



# ТЕОРЕМЫ ТЗ

1. Вырожденность системы ограничений закрытой ТЗ
2. Существование допустимого плана
3. Существование опорного плана



# 1. Вырожденность системы ограничений закрытой ТЗ

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} = b_j, \quad j = \overline{1, n}, \quad (1)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = a_i, \quad i = \overline{1, m}. \quad (2)$$

---

$$\sum_i a_i = \sum_j b_j = D, \quad (3)$$

Суммируя ограничения (1), получим:

$$\sum_j \sum_{i=1}^m x_{ij} = \sum_j b_j, \Rightarrow \sum_{i,j} x_{ij} = D,$$

Суммируя ограничения (2), получим:

$$\sum_i \sum_{j=1}^n x_{ij} = \sum_i a_i, \Rightarrow \sum_{i,j} x_{ij} = D.$$

Ранг системы (1, 2) равен

$$r = m + n - 1$$

## 2. Существование допустимого плана

Пусть  $x_{ij} = \frac{a_i b_j}{D}; \quad i = \overline{1, m}; \quad j = \overline{1, n}.$

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} = \sum_{i=1}^m \frac{a_i b_j}{D} = b_j \frac{\sum_{i=1}^m a_i}{D} = b_j, \quad j = \overline{1, n},$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = \sum_{j=1}^n \frac{a_i b_j}{D} = a_i \frac{\sum_{j=1}^n b_j}{D} = a_i \quad i = \overline{1, m}.$$

### 3. Существование опорного плана

Пример цикла из загруженных клеток ( $\Delta x = \pm 25$ )

- 25			70
+ 40			- 50

Уменьшается  
число загруженных клеток  
**РЕДУКЦИЯ**

			95
15			25