

**ПЕРИОДИЧЕСКИЕ
НЕСИНУСОИДАЛЬНЫЕ ЭДС,
ТОКИ И НАПРЯЖЕНИЯ В
ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЯХ.**

Причины возникновения периодических несинусоидальных ЭДС, токов и напряжений

При генерировании, трансформации, распределении и потреблении электроэнергии возникают искажения формы синусоидальных ЭДС, напряжений и токов.

Несинусоидальные токи в цепях возникают при синусоидальных ЭДС и напряжениях источников электрической энергии, если цепи содержат нелинейные элементы. Так, в катушке с ферромагнитным магнитопроводом, которая является нелинейным элементом, при синусоидальном напряжении сети ток несинусоидальный. Подобное явление наблюдается в промышленных городских сетях, когда в качестве осветительных приборов используются люминесцентные лампы, имеющие нелинейные вольт- амперные характеристики.

Нелинейные элементы широко используются в электрических цепях автоматики, управления, релейной защиты и т. д. Эти нелинейные элементы (стабилизаторы напряжения, умножители и делители частоты, магнитные усилители и т. п.) приводят к искажению формы кривых напряжения или тока.

Известно, что постоянный ток в энергетической электронике получают преобразованием переменного синусоидального тока с помощью выпрямителей, в которых используются нелинейные элементы — диоды. Естественно, что в таких электрических цепях возникают как несинусоидальные токи, так и несинусоидальные напряжения. На рис.1.1. а.и б. приведены временные диаграммы напряжений и токов однополупериодного и двухполупериодного выпрямителей, работающих на резистивную нагрузку. В настоящее время широкое распространение получила импульсная техника, т. е. отрасль радиоэлектроники, в которой для решения определенных задач используют импульсные устройства. Формы импульсов напряжений в импульсной технике весьма разнообразны.

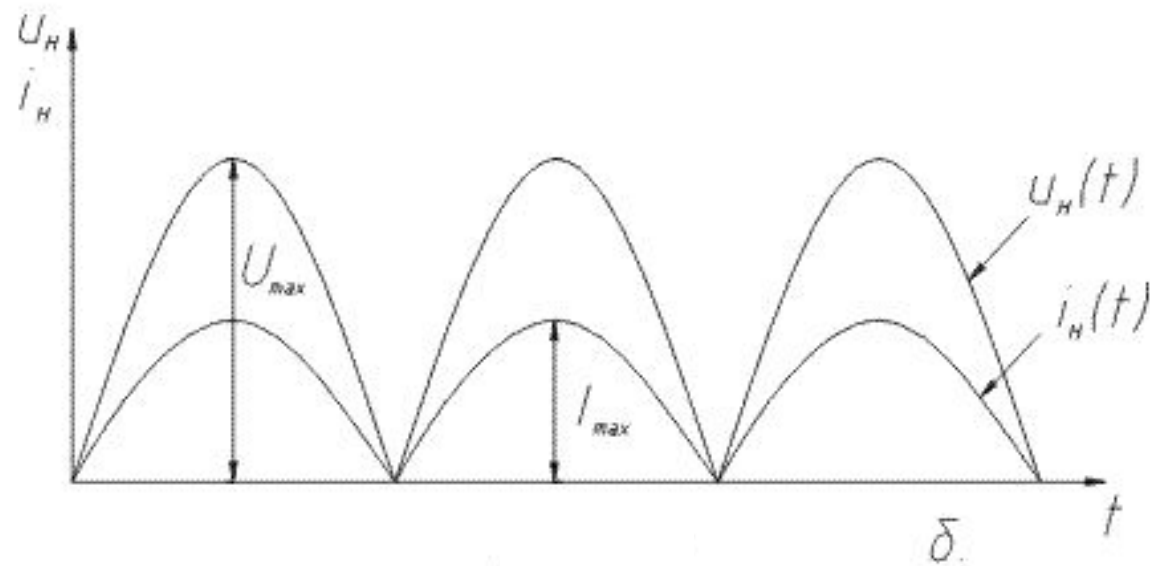
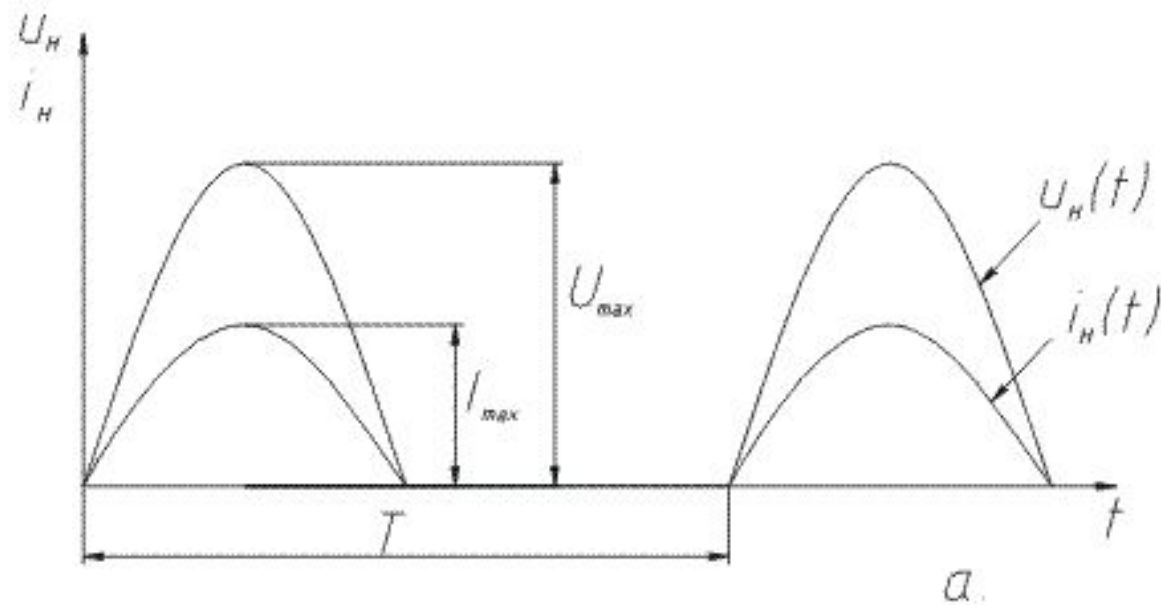


Рис.1.1.

Основное распространение получили импульсы треугольной, прямоугольной, трапецеидальной формы и др. (рис. 4.2а-в)

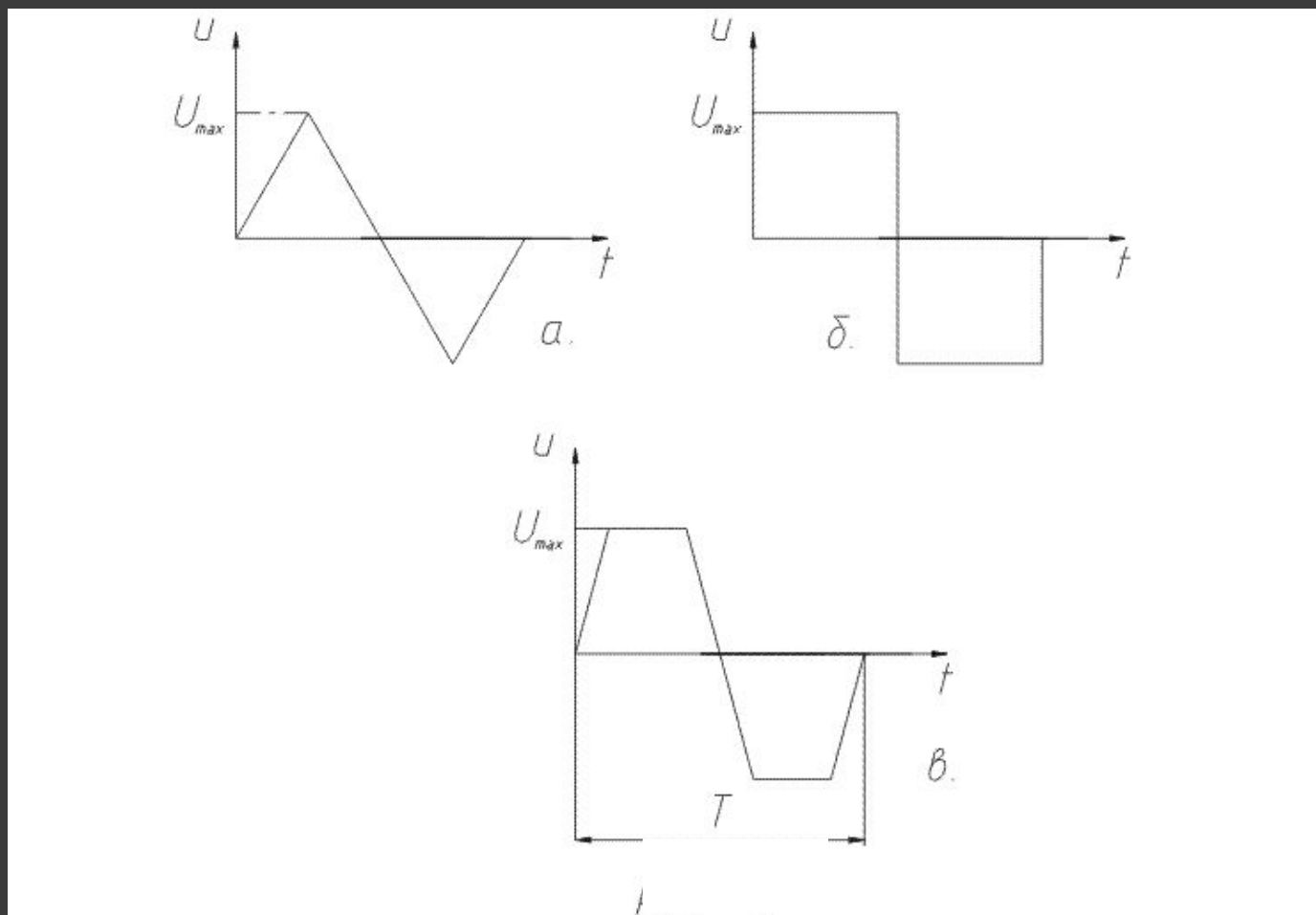
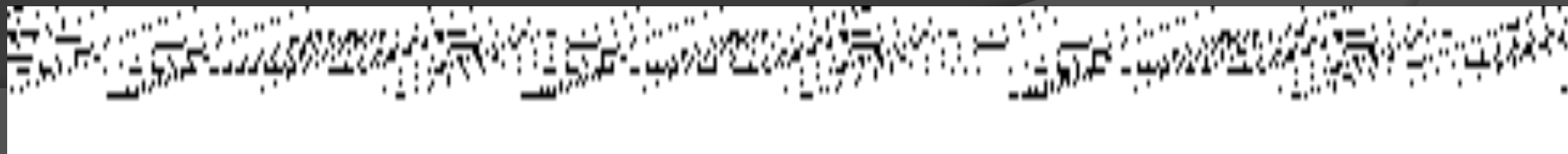


Рис.1.2.

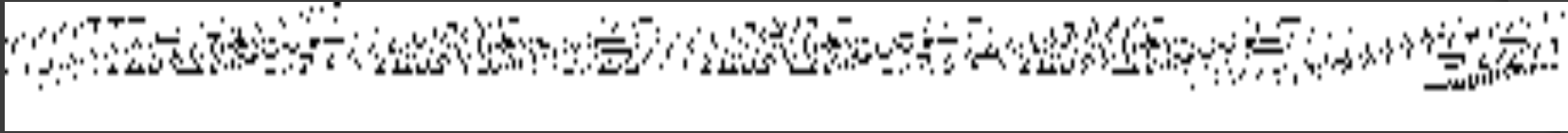
Появление в электрических цепях несинусоидальных напряжений и токов может привести к весьма нежелательным последствиям. Несинусоидальные токи вызывают дополнительные потери мощности, ухудшают характеристики двигателей, создают большие помехи в линиях связи, каналах телемеханики и т. д. Заметим, что допустимое содержание гармоник оценивается коэффициентом гармоник K_g . Для промышленных сетей $K_g \leq 5\%$, т. е. в этом случае кривая напряжения на экране осциллографа визуально не отличается от синусоиды и это напряжение длительно допустимо на выводах любого приемника электрической энергии.

Способы представления периодических несинусоидальных величин

- Периодические несинусоидальные величины могут быть представлены временными диаграммами, тригонометрическим рядом Фурье, а также эквивалентными синусоидами. Наиболее наглядными, дающими полное представление о несинусоидальной величине являются временные диаграммы, т. е. графики зависимости мгновенных значений от времени (рис. 1.1-рис. 1.2)
- Несинусоидальные ЭДС, токи и напряжения, с которыми приходится встречаться в электротехнике и промышленной электронике, являются периодическими функциями, удовлетворяющими условиям Дирихле и, следовательно, могут быть представлены тригонометрическим рядом Фурье:



напряжение треугольной формы (см. рис. 1.2
а)

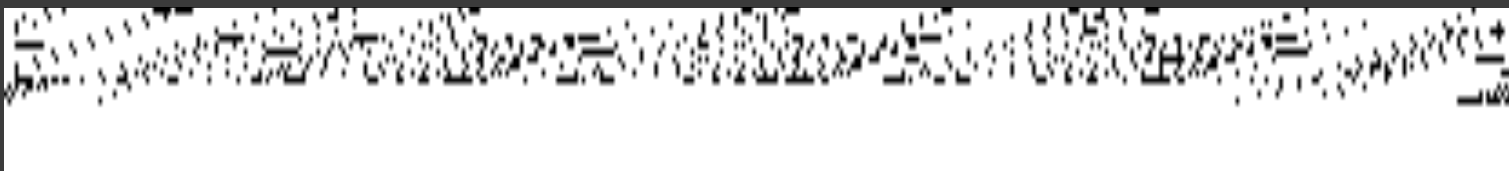


напряжение прямоугольной формы (см.
рис. 1.2б)



Тригонометрический ряд может быть представлен как в виде суммы синусов (синусный ряд), так и суммы косинусов (косинусный ряд) гармонических составляющих.

В зависимости от характера реальной кривой $f(\omega t)$ тригонометрический ряд может не содержать постоянной составляющей, четных или нечетных высших гармоник, а также начальных фаз. Например, тригонометрические ряды Фурье некоторых несинусоидальных напряжений имеют вид: напряжение на нагрузке при однополупериодном выпрямлении (см. рис. 1.1а)



напряжение на нагрузке при двухполупериодном выпрямлении (см. рис. 1.1б)



В практических расчетах цепей с несинусоидальными ЭДС, токами и напряжениями их мгновенные значения приближенно отображают конечным рядом Фурье (3—7 членов ряда). Число членов ряда определяется необходимой точностью расчета.

Характеристика несинусоидальных величин, представленных рядом Фурье, может быть осуществлена графически с помощью диаграмм амплитудно-частотного (рис. 1.3), фазо - частотного (рис. 1.4) спектров.

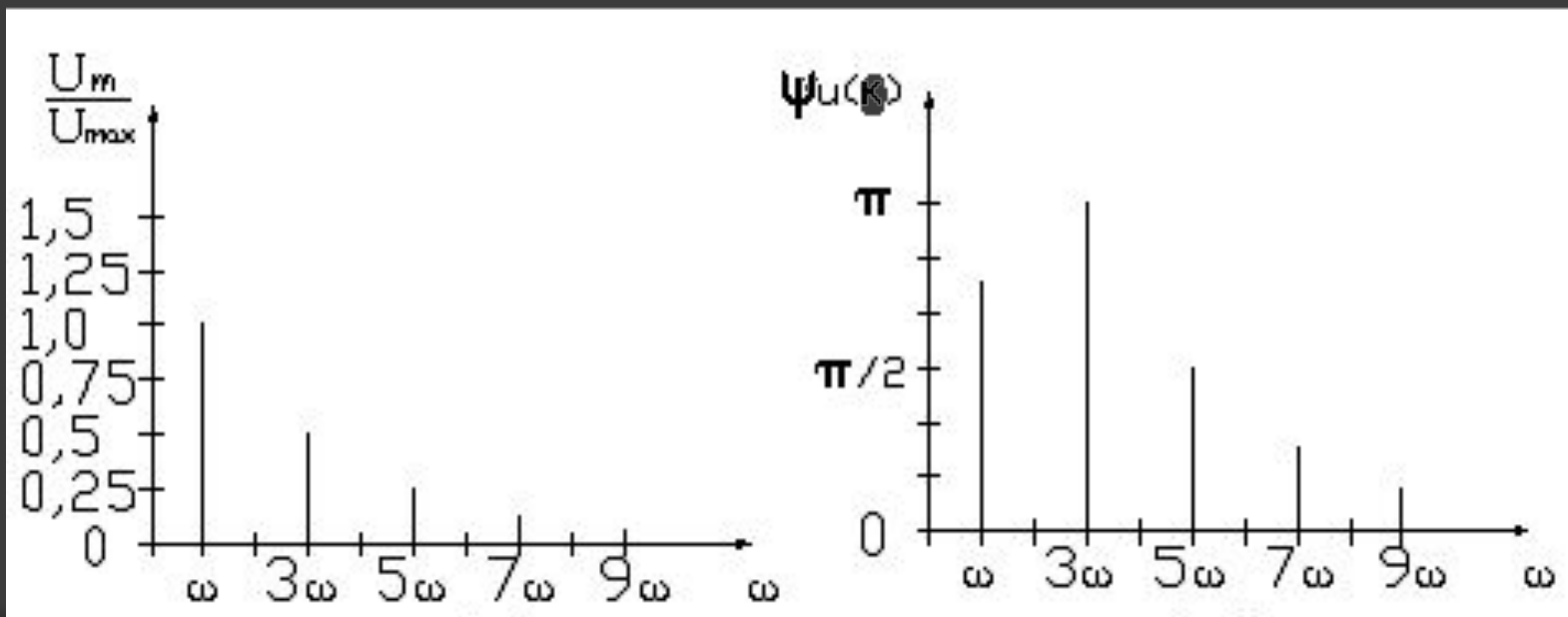


Рис.1.3.

Рис.1.4.

Данные диаграммы характеризуют форму несинусоидальных кривых, причем первая диаграмма показывает спектральный состав по амплитудам, т. е. представляет зависимость амплитуд гармоник в относительных единицах от частоты, вторая диаграмма выражает зависимость начальных фаз гармоник от частоты.

Периодические несинусоидальные ЭДС, напряжения и токи могут быть представлены так же эквивалентными синусоидами

Основные соотношения для несинусоидальных величин

Под максимальными значениями несинусоидальных ЭДС, токов или напряжений подразумевается их наибольшее мгновенное значение (см. рис. 1.5, рис. 1.6).

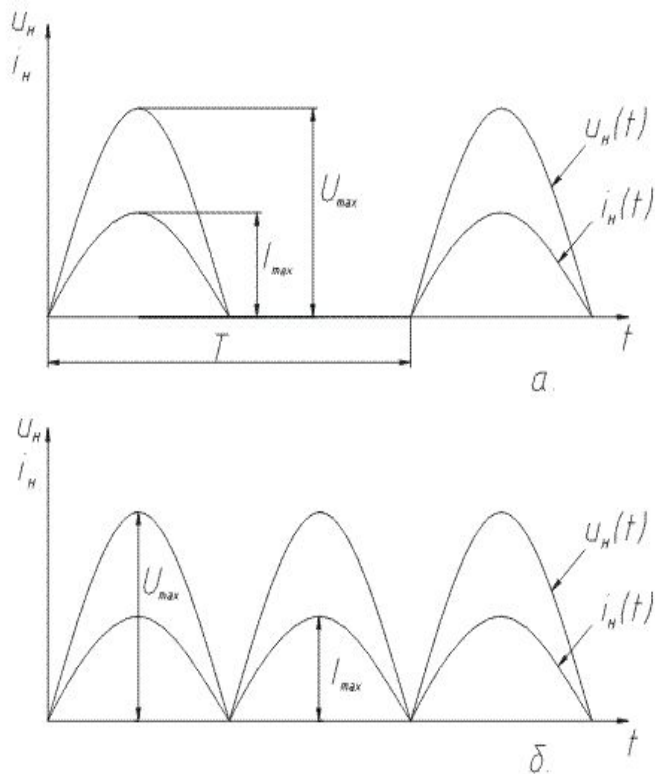


Рис.1.5.

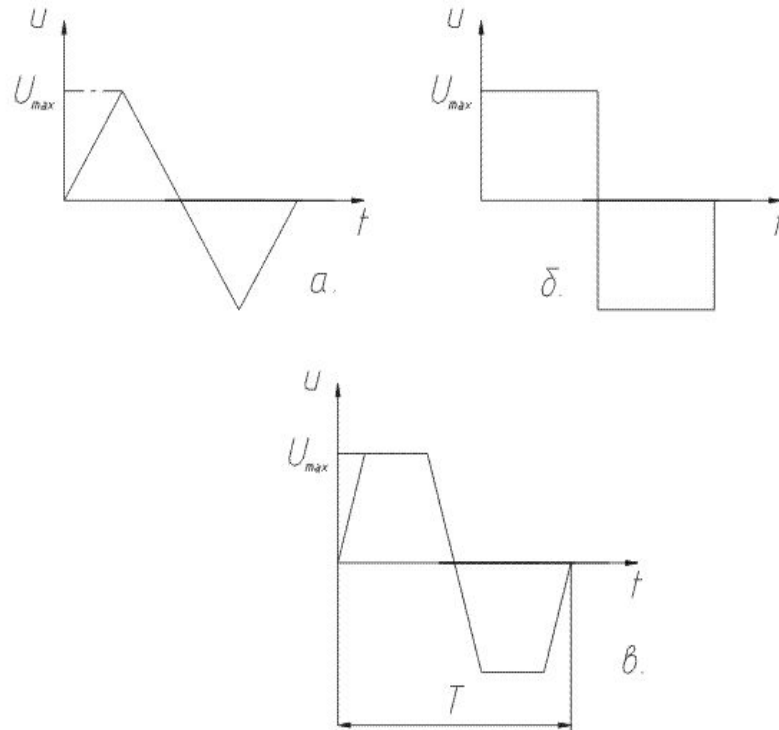


Рис.1.6.

Действующие значения несинусоидальных величин.

Под действующими значениями несинусоидальных ЭДС, токов и напряжений, как и для синусоидального тока, понимается их среднеквадратичное значение за период. Так, действующее значение несинусоидального тока:

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2(t) dt}$$

где

$$i(t) = I_0 + I_{1m} \sin(\omega t + \varphi_1) + I_{2m} \sin(2\omega t + \varphi_2) + \dots + I_{km} \sin(k\omega t + \varphi_k)$$

После интегрирования получаем:

$$I = \sqrt{I_0^2 + I_1^2 + I_2^2 + \dots + I_k^2}$$

где I_1, I_2, I_k — действующие значения токов первой, второй, k -й гармоник, т. е.

$$I_1 = \frac{I_{1m}}{\sqrt{2}}$$

$$I_2 = \frac{I_{2m}}{\sqrt{2}}$$

$$I_k = \frac{I_{km}}{\sqrt{2}}$$

Следовательно, действующее значение несинусоидального тока практически определяется как корень квадратный из суммы квадратов постоянной составляющей и действующих значений всех последующих гармоник. Аналогично действующие значения ЭДС и напряжений.

$$E = \sqrt{E_0^2 + E_1^2 + E_2^2 + \dots + E_k^2}$$

$$U = \sqrt{U_0^2 + U_1^2 + U_2^2 + \dots + U_k^2}$$

Действующие значения несинусоидальных напряжений и токов измеряются приборами электродинамической, электромагнитной и электростатической систем.

Средние значения несинусоидальных величин.

Существуют следующие понятия средних значений несинусоидальных токов, ЭДС и напряжений.

Среднее значение несинусоидального тока за период, которое равно его постоянной составляющей:

$$I_{cp} = \frac{1}{T} \int_0^T i(t) dt = I_0$$

Среднее значение по модулю несинусоидального тока за период:

$$I_{cp.мод} = \frac{1}{T} \int_0^T |i(t)| dt$$

Таким же образом может быть осуществлена запись средних значений несинусоидальных ЭДС, напряжений.

Средние значения несинусоидальных напряжений и токов измеряются магнитоэлектрическими приборами без выпрямителя, средние значения по модулю магнитоэлектрическими приборами, с выпрямителем.

Коэффициенты, характеризующие несинусоидальные величины.

Формы периодических несинусоидальных кривых могут характеризовать следующие коэффициенты (в скобках приведены значения коэффициентов для синусоидальных токов).

1. Коэффициент амплитуды

$$k_a = I_m / I \quad k_a = 1.41$$

2. Коэффициент формы

$$k_f = I / I_{\text{ср. мод}} \quad k_f = 1.11$$

3. Коэффициент гармоник

$$k_r = \sqrt{I_2^2 + I_3^2 + \dots} / I_1 \quad k_r = 0$$

4. Коэффициент среднего значения

$$k_{cp} = I_{cp} / I_m$$

$$k_{cp} = 0$$

5. Коэффициент искажения

$$k_H = I_1 / \sqrt{I_0^2 + I_1^2 + I_2^2 + \dots}$$

$$k_H = 1$$

6. Коэффициент пульсации

$$k_{\%} = I_{1m} / I_0$$

Коэффициенты K_a и K_{ϕ} характеризуют форму периодических кривых, т. е. их отличие от синусоиды, и используются в силовой электротехнике, радиотехнике и т. д. Коэффициенты K_{γ} и K_{η} являются показателями качества электрической энергии энергосистем. В энергетической электронике при оценке результатов преобразования переменного синусоидального тока в постоянный используются коэффициенты K_{cp} и $K_{п}$.

Понятие о расчете активной и полной мощности линейных электрических цепей при несинусоидальных напряжениях и токах.

Для электрических цепей при несинусоидальных напряжениях и токах мгновенная мощность определяется как: . Активная мощность, как и для синусоидального тока, есть среднее значение мгновенной мощности за период:

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^T u(t)i(t) dt$$

После подстановки значений $u(t)$ и $i(t)$, имеющих одинаковый гармонический состав, получим:

$$P = U_0 I_0 + U_1 I_1 \cos \varphi_1 + \dots + U_k I_k \cos \varphi_k$$

$$\varphi_k = \psi_{ku} - \psi_{ki}$$

Следовательно, активная мощность при несинусоидальных напряжениях и токах равна сумме активной мощности постоянных составляющих и активных мощностей всех гармонических составляющих тока и напряжения. Полная мощность:

$$S = UI$$

где U и I — действующие значения несинусоидальных напряжения и тока.

Анализ линейных электрических цепей при несинусоидальном напряжении источника питания.

- Известно, что к линейным электрическим цепям применим метод наложения. В соответствии с этим запись периодического несинусоидального напряжения источника энергии рядом Фурье дает возможность представить его несколькими последовательно соединенными и одновременно действующими источниками ЭДС или напряжений и осуществлять анализ электрического состояний цепей на основе метода наложения.
- Например, рассмотрим электрическую цепь рис. 4.5а, в которой к источнику с несинусоидальной ЭДС подключены последовательно резистивный, индуктивный и емкостной элементы.

$$e(t) = E_0 + E_{1m} \sin at + E_{2m} \sin 2at$$

С учетом вышесказанного, в рассматриваемой электрической цепи ЭДС $e(t)$ может быть представлена тремя ЭДС (рис. 1.7б).

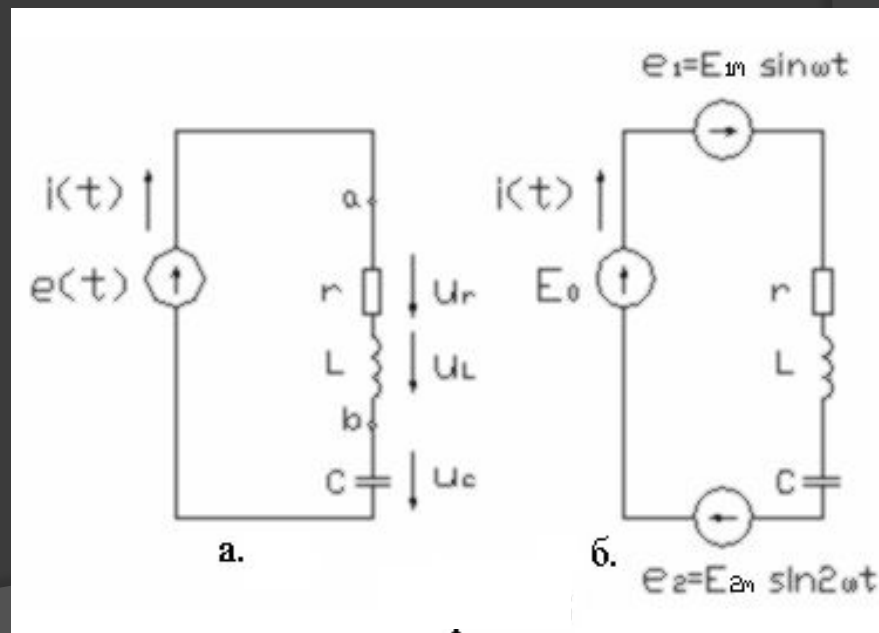


Рис.1.7

Графики $E_0(t)$, а также $e_1(t)$ и $e_2(t)$ изображены на рис. 1.8. В соответствии с методом наложения данная электрическая цепь рассчитывается как цепь, в которой действуют три независимые ЭДС. При этом определение тока и напряжений от ЭДС E_0 осуществляется, как при расчете цепей постоянного тока, а от ЭДС $e_1(t)$ и $e_2(t)$ — как при расчете цепей синусоидального тока.

При расчете цепи от ЭДС $e_2(t)$ и ЭДС более высших гармоник необходимо производить пересчет значений X_L и X_C , так как они зависят от частоты

$$X_{Ck} = 1/k\omega C$$

$$X_{Lk} = k\omega L$$

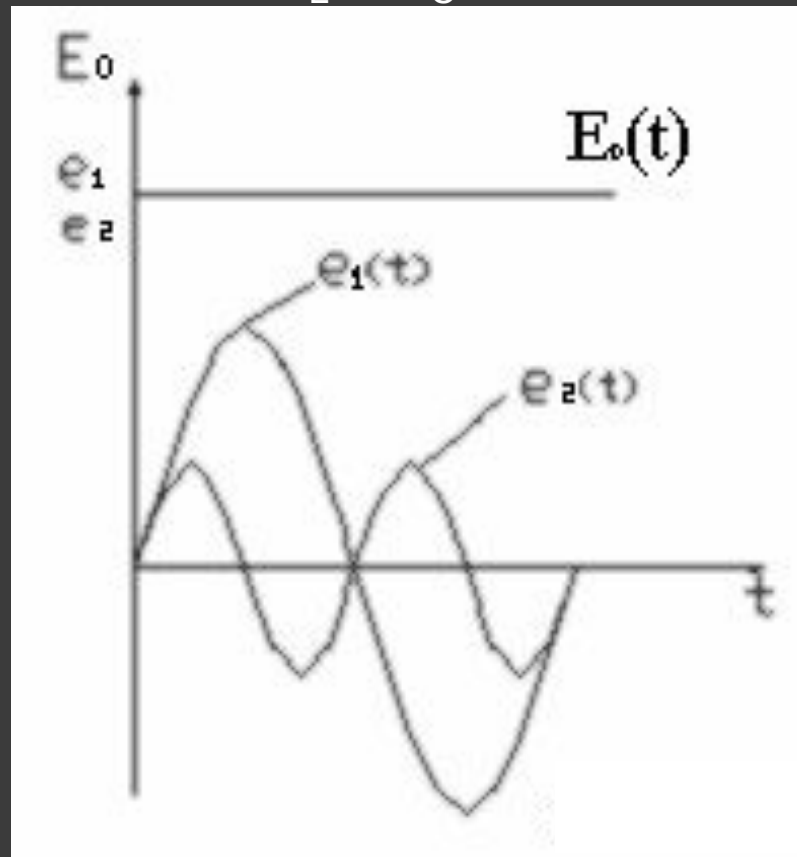


Рис.1.8.

В анализируемой электрической цепи постоянная составляющая ЭДС не вызывает установившегося тока, так как сопротивление емкостного элемента при постоянном токе равно бесконечности.

Определяем ток и напряжение в электрической цепи с ЭДС $e_1(t)$ и $e_2(t)$.

Для первой гармоники

$$i_1 = I_{1m} \sin(\omega t + \varphi_1)$$

Где

$$I_{1m} = \frac{E_{1m}}{z_1} = \frac{E_{1m}}{\sqrt{r^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}$$

$$\varphi_1 = \arctg \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{r}$$

В общем случае

$$\varphi_k = \psi_{ke} - \psi_{ki}, \text{ тогда } \psi_{ki} = \psi_{ke} - \varphi_k, \text{ а для первой гармоники } \psi_{1i} = \psi_{1e} - \varphi_1$$

Для второй гармоники

$$i_2 = I_{2m} \sin(2\omega t + \varphi_2)$$

Где

$$I_{2m} = \frac{E_{2m}}{z_2} = \frac{E_{2m}}{\sqrt{r^2 + (2\omega L - \frac{1}{2\omega C})^2}} \quad \varphi_2 = \arctg \frac{2\omega L - \frac{1}{2\omega C}}{r}$$

$$\psi_{2i} = \psi_{2e} - \varphi_2$$

Напряжение U_r , резистивного элемента совпадает по фазе с током цепи и в общем случае:

$$u_r = U_{0r} + u_{1r} + u_{2r} \quad , \text{ а так как } U_{0r} = I_0 r = 0 \quad , \text{ то } u_r = u_{1r} + u_{2r}$$

$$u_r(t) = U_{1mr} \sin(\omega t + \psi_1) + U_{2mr} \sin(2\omega t + \psi_2)$$

Аналогично могут быть определены значения u_L и u_C :

$$u_L(t) = I_{1m} x_L \sin(\omega t + \psi_1 + \frac{\pi}{2}) + I_{2m} 2x_L \sin(2\omega t + \psi_2 + \frac{\pi}{2})$$

$$u_C(t) = I_{1m} x_C \sin(\omega t + \psi_1 - \frac{\pi}{2}) + I_{2m} \frac{x_C}{2} \sin(2\omega t + \psi_2 - \frac{\pi}{2})$$

Определение гармонических составляющих токов i_1 и i_2 , а также напряжений U_r , U_L и U_C можно также осуществить с использованием комплексных чисел

Влияние резистивного, индуктивного и емкостного элементов цепи на форму кривой тока. Резонансные явления.

При резистивной нагрузке токи всех гармоник совпадают по фазе с соответствующими гармониками напряжений и форма кривой несинусоидального тока аналогична форме кривой напряжения.

В цепи с индуктивным элементом амплитуда тока основной гармоники определяется :

$$I_{1m} = U_{1m} / \omega L$$

амплитуды токов всех последующих гармонических составляющих :

$$I_{km} = U_{km} / k \omega L$$

Так как сопротивление индуктивного элемента увеличивается с переходом к высшим гармоникам, то амплитуда каждой гармоники тока будет уменьшаться обратно пропорционально порядку гармоники, и высшие гармоники тока будут проявляться в меньшей степени в общей кривой тока. Таким образом, кривая тока меньше отличается от синусоиды, чем кривая напряжения. Аналогично в цепи с емкостным элементом амплитуды токов основной и высших гармоник определяются как:

$$I_{km} = \frac{U_{km}}{1/k\omega C}$$

$$I_{1m} = \frac{U_{1m}}{1/\omega C}$$

Так как сопротивление емкостного элемента уменьшается с переходом к высшим гармоникам, то амплитуды гармоник тока будут увеличиваться пропорционально порядку гармоники, форма кривой тока будет искажаться еще больше в сравнении с кривой напряжения.

Поскольку с ростом частоты сопротивление индуктивного элемента увеличивается, а емкостного уменьшается, в электрической цепи рис. 1.7а может возникнуть резонанс напряжений либо для первой, либо для одной из высших гармоник. Условие возникновения резонанса напряжений для некоторой k -гармоники

$$k\omega L = 1/k\omega C$$

При этом амплитуда тока резонансной гармоники может значительно превысить амплитуды тока всех остальных гармоник, а на участках электрической цепи как с индуктивным, так и с емкостным элементом могут возникнуть перенапряжения. В электрических цепях несинусоидального тока при параллельном соединении катушки и конденсатора возможно возникновение резонанса тока либо для первой, либо для одной из высших гармоник с присущими данному резонансу явлениями.