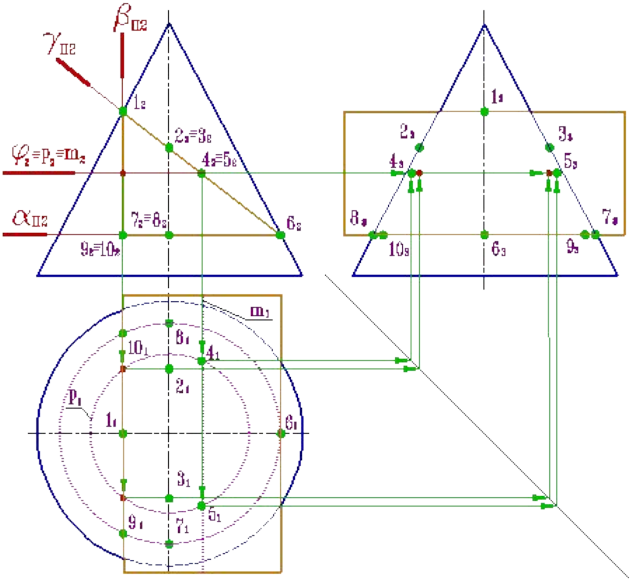

βП2
γП2
αП2
1₂
2₂≡3₂
4₂≡5₂
6₂
7₂≡8₂
9₂≡10₂

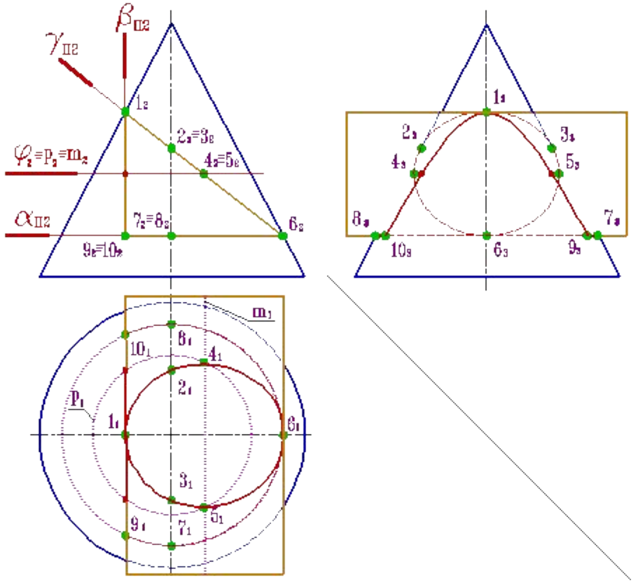

βП2
γП2
φ₂≡p₂≡m₂
αП2
1₂
2₂≡3₂
4₂≡5₂
6₂
7₂≡8₂
9₂≡10₂
1₃
2₃
3₃
8₃
7₃
10₃
6₃
9₃
10₁
8₁
2₁
1₁
6₁
3₁
9₁
7₁


βП2
γП2
αП2
1₂
2₂≡3₂
4₂≡5₂
6₂
7₂≡8₂
9₂≡10₂


βП2
γП2
αП2
1₂
2₂≡3₂
4₂≡5₂
6₂
7₂≡8₂
9₂≡10₂
1₃
2₃
3₃
8₃
7₃
6₃
10₁
8₁
2₁
1₁
6₁
3₁
9₁
7₁


βП2
γП2
φ₂≡p₂≡m₂
αП2
1₂
2₂≡3₂
4₂≡5₂
6₂
7₂≡8₂
9₂≡10₂
1₃
2₃
3₃
8₃
7₃
10₃
6₃
9₃
m₁
10₁
8₁
4₁
2₁
p₁
1₁
6₁
3₁
5₁
9₁
7₁


$\gamma_{\Pi 2}$
$\beta_{\Pi 2}$
1_2
$2_2 \equiv 3_2$
$\varphi_2 \equiv p_2 \equiv m_2$
$4_2 \equiv 5_2$
$\alpha_{\Pi 2}$
$7_2 \equiv 8_2$
6_2
$9_2 \equiv 10_2$
1_3
2_3
3_3
4_3
5_3
8_3
7_3
10_3
6_3
9_3
m_1
8_1
10_1
4_1
2_1
p_1
1_1
6_1
3_1
5_1
9_1
7_1


$\gamma_{\Pi 2}$
$\beta_{\Pi 2}$
1_2
$2_2 \equiv 3_2$
$\varphi_2 \equiv p_2 \equiv m_2$
$4_2 \equiv 5_2$
$\alpha_{\Pi 2}$
$7_2 \equiv 8_2$
6_2
$9_2 \equiv 10_2$
1_3
2_3
3_3
4_3
5_3
8_3
7_3
10_3
6_3
9_3
m_1
8_1
10_1
4_1
2_1
p_1
1_1
6_1
3_1
5_1
9_1
7_1