

# Дисперсионный анализ

Д.С. Дружинин

- Основной целью дисперсионного анализа является исследование значимости различия между средними. Если вы просто сравниваете средние в двух выборках, дисперсионный анализ даст тот же результат, что и обычный  $t$ -критерий для независимых выборок (если сравниваются две независимые группы объектов или наблюдений) или  $t$ -критерий для зависимых выборок (если сравниваются две переменные на одном и том же множестве объектов или наблюдений).
- **Откуда произошло название *Дисперсионный анализ*?** Может показаться странным, что процедура сравнения средних называется дисперсионным анализом. В действительности, это связано с тем, что при исследовании статистической значимости различия между средними двух (или нескольких) групп, мы на самом деле сравниваем (т. е. анализируем) выборочные дисперсии. Фундаментальная концепция дисперсионного анализа предложена Фишером в 1920 году. Возможно, более естественным был бы термин анализ суммы квадратов или анализ вариации, но в силу традиции употребляется термин дисперсионный анализ.

# Зависимые и независимые переменные

- Переменные, значения которых определяются с помощью измерений в ходе эксперимента (например, балл, набранный при тестировании), называются *зависимыми* переменными.
- Переменные, которыми можно управлять при проведении эксперимента (например, методы обучения или другие критерии, позволяющие разделить наблюдения на группы или классифицировать) называются *факторами* или *независимыми* переменными. Более подробно эти понятия описаны в разделе *Элементарные понятия статистики*

# SS - ошибка

- **SS ошибок и SS эффекта.** Внутригрупповая изменчивость (*SS*) обычно называется остаточной компонентой или дисперсией *ошибки*. Это означает, что обычно при проведении эксперимента она не может быть предсказана или объяснена. С другой стороны, *SS эффекта* (или компоненту дисперсии между группами) можно объяснить различием между средними значениями в группах.
- Иными словами, принадлежность к некоторой группе *объясняет* межгрупповую изменчивость, т.к. нам известно, что эти группы обладают разными средними значениями.

- **Проверка значимости** Проверка значимости в дисперсионном анализе основана на сравнении компоненты дисперсии, обусловленной межгрупповым разбросом (называемой *средним квадратом эффекта* или *MS эффект*) и компоненты дисперсии, обусловленной внутригрупповым разбросом (называемой *средним квадратом ошибки* или *MS ошибка*; эти термины были впервые использованы в работе Edgeworth, 1885). Если верна нулевая гипотеза (равенство средних в двух популяциях), то можно ожидать сравнительно небольшое различие выборочных средних из-за чисто случайной изменчивости. Поэтому, при нулевой гипотезе, внутригрупповая дисперсия будет практически совпадать с общей дисперсией, подсчитанной без учета групповой принадлежности.
- Полученные внутригрупповые дисперсии можно сравнить с помощью F-критерия, проверяющего, действительно ли отношение дисперсий значимо больше 1.

- **Основная логика дисперсионного анализа.** Подводя итоги, можно сказать, что целью дисперсионного анализа является проверка статистической значимости различия между средними (для групп или переменных).
- Эта проверка проводится с помощью разбиения суммы квадратов на компоненты, т.е. с помощью разбиения общей дисперсии (вариации) на части, одна из которых обусловлена случайной ошибкой (то есть внутригрупповой изменчивостью), а вторая связана с различием средних значений.
- Последняя компонента дисперсии затем используется для анализа статистической значимости различия между средними значениями. Если это различие *значимо*, нулевая гипотеза *отвергается* и принимается альтернативная гипотеза о существовании различия между средними.