Margita Vajsáblová

Mongeova projekcia

- metrické úlohy

Problém: Určiť graficky dĺžku úsečky danú pôdorysom a nárysom.

Metóda: Sklápanie roviny kolmej na priemetňu

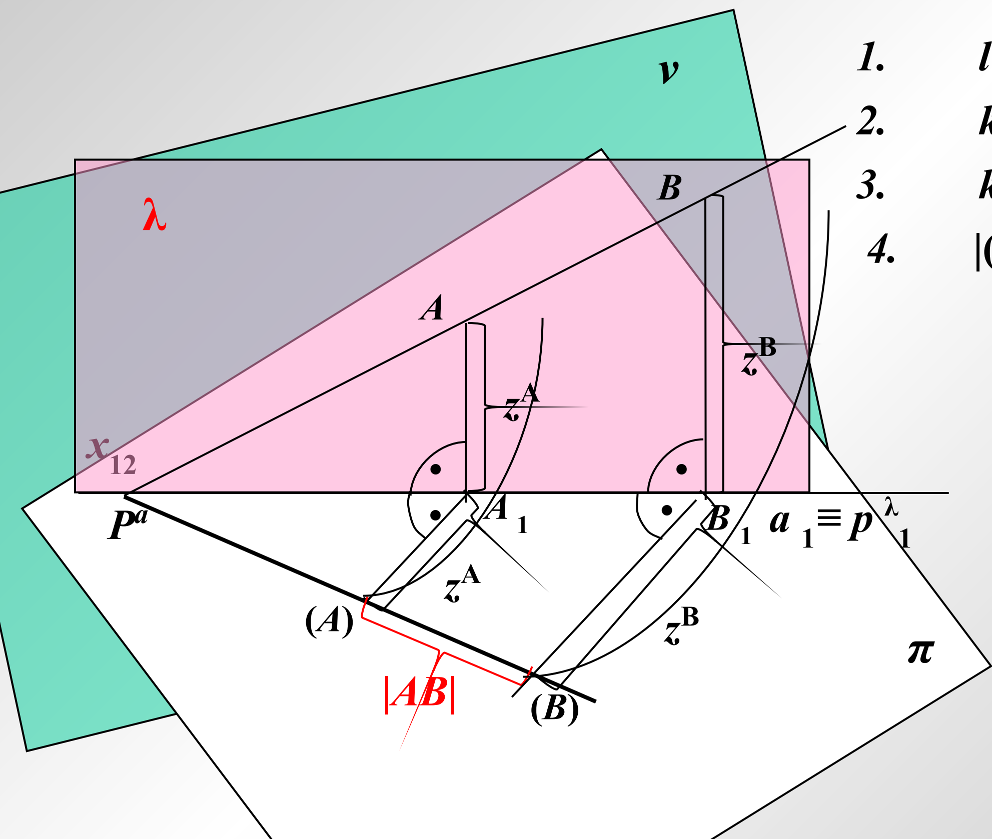
Dané: $A[A_1, A_2]$, $B[B_1, B_2]$. Určte graficky $|AB|$.

Riešenie: Priamkou $a = AB$ preložíme rovinu λ kolmú na priemetňu π. Rovinu λ *sklopíme* (otočíme o 90º) *do priemetne* π.

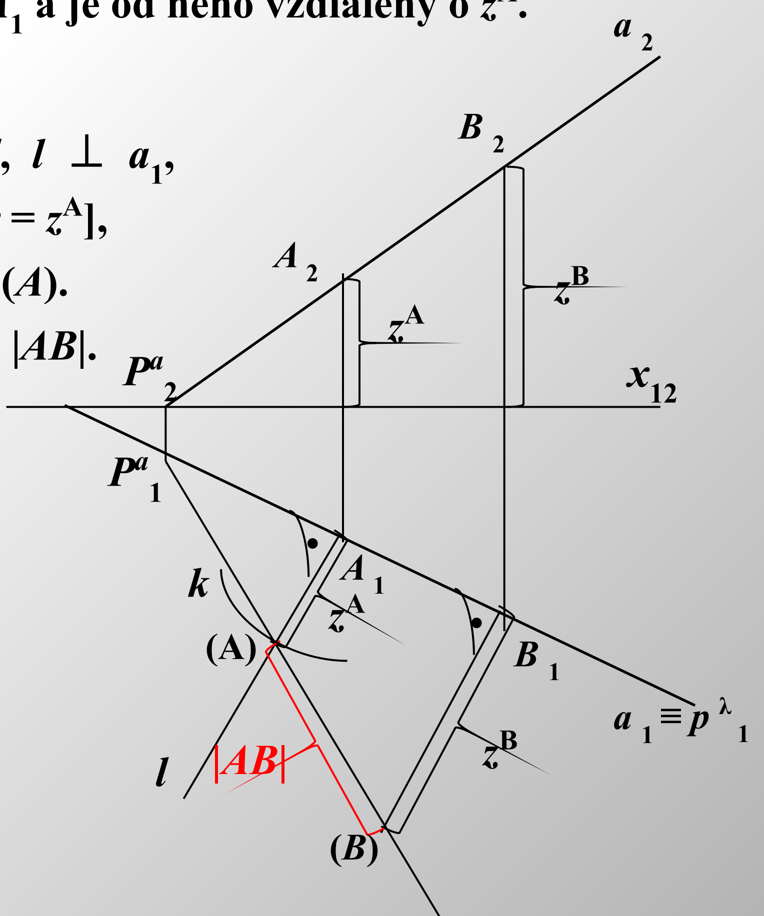
Osou otáčania je priamka a_1, kružnica otáčania bodu A leží v rovine kolmej na os otáčania $a_1 \equiv p^{\lambda}_1$, stredom otáčania je A_1, polomer otáčania je z^A.

Bod A v sklopení – (A) leží na kolmici na a_1 v bode A_1 a je od neho vzdialený o z^A.

Podobne sklopíme bod B, potom $|(A)(B)| = |AB|$.



1. l: $A_1 \in l$, $l \perp a_1$,
2. $k = [A_1, r = z^A]$,
3. $k \cap l = (A)$.
4. $|(A)(B)| = |AB|$.



Problém: Určiť graficky uhol priamky s priemetňou.

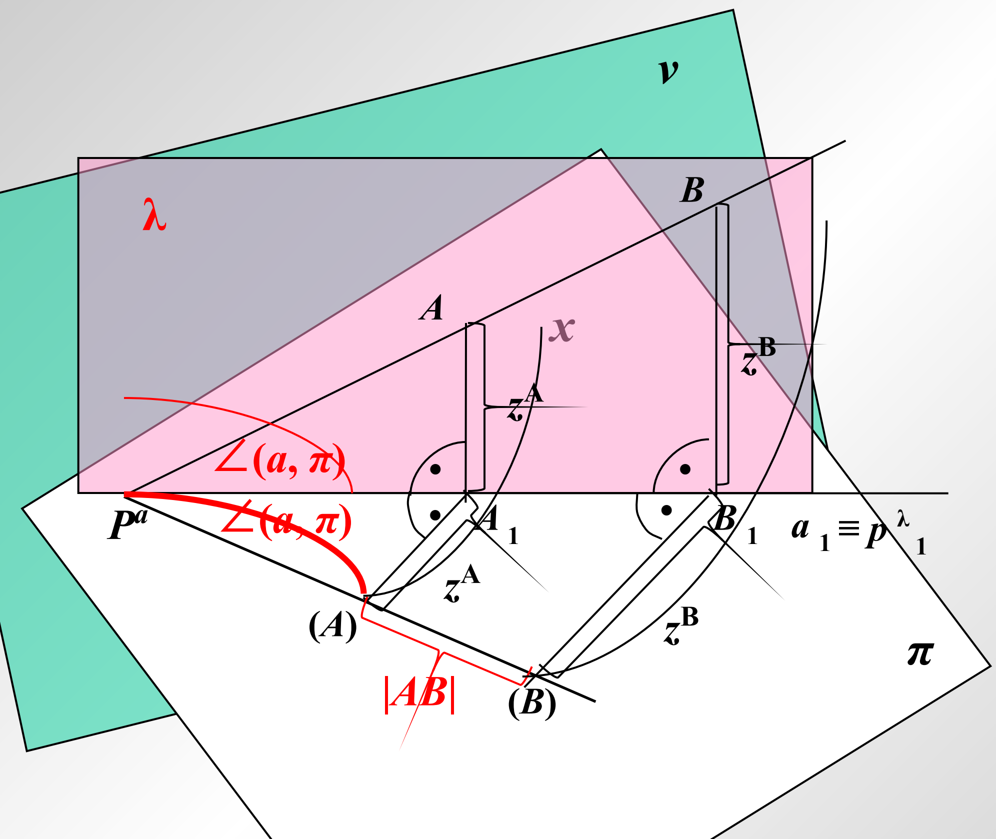
Metóda: Sklápanie roviny kolmej na priemetňu

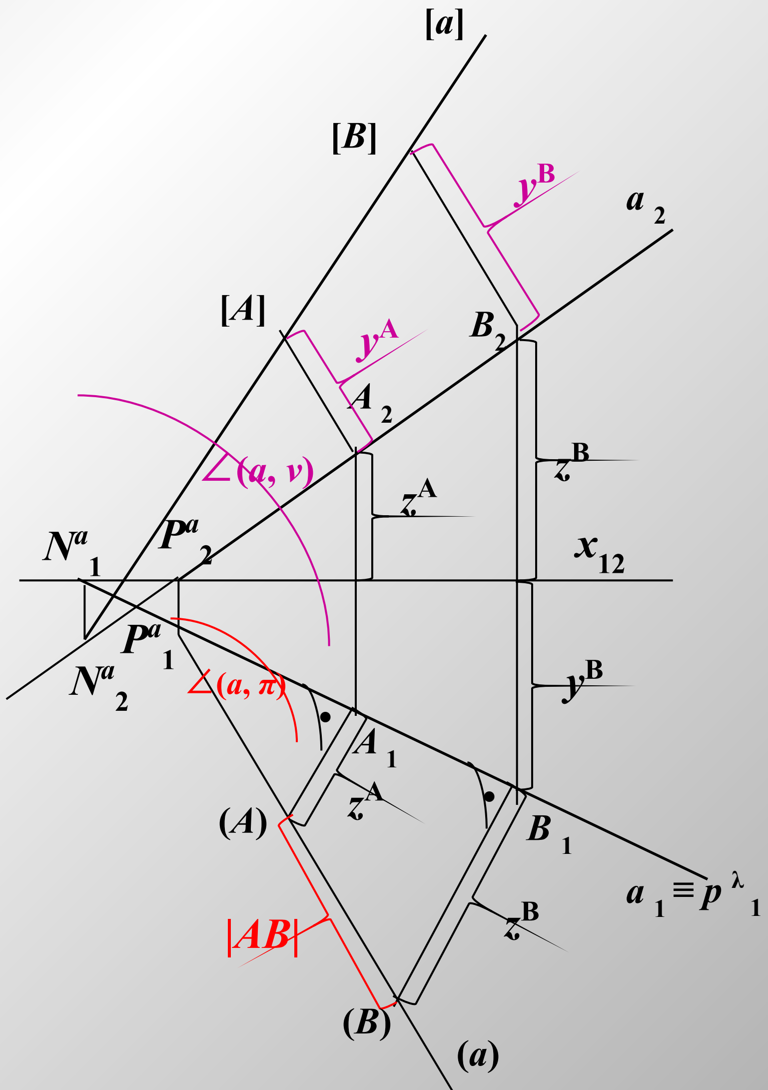
Definícia: **Uhol priamky s priemetňou sa rovná uhlu priamky s jej kolmým priemetom do tejto priemetne:** $\angle(a, \pi) = \angle(a_1, a)$

$\angle(a, \nu) = \angle(a_2, a)$

1. $\angle(a, \pi) = \angle(a_1, a) = \angle(a_1, (a))$

2. $\angle(a, \nu) = \angle(a_2, a) = \angle(a_2, [a])$





Problém: Určiť graficky uhol roviny s priemetňou.

Metóda: Sklápanie roviny kolmej na priemetňu

Definícia: **Uhol roviny s priemetňou sa rovná uhlu jej príslušnej spádovej priamky s priemetňou:**

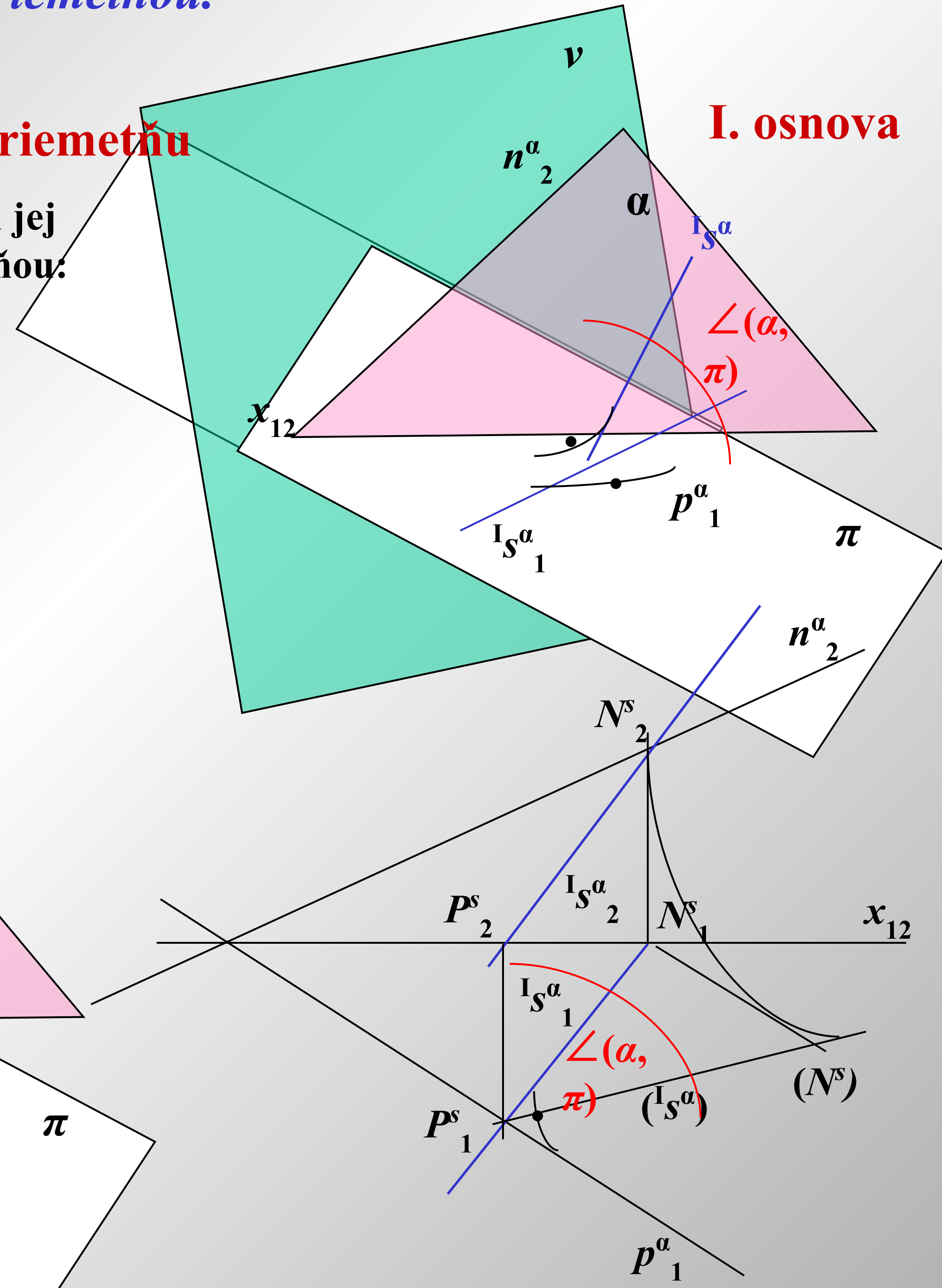
$$\angle(\alpha, \pi) = \angle({}^{\mathrm{I}}s^{\alpha}, \pi)$$

$$\angle(\alpha, \nu) = \angle({}^{\mathrm{II}}s^{\alpha}, \nu)$$

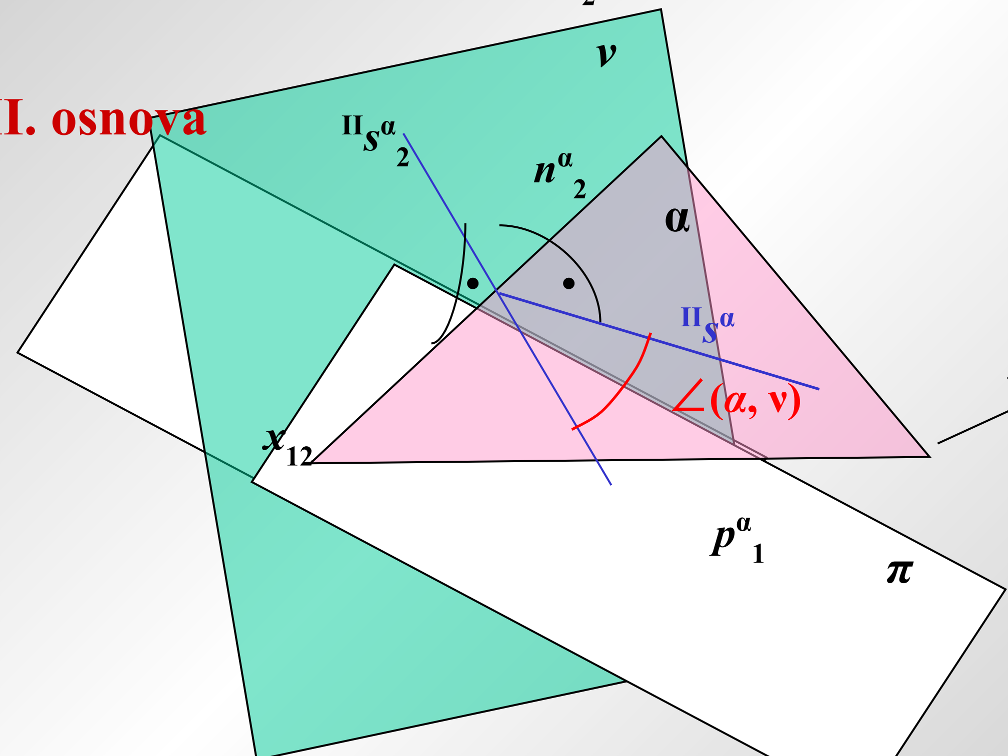
1. $\angle(\alpha, \pi) = \angle({}^{\mathrm{I}}s^{\alpha}, \pi) = \angle({}^{\mathrm{I}}s^{\alpha}_{1}, ({}^{\mathrm{I}}s^{\alpha}))$

2. $\angle(\alpha, \nu) = \angle({}^{\mathrm{II}}s^{\alpha}, \pi) = \angle({}^{\mathrm{II}}s^{\alpha}_{2}, [{}^{\mathrm{II}}s^{\alpha}])$

I. osnova



II. osnova



Priamka kolmá na rovinu v Mongeovej projekcii

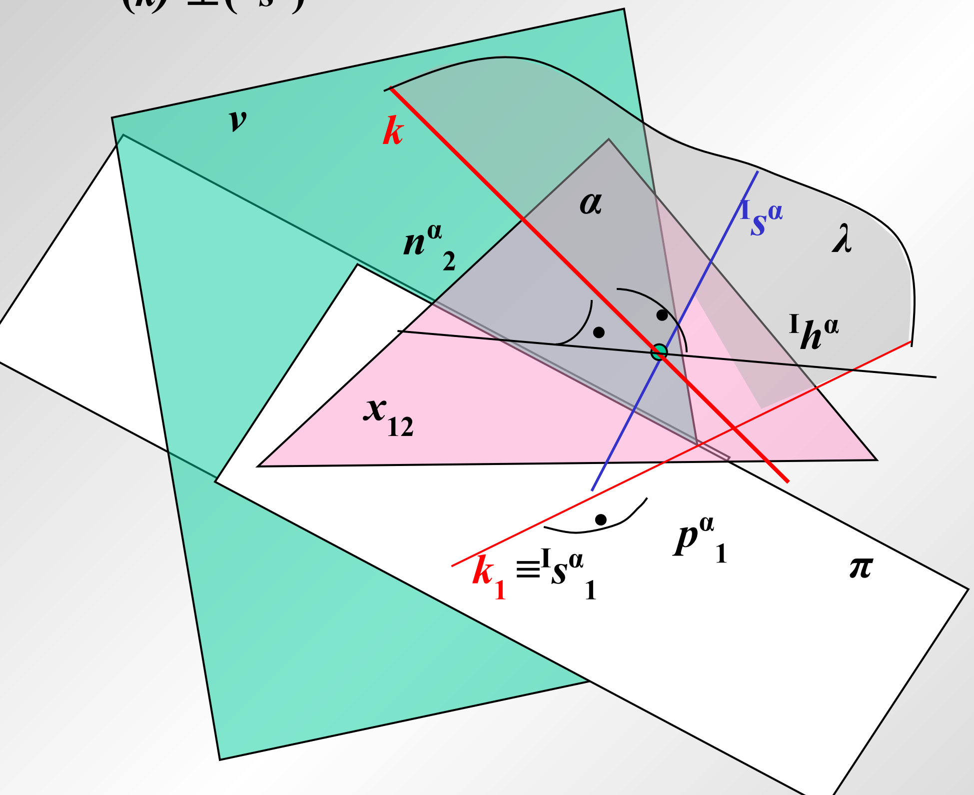
Dôsledok vety o kolmom priemete pravého uhla hovorí, že kolmý priemet kolmice na rovinu je kolmý na príslušné hlavné priamky roviny, a teda na príslušnú stopu roviny, a teda nech α (p^α, n^α) a priamka $k \perp \alpha$, potom v Mongeovej projekcii platí:

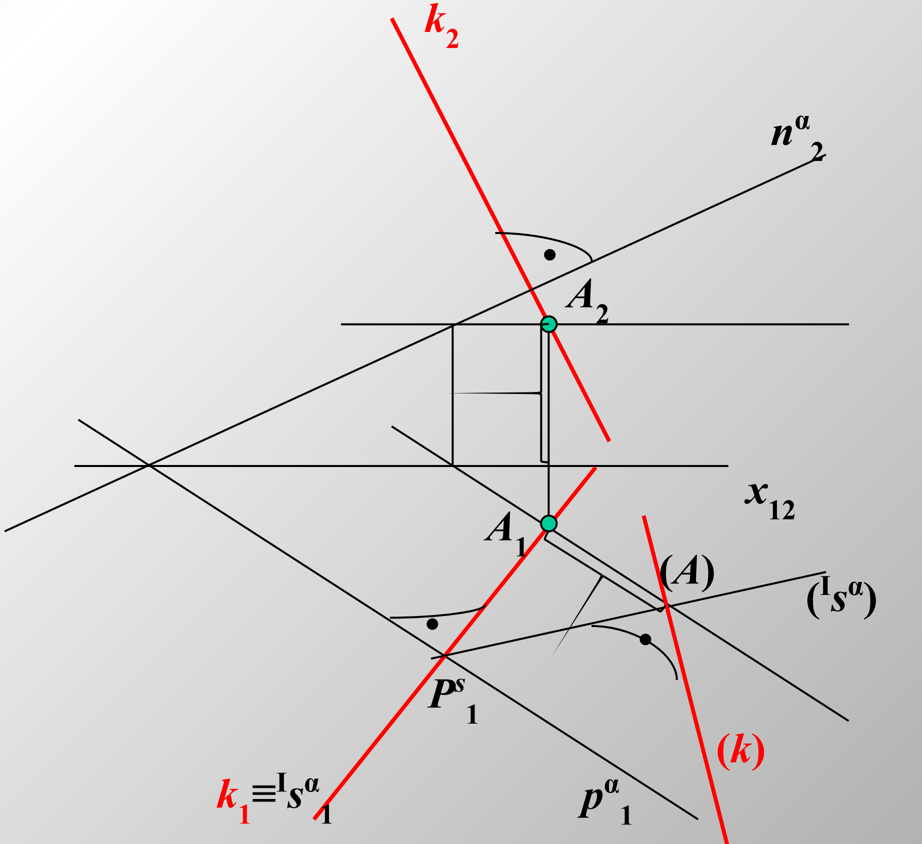
$k_1 \perp p^\alpha{}_1$ $({}^{I}h^\alpha{}_1)$, tiež $k_1 \equiv {}^{I}s^\alpha{}_1$,

$k_2 \perp n^\alpha{}_2$ $({}^{II}h^\alpha{}_1)$, tiež $k_2 \equiv {}^{II}s^\alpha{}_2$.

Kolmica na rovinu je kolmá aj na spádové priamky roviny, a teda nech $k_1 \equiv {}^{I}s^\alpha{}_1$, potom platí, že ležia v spoločnej premietacej rovine λ a v jej sklopení platí:

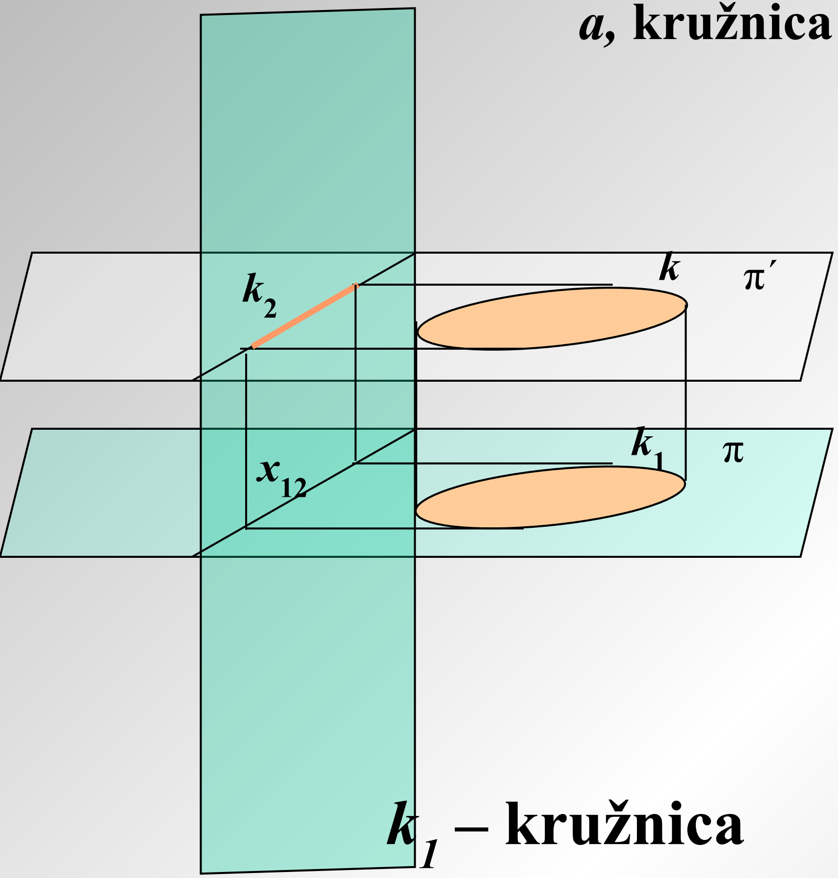
$(k) \perp ({}^{I}s^\alpha)$

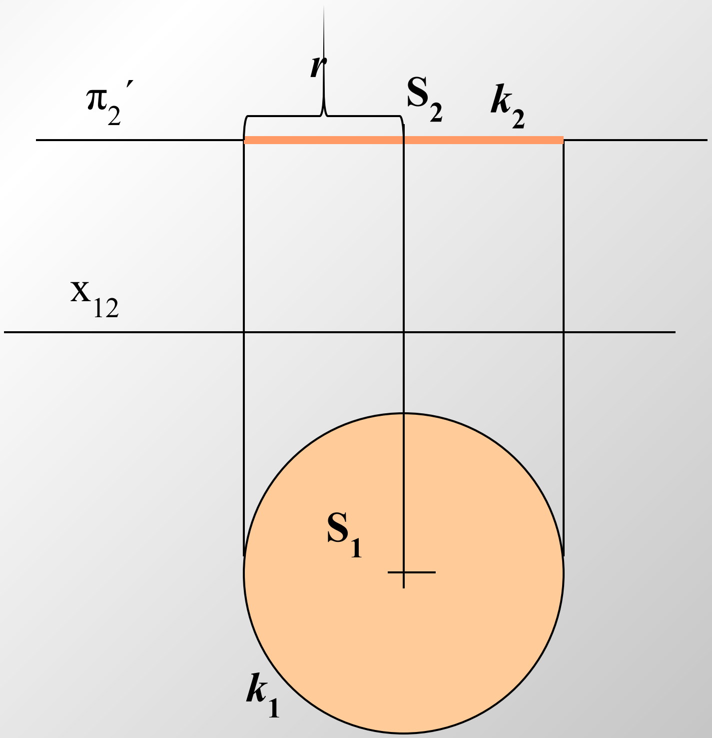




Obraz kružnice v Mongeovej projekcii

a, **kružnica *k* leží v rovine π´ || π**



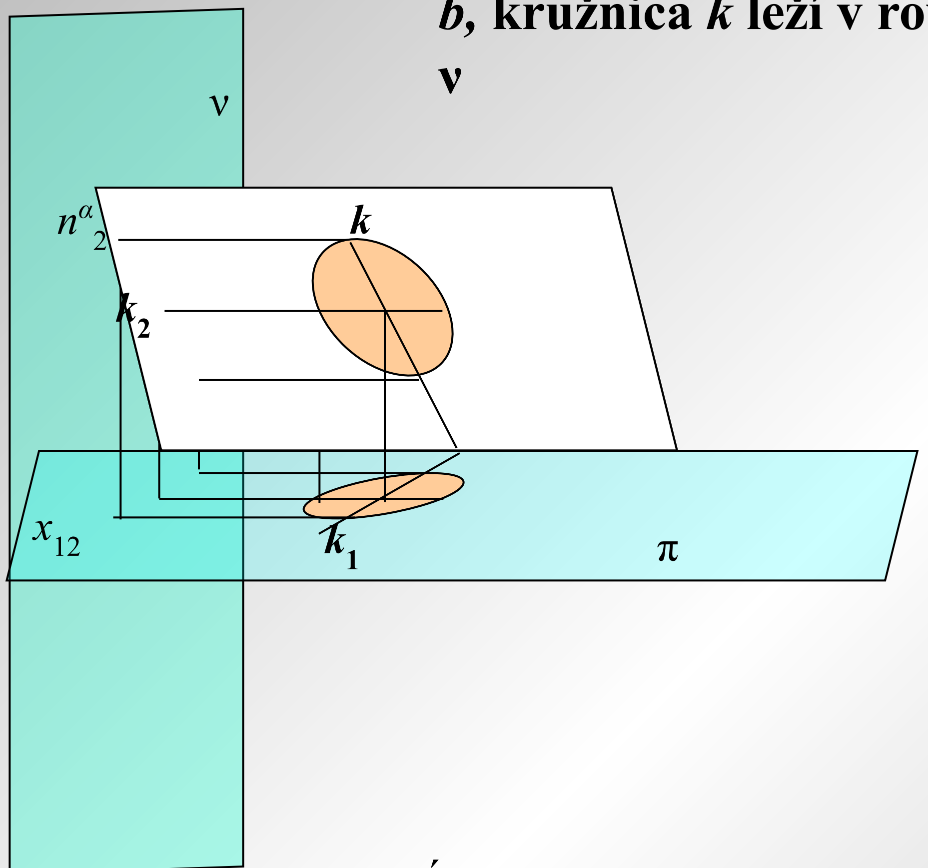


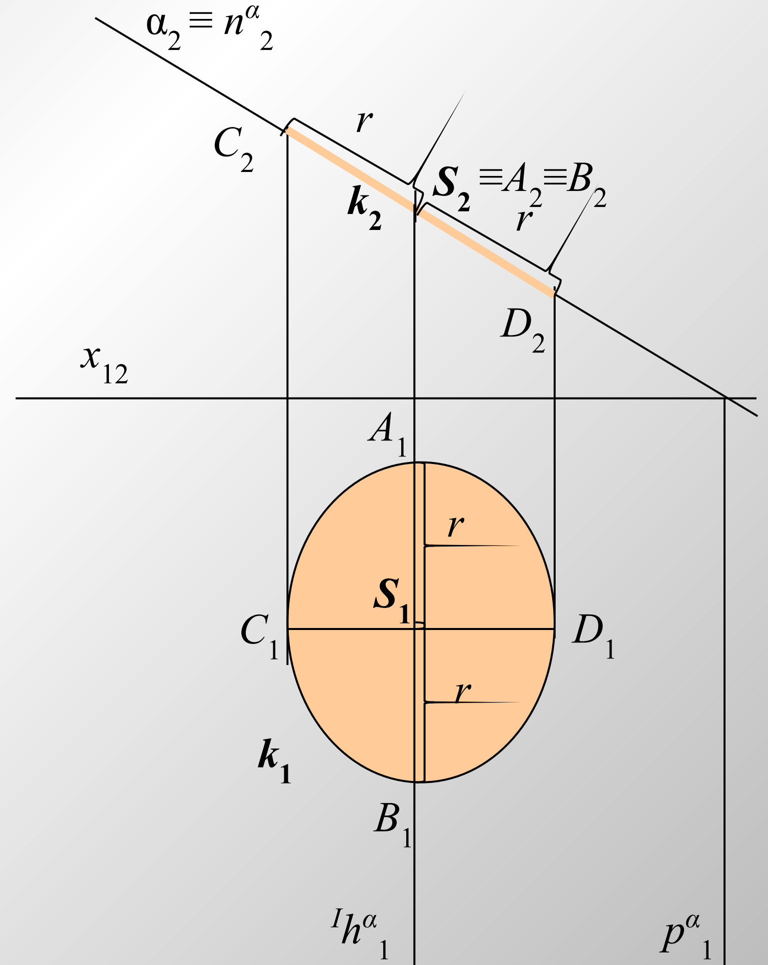
k_1 – kružnica

k_2 – úsečka

Obraz kružnice v Mongeovej projekcii

b, kružnica k leží v rovine $\alpha \perp \nu$



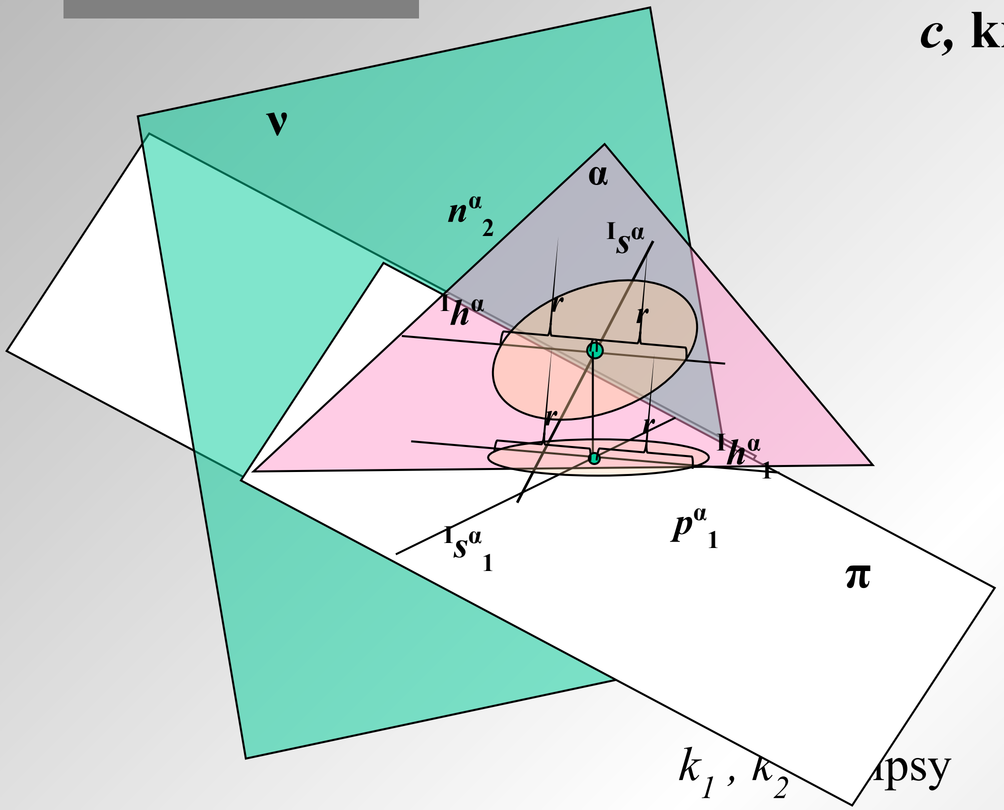


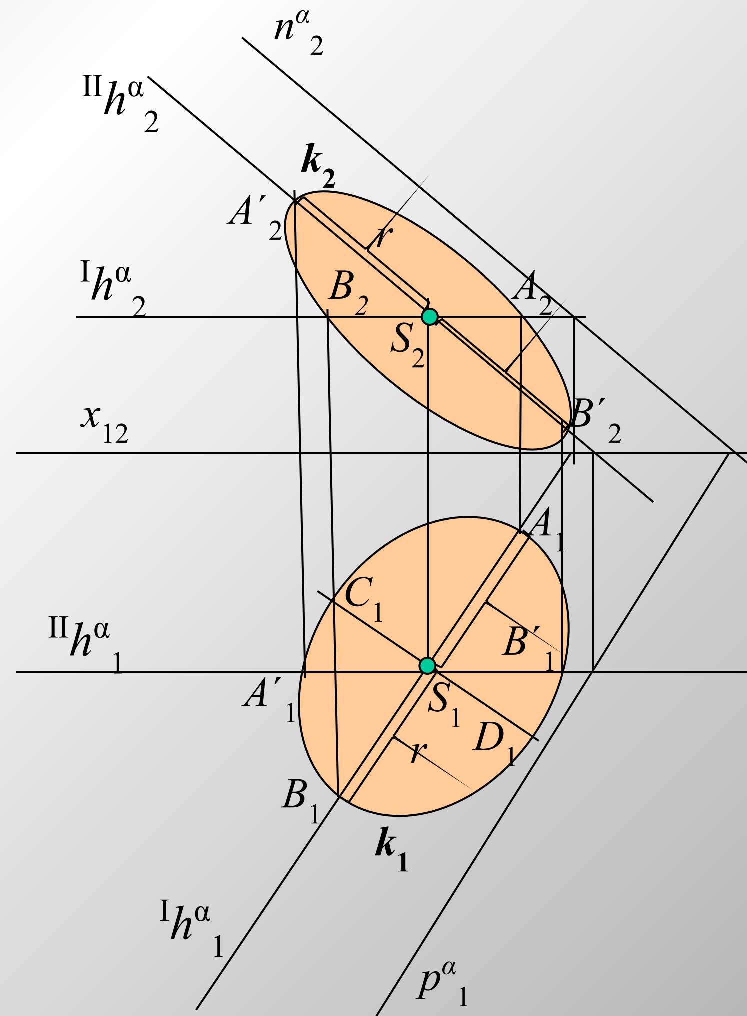
k_2 – úsečka na n^{α}_{2} , jej dĺžka $C_2D_2 = 2r$.

k_1 – elipsa , ktorej hlavná os A_1B_1 na ${}^{I}h^{\alpha}_{1}$, $A_1B_1 = 2r$,
vedľajšia os C_1D na ${}^{I}s^{\alpha}_{1}$.

Obraz kružnice v Mongeovej projekcii

c, kružnica *k* leží vo všeobecnej rovine α





k_1 – elipsa – hlavná os A_1B_1 na ${}^{I}h^{\alpha}{}_1$, $A_1B_1 = 2r$,

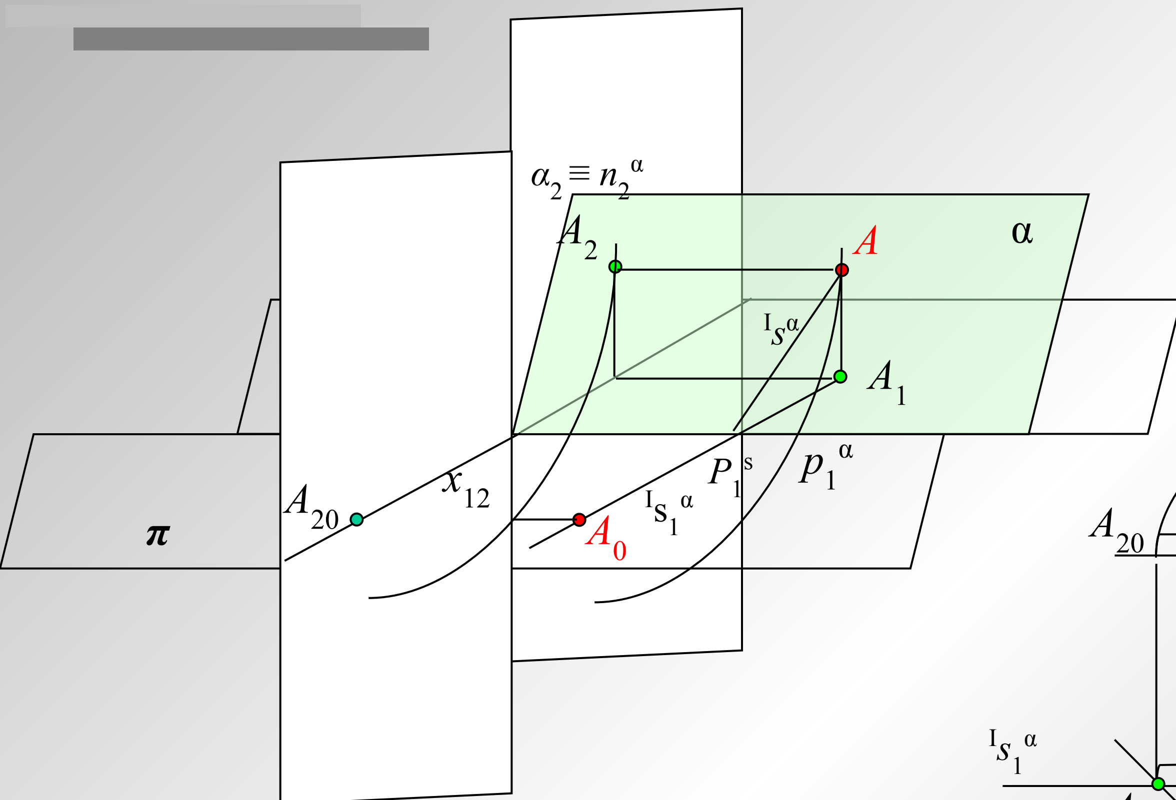
- A_2B_2 na ${}^{I}h^{\alpha}{}_2$.

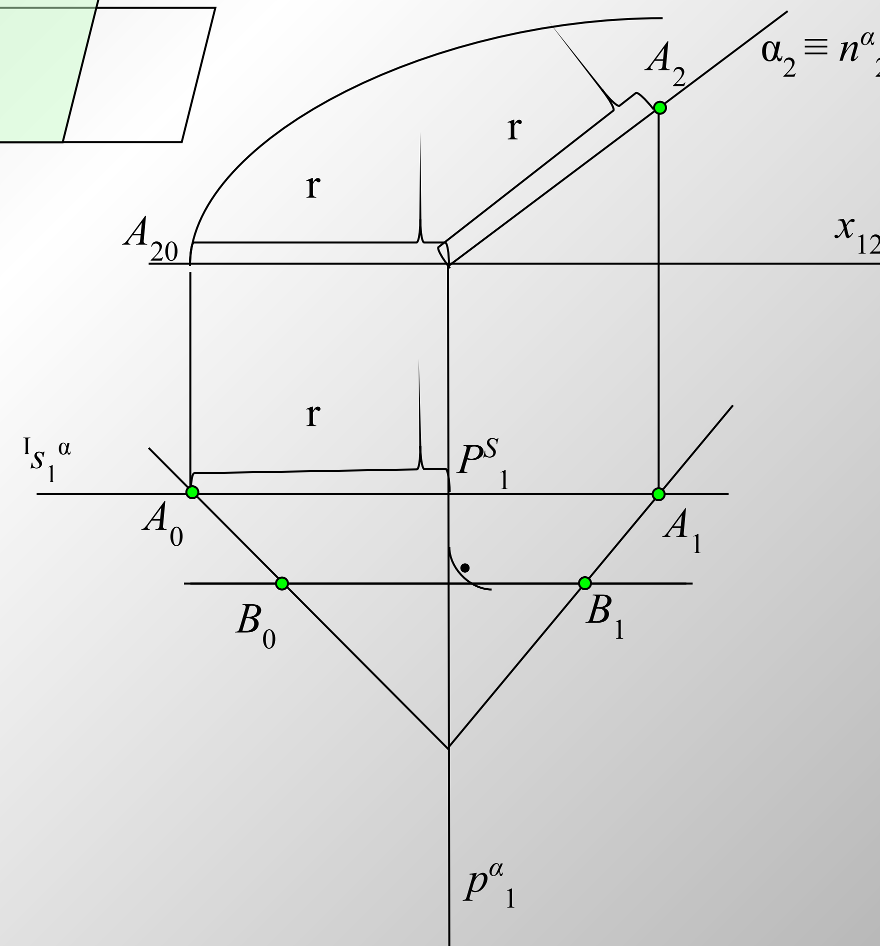
k_2 – elipsa - hlavná os $A'_2B'_2$ na ${}^{II}h^{\alpha}{}_2$, $A'_2B'_2 = 2r$,

- $A'_1B'_1$ na ${}^{II}h^{\alpha}{}_1$.
- vedľajšia os C_1D_1 elipsy k_1 na ${}^{I}s^{\alpha}{}_1$,
- vedľajšia os $C'_2D'_2$ na ${}^{II}s^{\alpha}{}_2$.

Vedľajšie osi elíps dourčíme rozdielovou konštrukciou.

Otočenie roviny kolmej na nárysňu do pôdorysne





- **Os otáčania** - p_1^α ;
- **kružnica otáčania** leží v rovine kolmej na - p_1^α; teda v premietacej rovine ${}^{I}s_1^\alpha$;
- **stred otáčania** je P_1^s ; polomer je r = $P_2^s A_2$;
- $\boldsymbol{A_0} \in {}^{I}s_1^\alpha$;
- **perspektívna afinita** s osou - p_1^α ; $A_1 \rightarrow A_0$, v nej zobrazíme $B_1 \rightarrow B_0$