Теория вероятностей и математическая статистика «СЛУЧАЙНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ» практика 6

Тюрнева Т.Г.,
доцент ИМЭИ ИГУ

Равномерное распределение на конечном множестве

Задача 1.

Сколько в среднем очков выпадет при подбрасывании игральной кости?

Какая в среднем сумма очков выпадет при подбрасывании десяти игральных костей?

Задача 2.

Из колоды карт (36 листов) наугад без возвращения достают по одной карте до тех пор, пока не попадется дама пик. Сколько в среднем карт придется извлечь из колоды?

Равномерное распределение на конечном множестве

x_i	x_1	x_2	…	x_n
p_i			…	

x_i	1	2	…	n
p_i			…	

$$MX = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \cdots + x_n)$$

$$MX = \frac{n+1}{2}$$

$$DX = \frac{n^2 - 1}{12}$$

Биномиальное распределение с параметрами *n* и *p*

- $P(X{=}к) = C_n^k\, p^k q^{n-k}$;
- $0 < p < 1,\ q = 1 - p,$
  $k = 0,1,2,\dots n.$
- $MX = np,\ DX = npq.$

Параметры:

- *n* – число последовательных независимых испытаний;
- *p* - вероятность успеха в отдельном испытании.

Случайная величина:

- ***X – число успехов в n испытаниях.***

Биномиальное распределение с параметрами *n* и *p*

Задача 3.

Может ли случайная величина X иметь биномиальное распределение вероятностей, если:

MX = 6, DX = 3; MX = 7, DX = 4.

Задача 4.

Данным маршрутом автобуса пользуются 24 человека. Но каждый из них опаздывает на автобус с вероятностью 0,2. Определите:

а) среднее число пассажиров в автобусе данного маршрута;

б) наиболее вероятное число пассажиров в автобусе данного маршрута.

Приближенные вычисления

P(X=к) = $C_n^k p^k q^{n-k}$

$n \le 25 - 30$

$n \to \infty$

нормальная аппроксимация

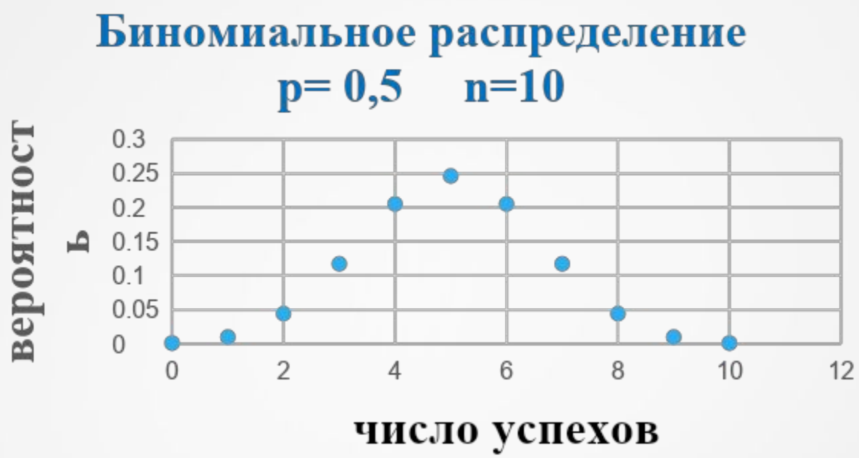
$0,1 \le p \le 0,9$

$npq \ge 5$

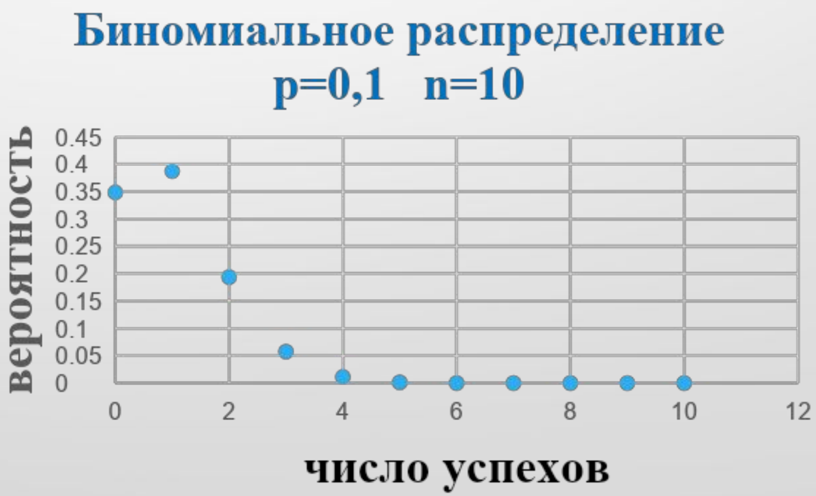
пуассоновское приближение

$p < 0,1$

0	0,000977
1	0,009766
2	0,043945
3	0,117188
4	0,205078
5	0,246094
6	0,205078
7	0,117188
8	0,043945
9	0,009766
10	0,000977



0	0,348678
1	0,38742
2	0,19371
3	0,057396
4	0,01116
5	0,001488
6	0,000138
7	8,75E-06
8	3,65E-07
9	9E-09
10	1E-10



Распределение Пуассона с параметром λ

- $P(X = k) = \dfrac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!}$;
- $k = 0, 1, 2, \dots .$
- $MX = DX = \lambda.$

ТАБЛИЦЫ

- **Теорема Пуассона.**

Если $n \to \infty, p \to 0$ так, что $np \to \lambda, 0 < \lambda < \infty$, то

$$C_n^k p^k q^{n-k} \to \frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!}$$

- при любом фиксированном $k = 0, 1, 2, \dots .$

Область применения:

теория массового обслуживания, страхование и т.д.

Распределение Пуассона с параметром λ

Задача 5.

Завод отправил на базу 2000 изделий. Вероятность того, что изделие (независимо от других изделий) в пути повреждается, равна 0,0005. Оцените вероятность того, что среди доставленных на базу изделий поврежденных изделий будет:

- ровно одно;
- менее двух;
- хотя бы одно;
- не более 0,1 %.

Распределение Пуассона с параметром λ

Задача 6.

При выпечке булочек с изюмом случается (с вероятностью 0,003), что в булочку не попадает ни одной изюминки. Оцените вероятность того, что в партии из 1000 булочек:

- нет булочек без изюминок;
- имеется ровно три булочки без изюминок;
- имеется не менее трех булочек без изюминок.

Геометрическое распределение с параметром *p*

Задача 7.

Вероятность попадания стрелка в мишень равна 0,6. Стрелок ведет стрельбу по мишени **до первого** попадания. Запишите закон распределения с.в. X. X - число израсходованных патронов до первого попадания. Вычислить MX и DX.

Геометрическое распределение с параметром *p*

- $P(X = k) = q^{k-1}p;$

$0 < p < 1, \qquad q = 1 - p,$

$k = 1, 2, \ldots .$

- $MX = \dfrac{1}{p}; \quad DX = \dfrac{q}{p^2}$

Параметр:

- *p* – вероятность успеха в отдельном испытании.

Случайная величина:

- ***X* – число испытаний в схеме Бернулли до первого успеха (включая это успешное испытание).**