

# Взаимное пересечение поверхностей

## *Взаимное пересечение поверхностей*

**1. Линия пересечения поверхностей в общем случае пространственная кривая, множество точек которой принадлежит обеим поверхностям.**

**2. Точка принадлежит поверхности, если она принадлежит линии данной поверхности.**

**3. Чтобы точка принадлежала обеим заданным поверхностям, она должна быть точкой пересечения линий, принадлежащих поверхностям.**

**4. Линии пересекаются, если они принадлежат одной плоскости или поверхности.**

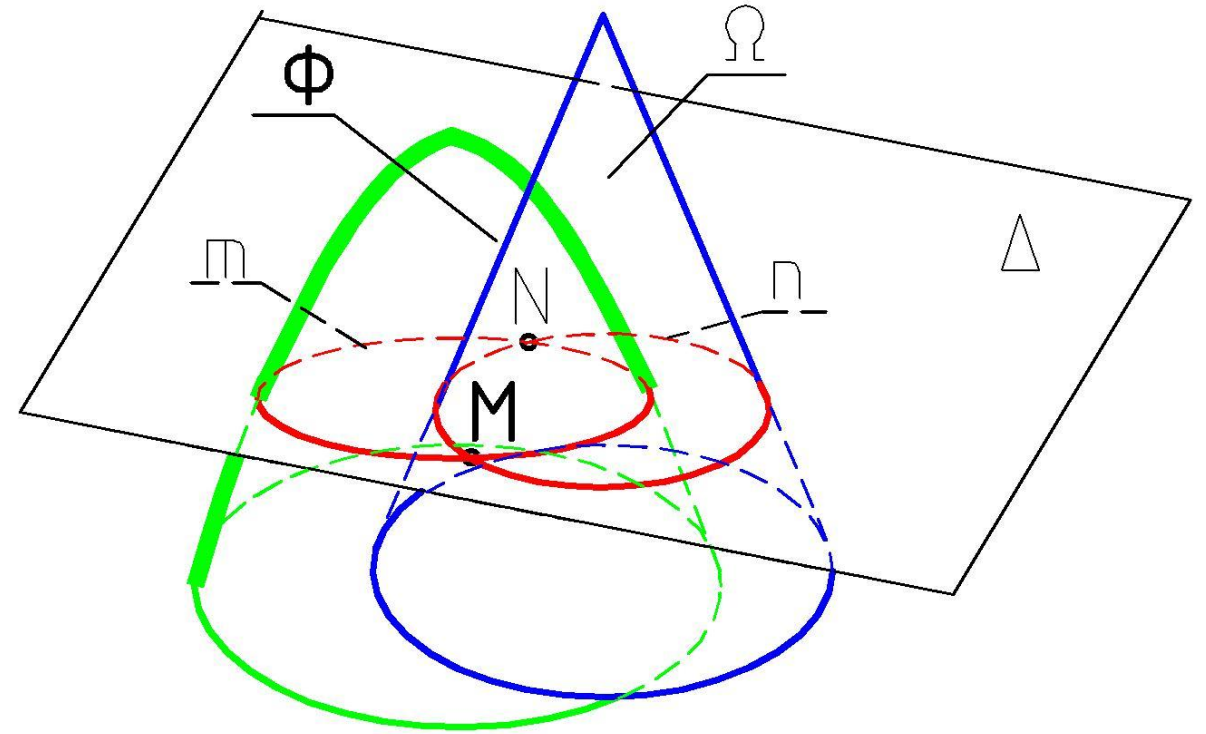
## *Взаимное пересечение поверхностей*

**Для определения общей точки двух поверхностей ( $\Omega$  и  $\Phi$ ), необходимо ввести вспомогательную поверхность ( $\Delta$ ), пересекающую заданные поверхности по графически простым линиям (прямым и окружностям), которые проецируются также в виде графически простых линий.**

## Взаимное пересечение поверхностей

### Алгоритм решения задачи

1. Проводят вспомогательную поверхность  $\Delta$ .
2. Строят линии пересечения ( $m$  и  $n$ ) вспомогательной поверхности с заданными поверхностями  $\Omega$  и  $\Delta$ .
3. Определяют точки пересечения  $M$  и  $N$  линий пересечения ( $m$  и  $n$ ).



## *Взаимное пересечение поверхностей*

### *Порядок построения точек :*

1. Экстремальные точки (высшая, низшая, крайние левая и правая, ближайшая и наиболее удаленная).
2. Очерковые, лежащие на линиях видимости.
3. Промежуточные или случайные.

Первые две группы точек обозначают на чертеже буквами, третью – цифрами.

*Полученные точки соединяют плавной линией с учетом видимости поверхностей.*

## *Взаимное пересечение поверхностей*

**В качестве вспомогательных секущих поверхностей используют плоскости (частного и общего положения) и сферы.**

**Выбор посредника зависит от вида пересекающихся поверхностей, их взаимного положения, их положения относительно плоскостей проекций, поэтому решение задачи начинают с анализа вида и положения поверхностей.**

## *Взаимное пересечение поверхностей*

### **Основные способы решения задач на взаимное пересечение поверхностей**

- 1. Способ вспомогательных секущих плоскостей (частного и общего положения).**
- 2. Способ вспомогательных сфер (концентрических и эксцентрических)**

*Взаимное пересечение поверхностей (способ вспомогательных секущих плоскостей)*

Способ **вспомогательных секущих плоскостей** применяют, если можно подобрать плоскость, пересекающую обе поверхности по графически простым линиям.

Чаще всего в качестве **вспомогательных секущих плоскостей** выбирают плоскости частного положения.



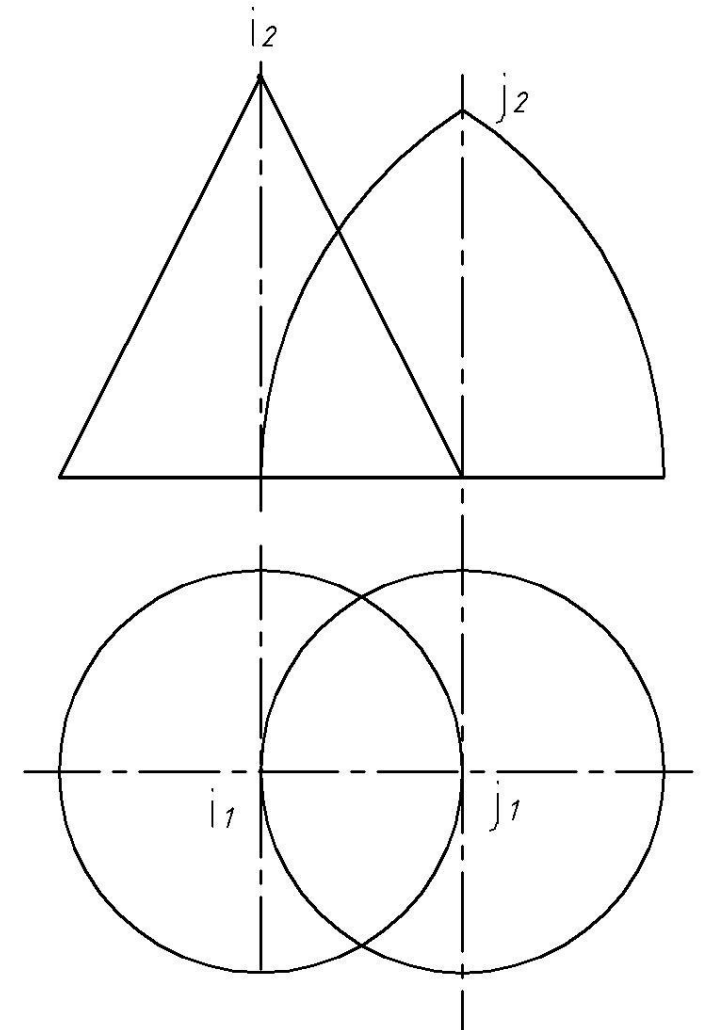
## Взаимное пересечение поверхностей (способ вспомогательных секущих плоскостей)

**Условие задачи:** построить проекции линии пересечения двух поверхностей.

**Анализ:**

1. Обе поверхности (конус и тор) являются поверхностями вращения.
2. Оси поверхностей - горизонтально проецирующие прямые, параллели лежат в горизонтальных плоскостях уровня.

**Вывод:** в качестве поверхности посредника необходимо выбрать горизонтальную плоскость уровня.



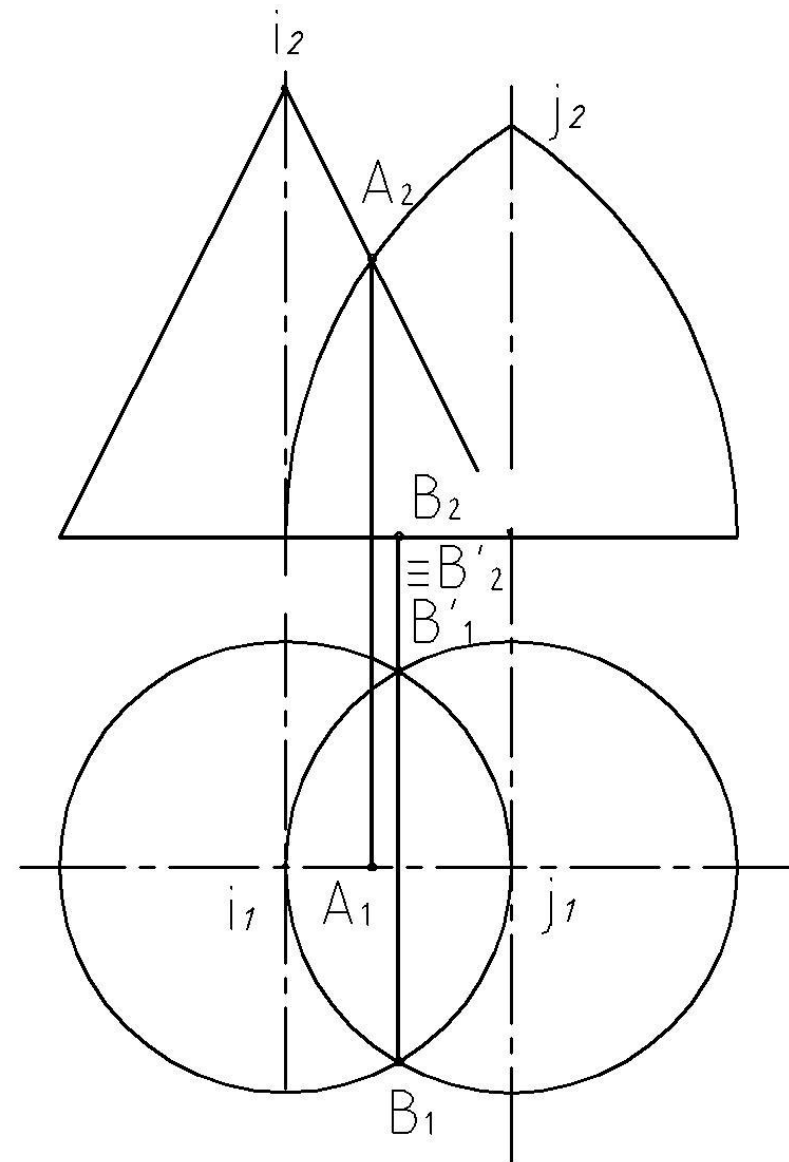
## Взаимное пересечение поверхностей (способ вспомогательных секущих плоскостей)

### Решение задачи

1. Определяют положение характерных точек.

Главные (фронтальные) меридианы лежат в одной плоскости (фронтальной плоскости уровня) и пересекаются в точке  $A$ . Фронтальная проекция этой точки строится как точка пересечения фронтальных проекций меридианов, горизонтальная – по линии связи.

Основания поверхностей лежат в одной горизонтальной плоскости уровня и пересекаются в точке  $B$  и точке, ей симметричной. Горизонтальные проекции этих точек строятся как точки пересечения горизонтальных проекций оснований, фронтальные – по линии связи.

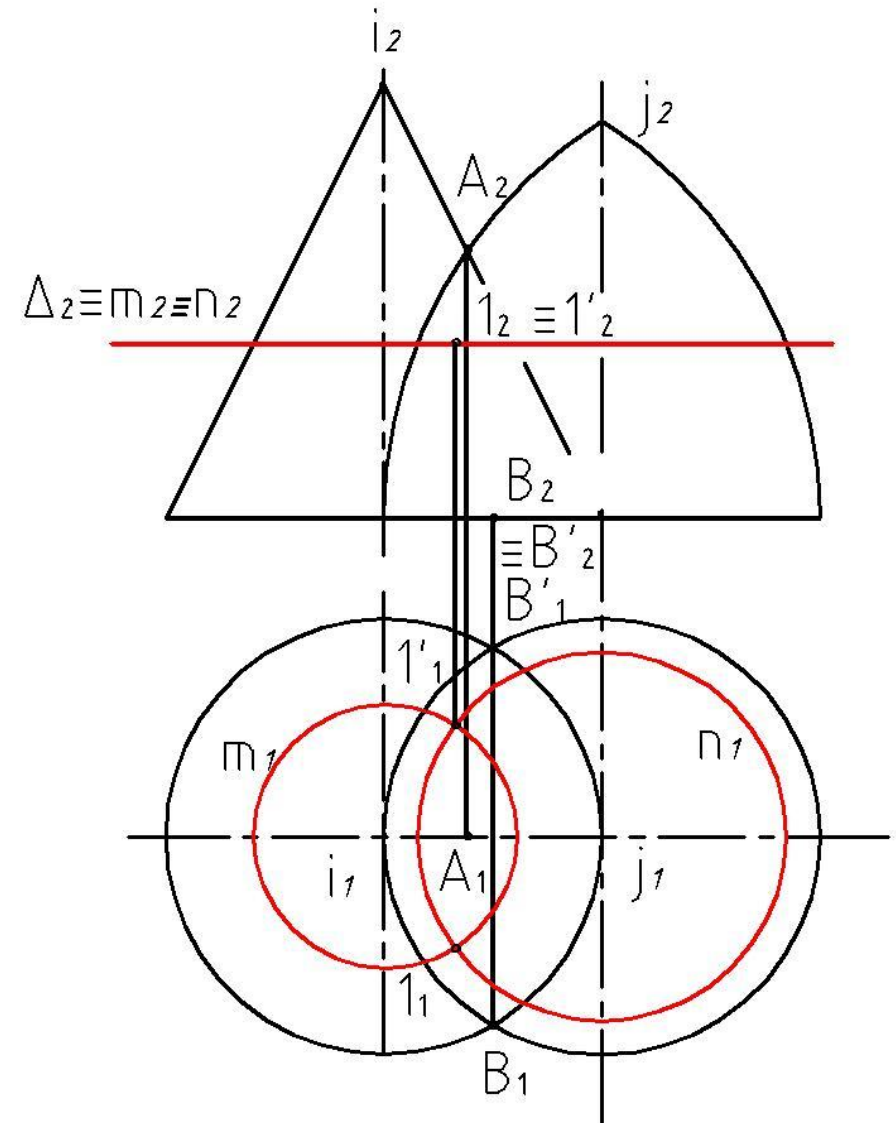


## Взаимное пересечение поверхностей (способ вспомогательных секущих плоскостей)

### Решение задачи

Для определения случайных точек

1. Проводят вспомогательную плоскость уровня  $\Delta$ .
2. Строят линии пересечения ( $m$  и  $n$ ) вспомогательной плоскости с заданными поверхностями (параллели).
3. Определяют точки пересечения  $1$  и  $2$  линий пересечения (параллелей  $m$  и  $n$ ).
4. Для получения плавной кривой вводят несколько вспомогательных плоскостей.

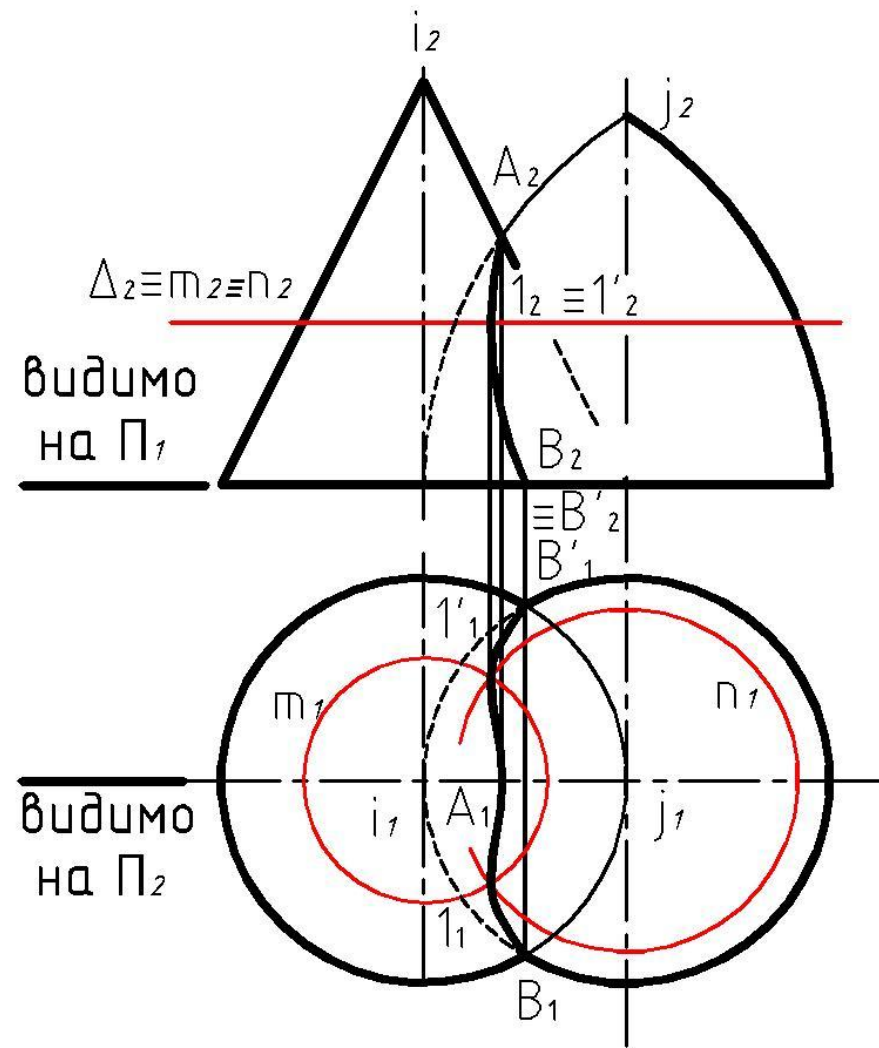


# Взаимное пересечение поверхностей

## Решение задачи

Полученные точки соединяют плавной линией с учетом видимости поверхностей.

Определяют взаимную видимость поверхностей.

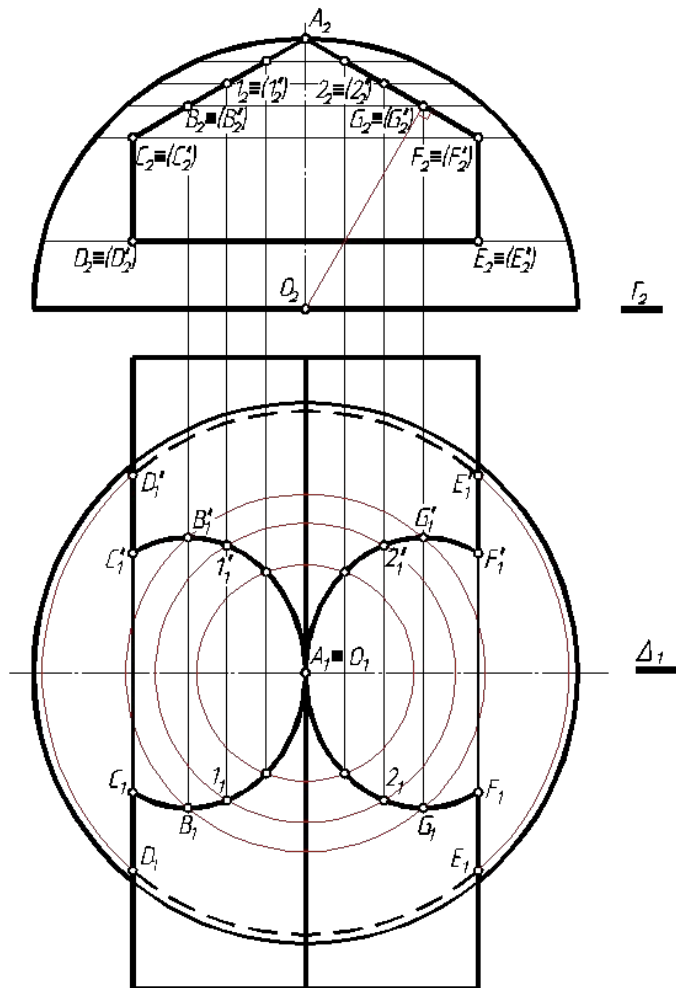


## *Взаимное пересечение поверхностей*

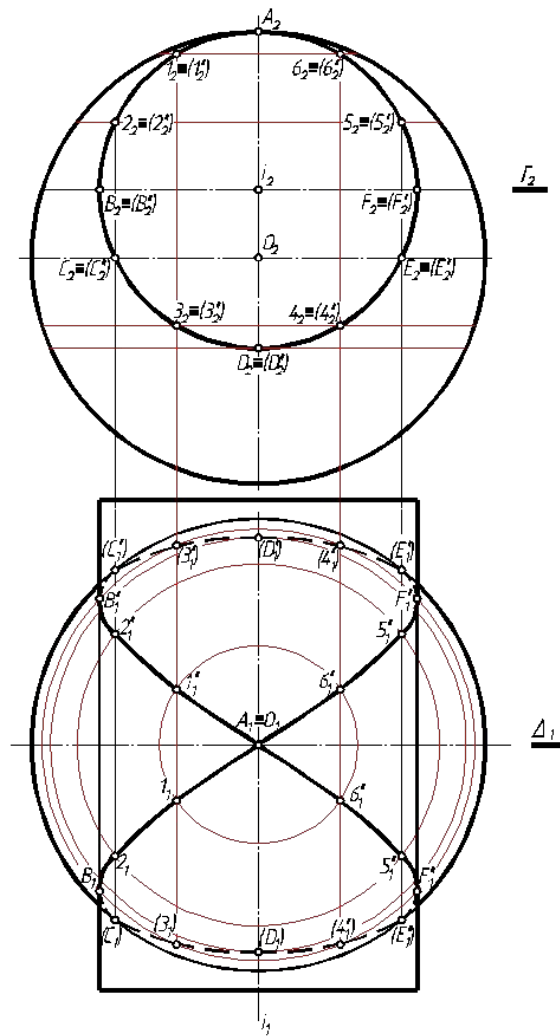
**Если какая-либо из поверхностей является проецирующей, то одна проекция линии пересечения определяется сразу (совпадает с проекцией поверхности), а вторая строится по принадлежности точки и линии поверхности.**

# Взаимное пересечение поверхностей (способ вспомогательных секущих плоскостей)

Одна из поверхностей – прямая призма



Одна из поверхностей – цилиндр с фронтально проецирующей осью.



## *Взаимное пересечение поверхностей (способ вспомогательных секущих сфер)*

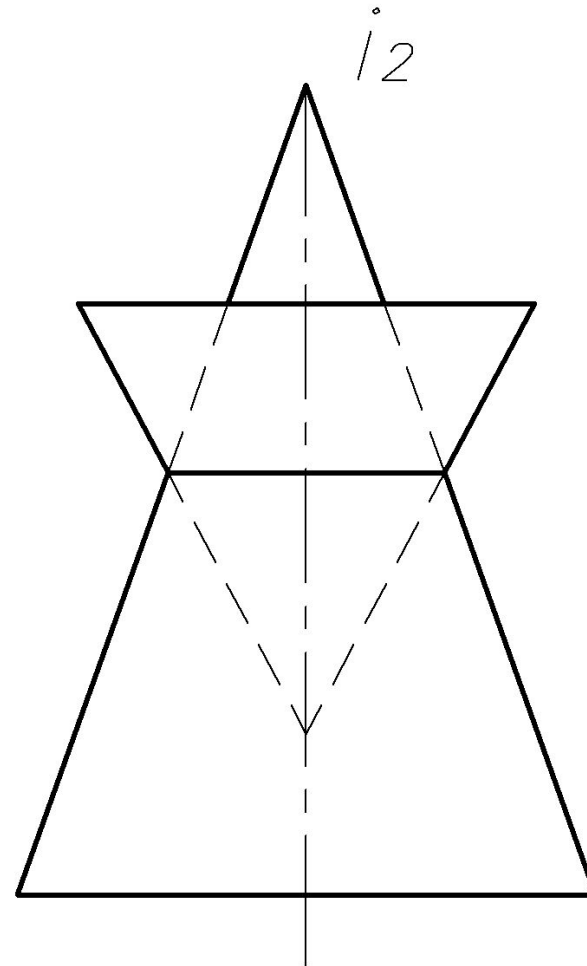
Способ **вспомогательных секущих сфер** применяют, если

1. обе поверхности являются поверхностями вращения и их оси пересекаются (**способ концентрических сфер**);
2. если одна поверхность является поверхностью вращения, а вторая имеет параллельные между собой круговые сечения, центры которых лежат на одной линии, пересекающей ось поверхности вращения (**способ эксцентрических сфер**).

## Взаимное пересечение поверхностей (способ вспомогательных секущих сфер)

**Соосными поверхностями** называют поверхности вращения, имеющих общую ось вращения.

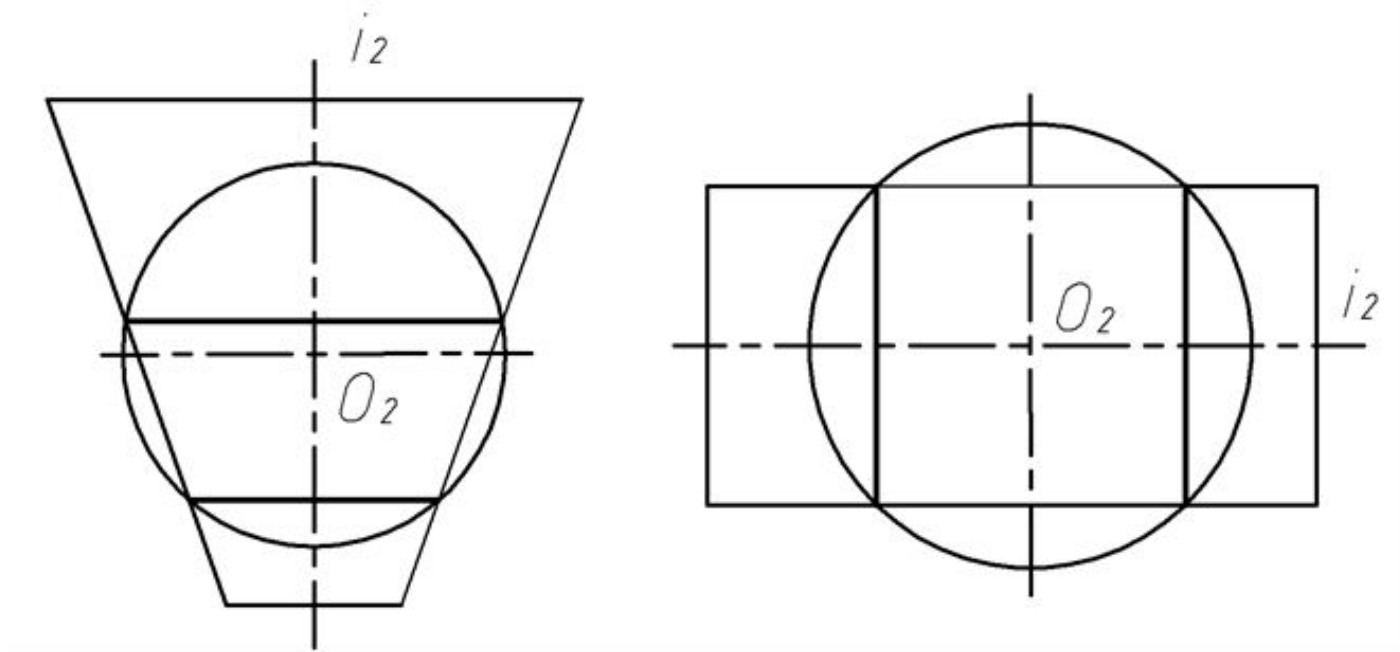
**Соосные поверхности** пересекаются по **окружностям** (параллелям), плоскости которых перпендикулярны оси вращения. Проекция этих окружностей на плоскость, параллельную оси вращения, будут **прямыми линиями**.





## Взаимное пересечение поверхностей (способ вспомогательных секущих сфер)

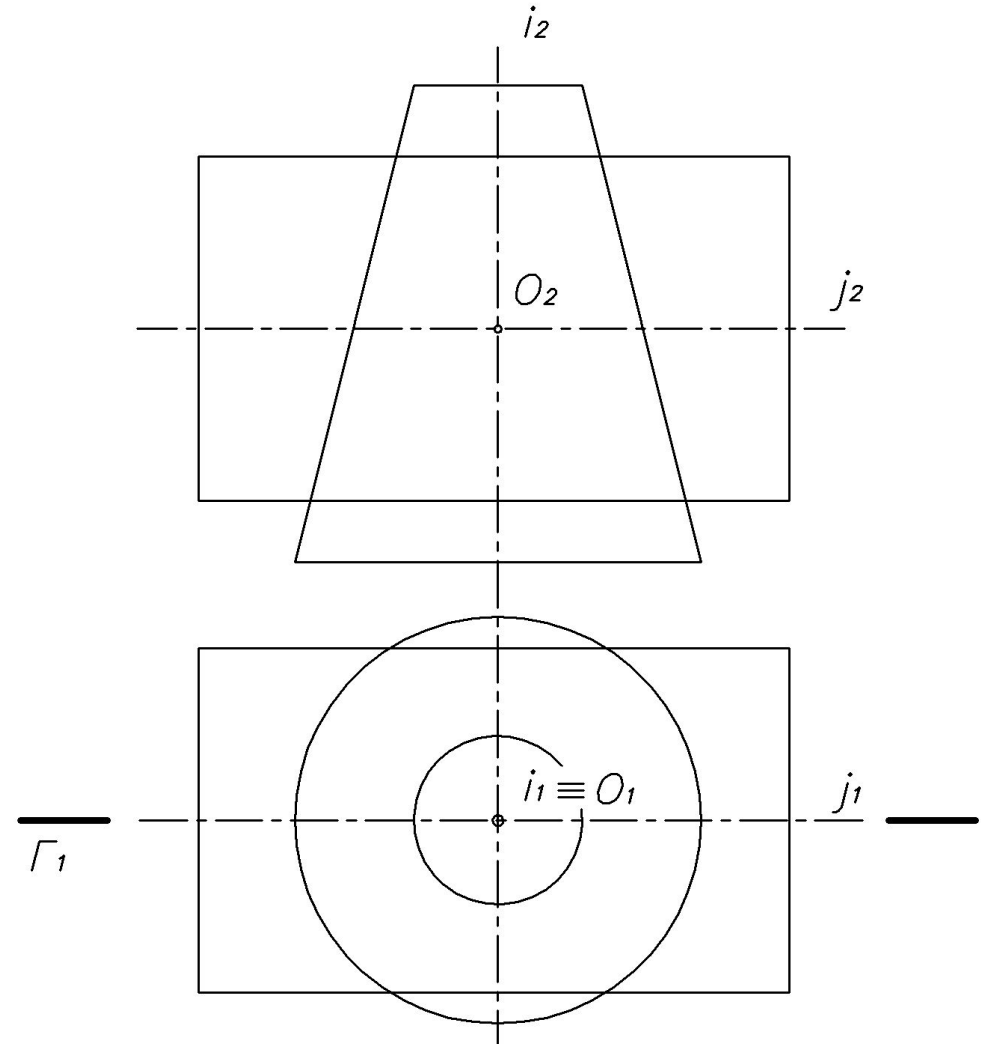
Любая прямая, проходящая через центр сферы, может быть принята за ее ось, поэтому сфера **соосна** любой поверхности вращения, если центр сферы лежит на оси этой поверхности.



## Взаимное пересечение поверхностей (способ вспомогательных секущих сфер)

### Условия применения способа вспомогательных концентрических сфер

1. поверхности являются поверхностями вращения;
2. оси поверхностей  $i$  и  $j$  пересекаются;
3. поверхности имеют общую плоскость симметрии  $\Gamma$ , параллельную одной из плоскостей проекций.



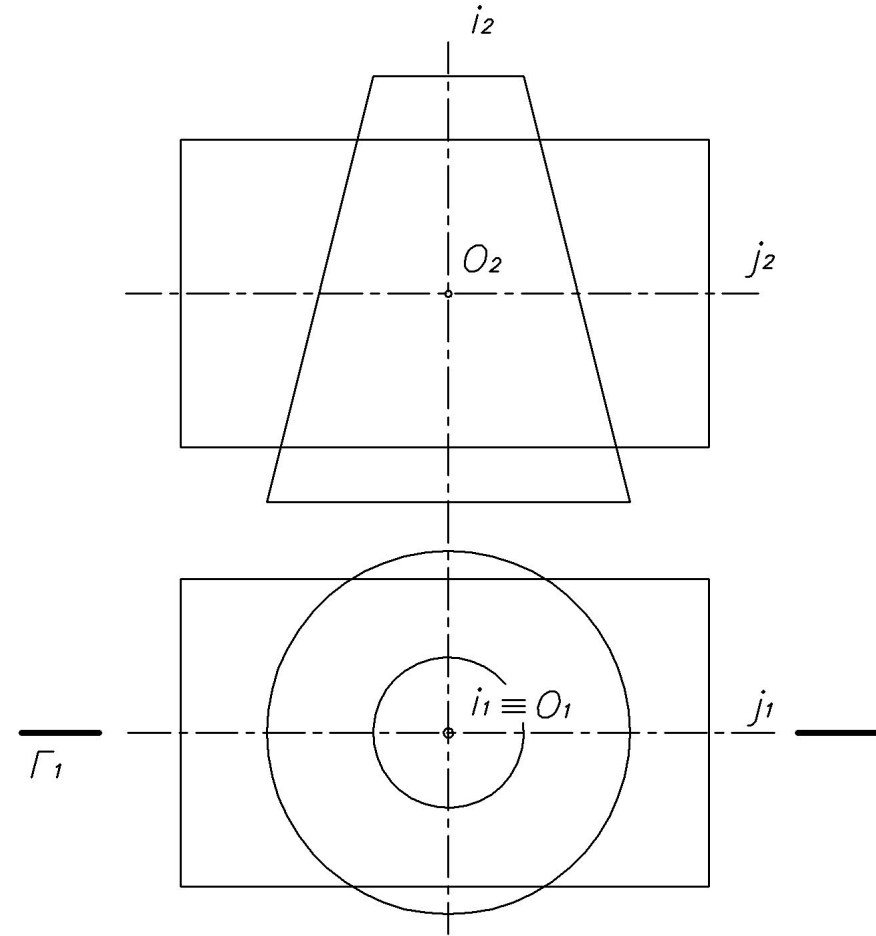
## Взаимное пересечение поверхностей (способ вспомогательных секущих сфер)

**Условие задачи:** построить проекции линии пересечения двух поверхностей.

**Анализ:**

1. Обе поверхности (конус и цилиндр) являются поверхностями вращения.
2. Оси поверхностей пересекаются
3. Оси поверхностей лежат во фронтальной плоскости уровня.

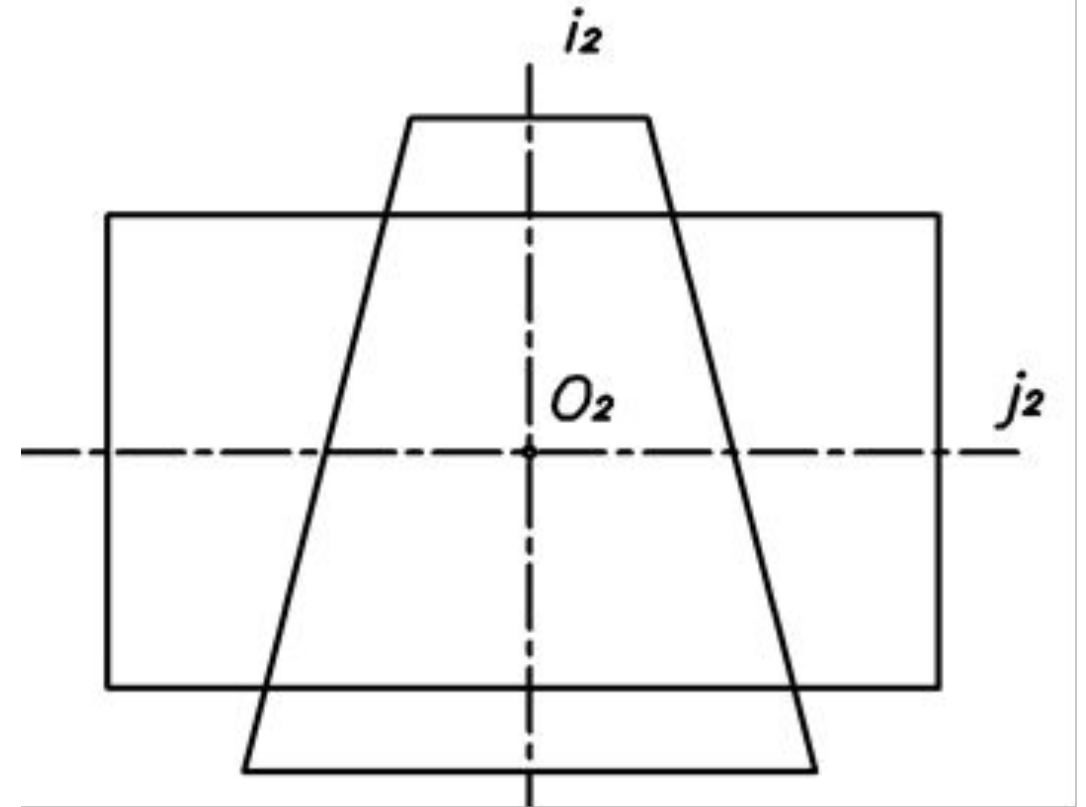
**Вывод:** в качестве поверхности посредника необходимо выбрать сферу, центр которой лежит на пересечении осей поверхностей.



## Взаимное пересечение поверхностей (способ вспомогательных секущих сфер)

### Решение задачи

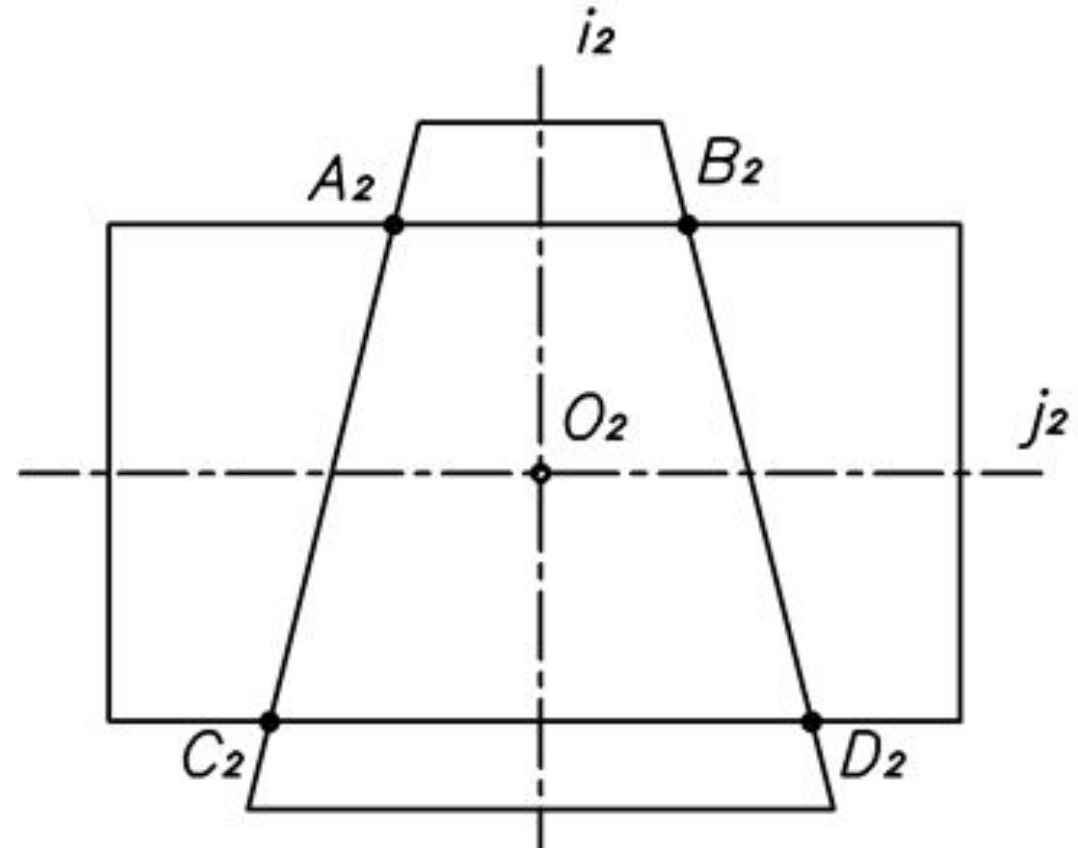
1. Определяют проекцию центра концентрических сфер как точку пересечения проекций осей поверхностей вращения. Если одна поверхность – сфера, то проекцией центра концентрических сфер будет являться любая точка на оси второй поверхности.



## Взаимное пересечение поверхностей (способ вспомогательных секущих сфер)

### Решение задачи

2. Определяют и обозначают буквами точки пересечения главных меридианов (характерные или опорные точки линии пересечения поверхностей)

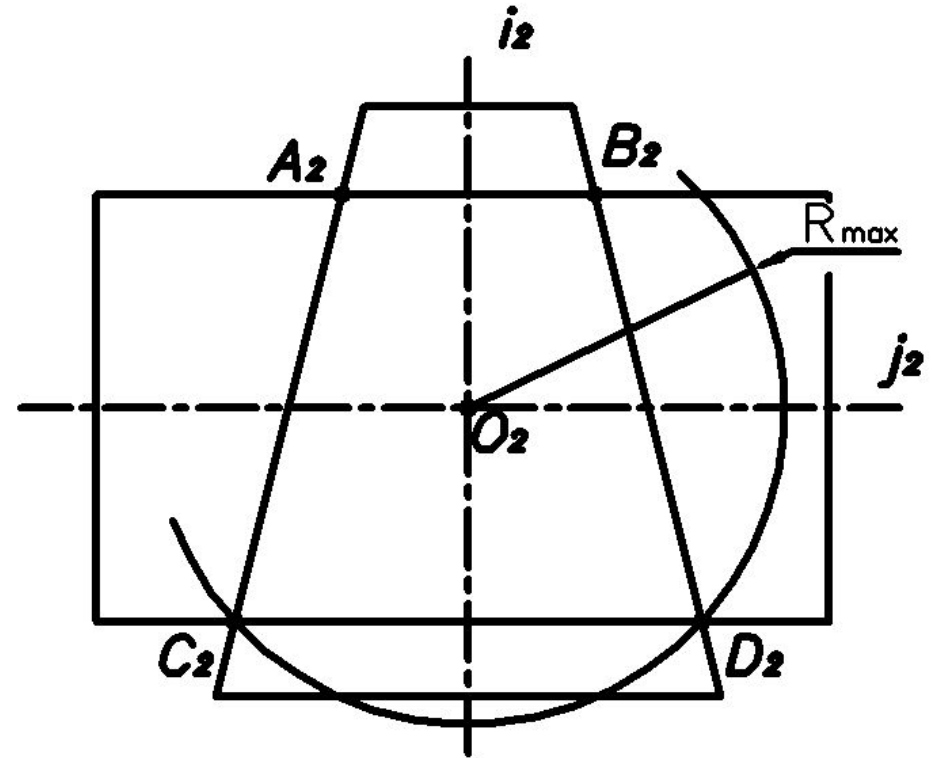


## Взаимное пересечение поверхностей (способ вспомогательных секущих сфер)

### Решение задачи

3. Определяют радиусы **максимальной** и **минимальной** сфер:

- радиус **максимальной сферы**  $R_{\max}$  равен расстоянию от проекции центра сфер до наиболее удаленной точки пересечения главных меридианов.

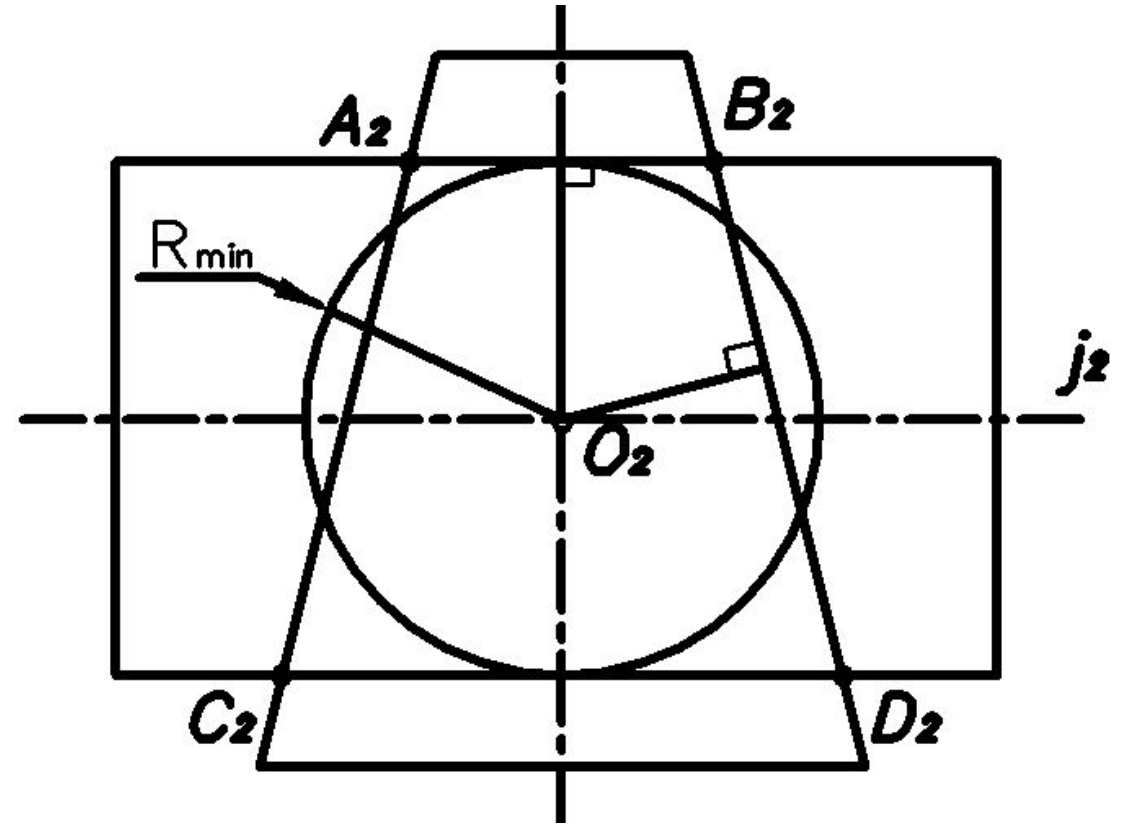


## Взаимное пересечение поверхностей (способ вспомогательных секущих сфер)

### Решение задачи

3. Определяют радиусы **максимальной и минимальной сфер**:

- радиус **минимальной сферы**  $R_{\min}$  равен величине большего из перпендикуляров, опущенных из проекции центра сфер к очерковым образующим (главным меридианам) поверхностей. Сфера минимального радиуса касается одной поверхности (вписана в нее) и пересекает вторую.



*Взаимное пересечение поверхностей (способ вспомогательных секущих сфер)*

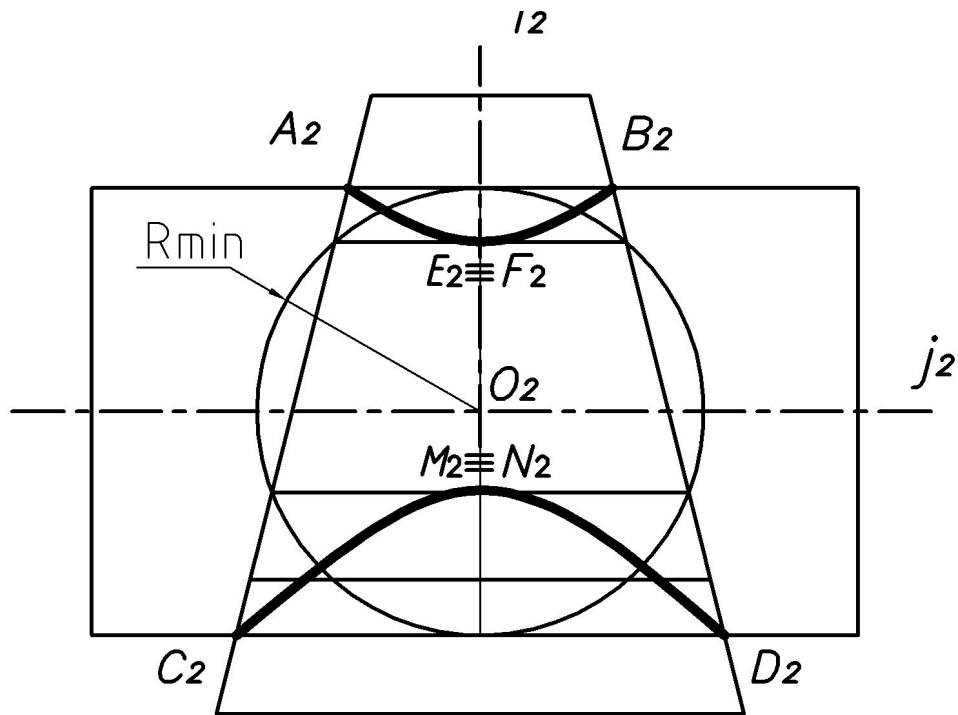
Положение **сферы минимального радиуса** задает направление проекций линии пересечения поверхностей относительно проекций их осей.

Ветви кривых располагаются по разные стороны от оси той поверхности, которой касается **сфера минимального радиуса**.

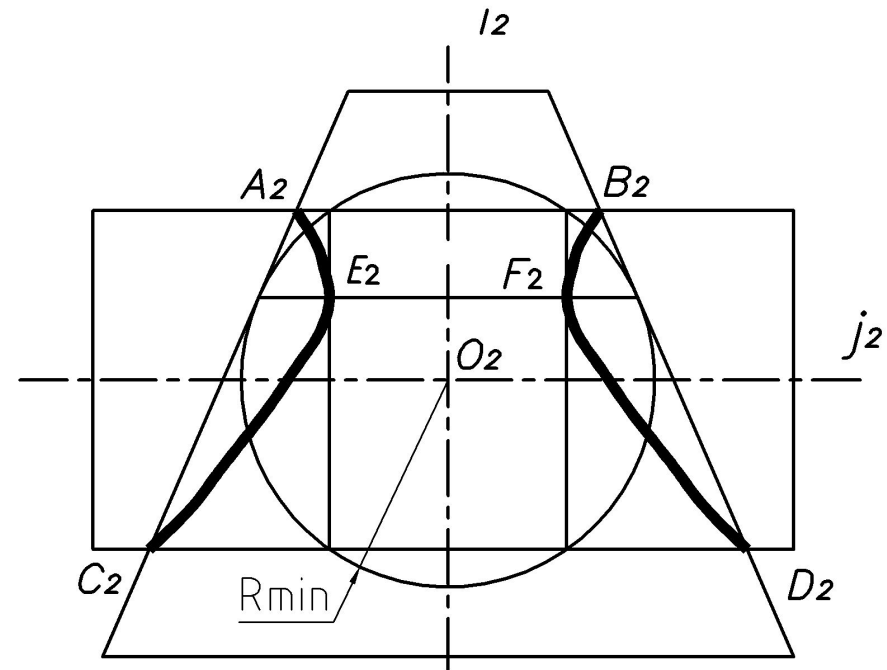


## Взаимное пересечение поверхностей (способ вспомогательных секущих сфер)

Сфера касается поверхности с осью  $j$



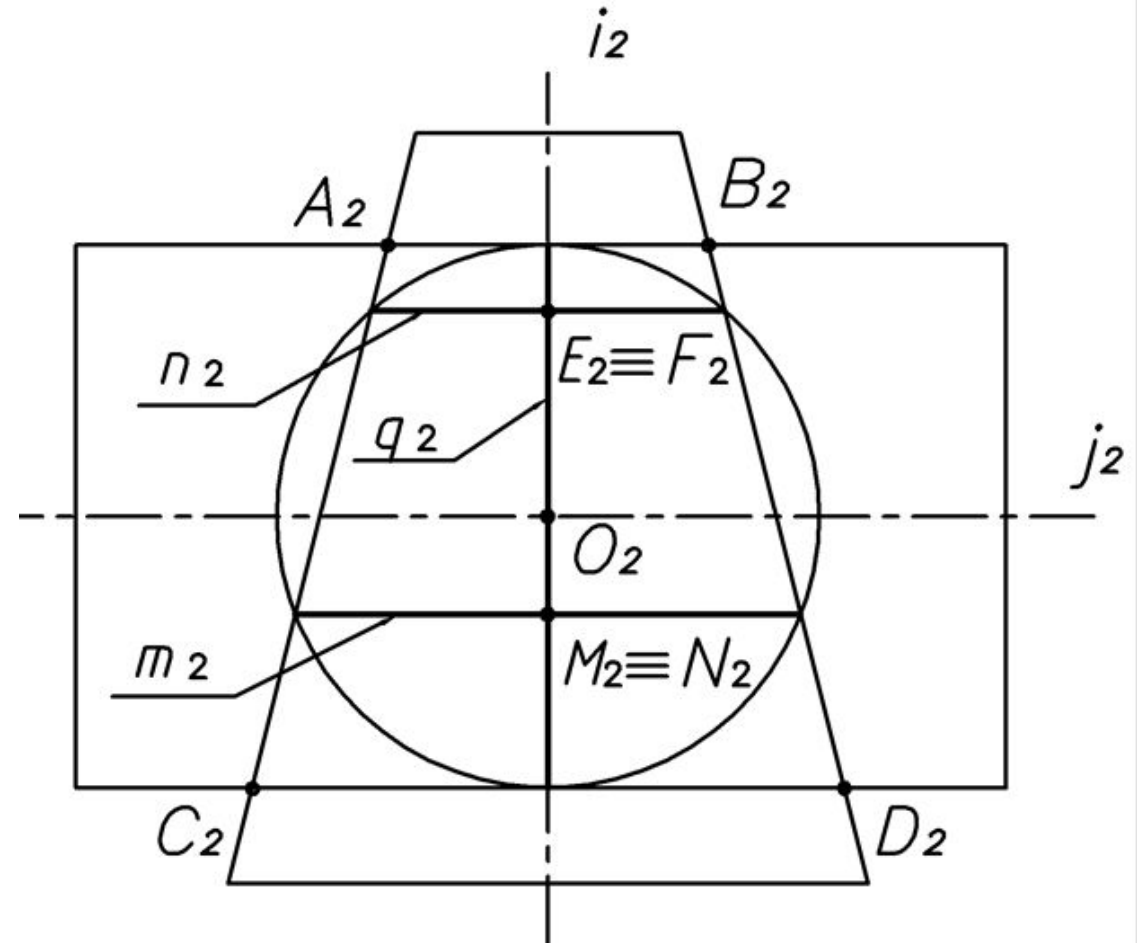
Сфера касается поверхности с осью  $i$



## Взаимное пересечение поверхностей (способ вспомогательных секущих сфер)

### Решение задачи

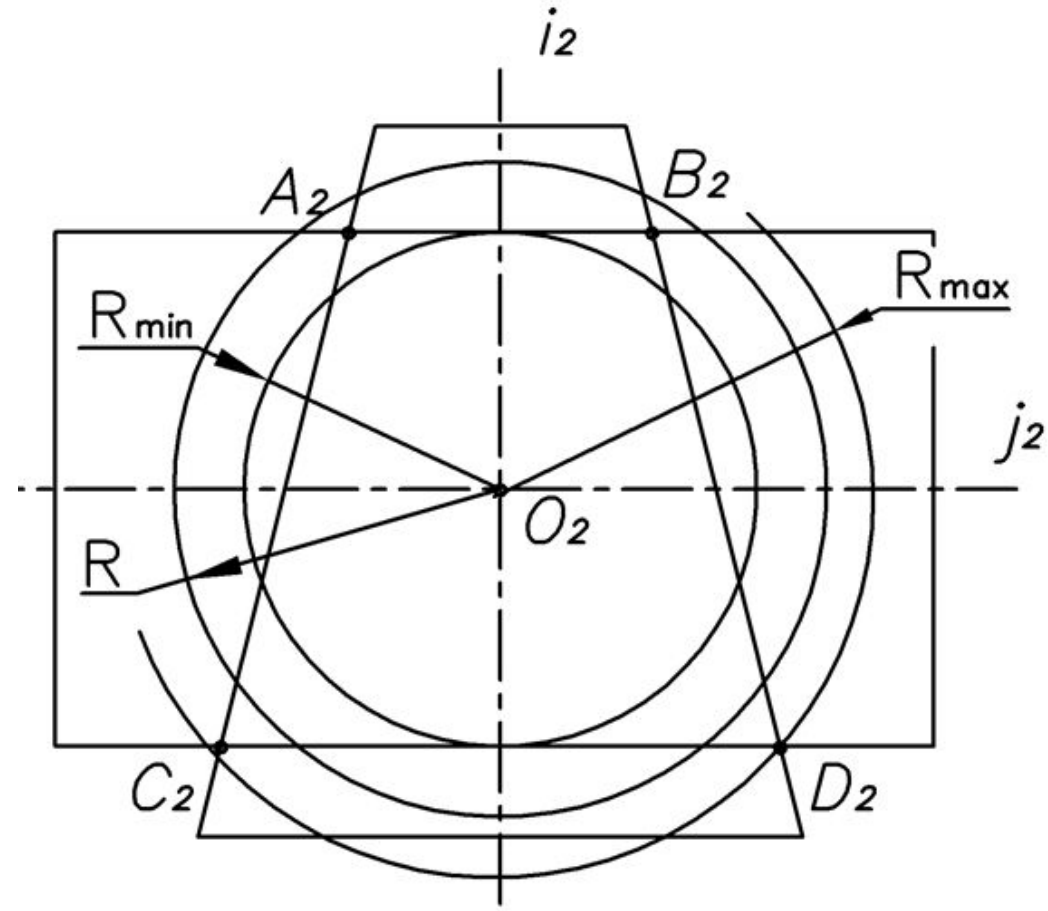
4. Определяют и обозначают буквами точки пересечения линий  $m$ ,  $n$ ,  $q$  (параллелей), полученных при пересечении и касании **сферой минимального радиуса** заданных поверхностей.



## Взаимное пересечение поверхностей (способ вспомогательных секущих сфер)

### Решение задачи

5. Проводят вспомогательные сферы радиусом  $R$  ( $R_{\min} < R < R_{\max}$ ).

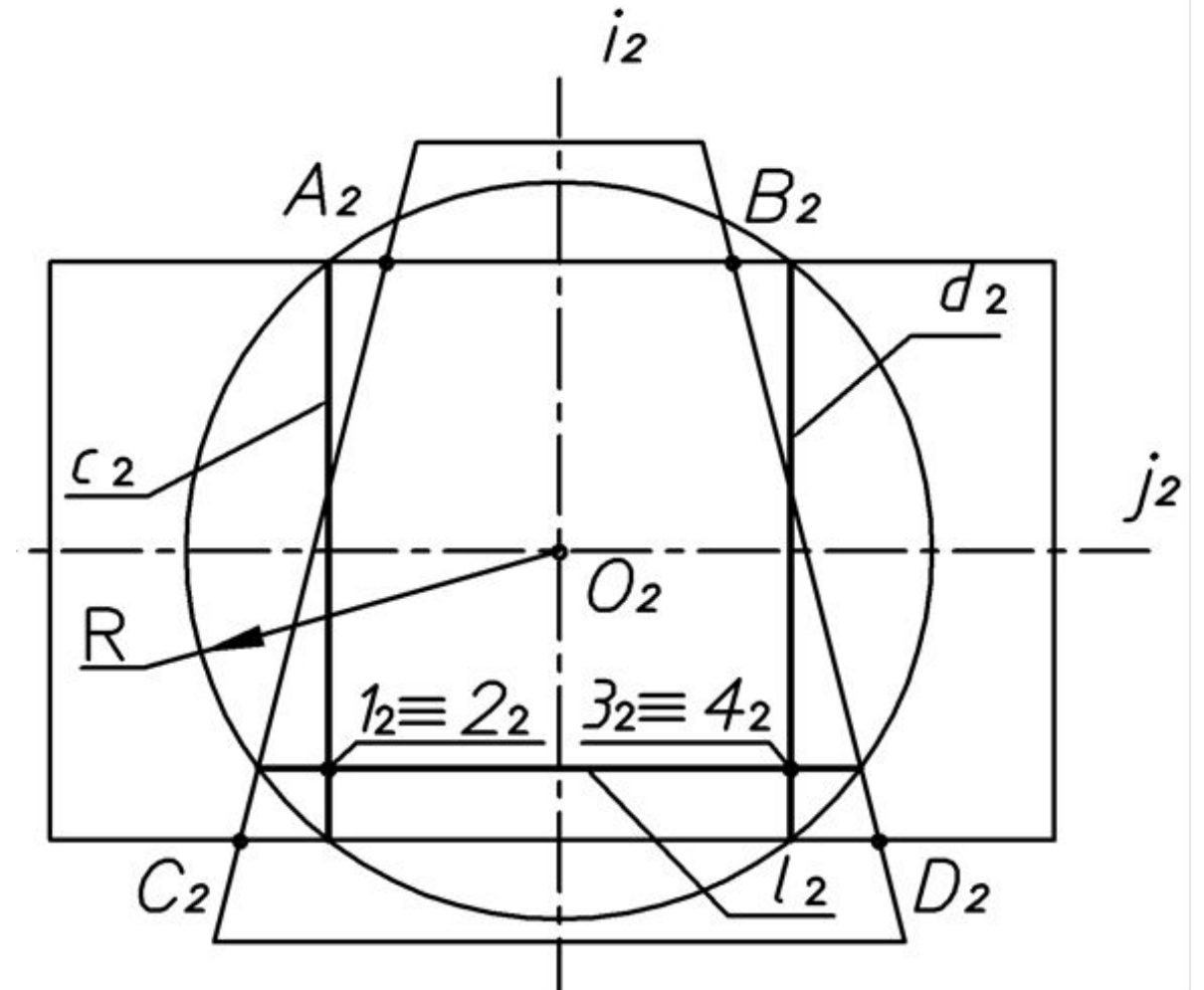


## Взаимное пересечение поверхностей (способ вспомогательных секущих сфер)

### Решение задачи

6. Определяют проекции точек пересечения линий, полученных при пересечении вспомогательных сфер с заданными поверхностями.

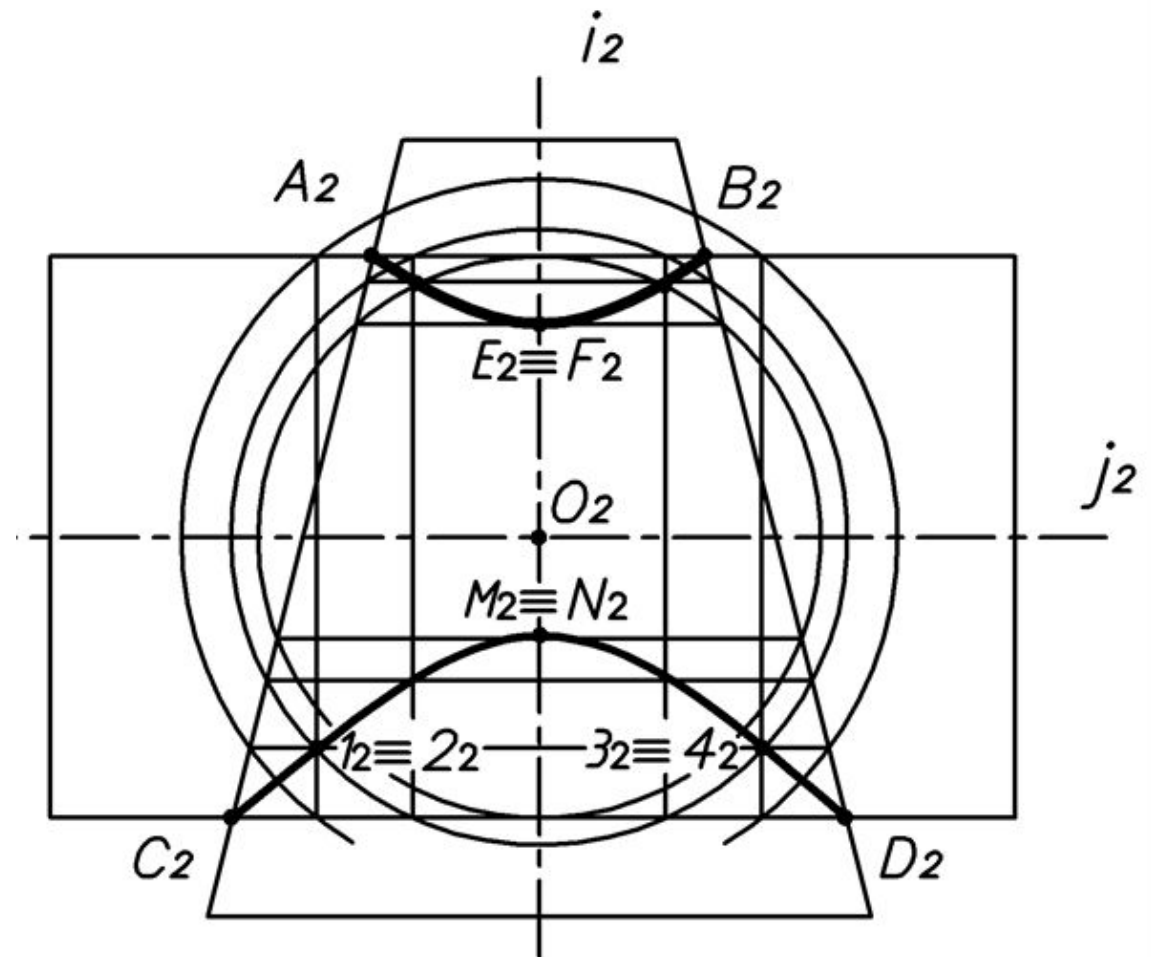
Количество произвольных вспомогательных сфер должно быть достаточным для построения плавной кривой.



## Взаимное пересечение поверхностей (способ вспомогательных секущих сфер)

### Решение задачи

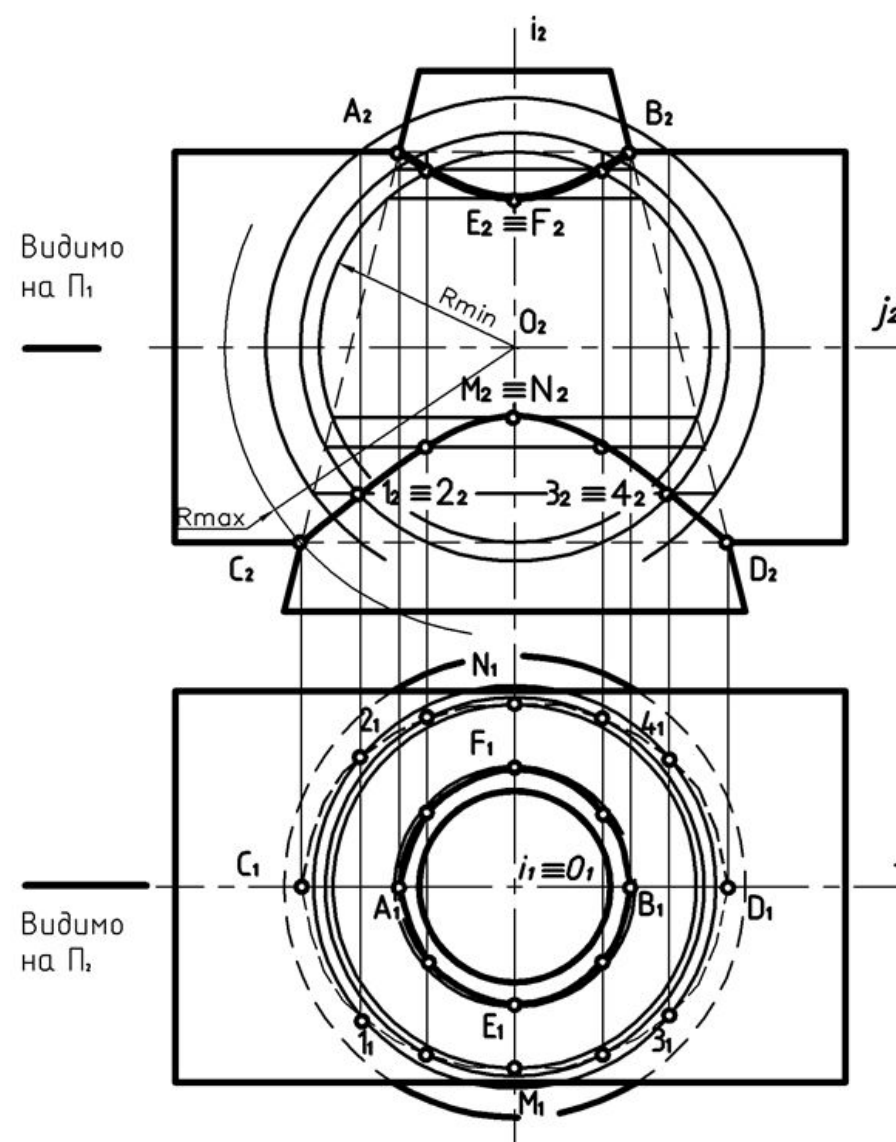
7. Полученные проекции точек соединяют плавной линией с учетом видимости на фронтальной плоскости проекций.



## Взаимное пересечение поверхностей (способ вспомогательных секущих сфер)

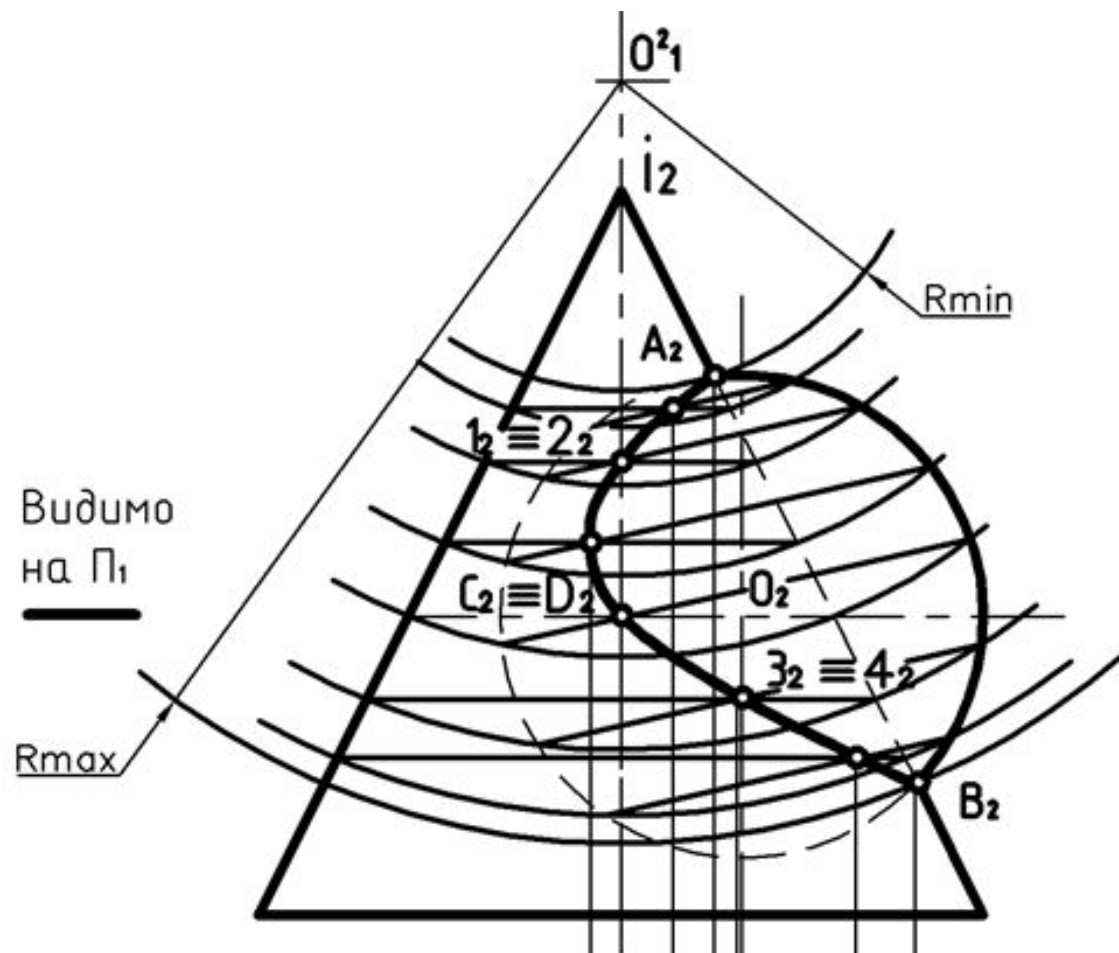
### Решение задачи

8. Строят горизонтальную проекцию линии пересечения поверхностей по условию принадлежности точки поверхности с учетом видимости.



## Взаимное пересечение поверхностей (способ вспомогательных секущих сфер)

Если одна из пересекающихся поверхностей – сфера, то центром концентрических сфер может быть любая точка, лежащая на оси второй поверхности.



## Взаимное пересечение поверхностей (особый случай пересечения поверхностей)

Если две поверхности второго порядка описаны около третьей или вписаны в нее, то они пересекаются по двум плоским кривым второго порядка, плоскости которых проходят через прямую, соединяющую точки пересечения линий касания этих поверхностей (теорема Монжа).

