

Лекция 1. Основные понятия и модели физики волновых явлений

- 1. Волновые явления в природе, примеры из механики, электродинамики, и квантовой физики**
- 2. Математические модели простейших волновых явлений:**
 - уравнение гармонического осциллятора, общее решение, начальные условия, комплексная форма записи решения;
 - уравнение гармонического осциллятора с переносом, общее решение;
 - волновое уравнение (уравнение Даламбера), общее решение для плоской и сферической геометрий
- 3. Плоские гармонические волны:**
 - тригонометрическая и комплексная формы записи плоской волны;
 - фазовая скорость плоской волны и скорость переноса возмущений;
 - понятие о дисперсионном уравнении, волны без дисперсии
- 4. Гармонические сферические и цилиндрические волны**
 - гармонические сферические волны
 - гармонические цилиндрические волны
- 5. Разложение по плоским волнам**
 - основные соотношения и определения
 - разложение по плоским волнам без дисперсии

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} + \omega_0^2 \psi = 0$$

$$\psi(t, \mathbf{r}) = A(\mathbf{r}) \cos(\omega_0 t) + B(\mathbf{r}) \sin(\omega_0 t)$$

$$\psi(0, \mathbf{r}) = \psi_0(\mathbf{r}), \quad \frac{\partial}{\partial t} \psi(0, \mathbf{r}) = \psi'_0(\mathbf{r}) \quad A(\mathbf{r}) = \psi_0(\mathbf{r}), \quad B(\mathbf{r}) = \omega_0^{-1} \psi'_0(\mathbf{r})$$

$$\psi(t, \mathbf{r}) = f_1(\mathbf{r}) \exp(-i\omega_0 t) + f_2(\mathbf{r}) \exp(i\omega_0 t)$$

$$f_{1,2}(\mathbf{r}) = \frac{1}{2} [\psi_0(\mathbf{r}) \pm i\omega_0^{-1} \psi'_0(\mathbf{r})]$$



$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{u} \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} \right)^2 \psi + \omega_0^2 \psi = 0$$

$$\psi(t, \mathbf{r}) = f_1(\mathbf{r} - \mathbf{u}t) \exp(-i\omega_0 t) + f_2(\mathbf{r} - \mathbf{u}t) \exp(i\omega_0 t)$$

$$\Delta\psi - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2\psi}{\partial t^2} = 0$$

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

$$\psi(t, \mathbf{r}) = \psi(t, \xi)$$

$$\xi = \mathbf{s} \cdot \mathbf{r} = s_x x + s_y y + s_z z$$

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial \xi^2} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2\psi}{\partial t^2} = 0$$

$$\psi(t, \mathbf{r}) = f_1(\mathbf{s} \cdot \mathbf{r} - vt) + f_2(\mathbf{s} \cdot \mathbf{r} + vt)$$

$$\Delta = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} r^2 \frac{\partial}{\partial r} = \frac{1}{r} \frac{\partial^2}{\partial r^2} r$$

$$\frac{\partial^2(r\psi)}{\partial r^2} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2(r\psi)}{\partial t^2} = 0$$

$$\psi(t, r) = \frac{f_1(r - vt)}{r} + \frac{f_2(r + vt)}{r}$$

$$\psi(t, \mathbf{r}) = A \cos(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) + B \sin(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) = C \cos(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \alpha)$$

$$\psi(t, \mathbf{r}) = A' \cos(\omega t + \mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) + B' \sin(\omega t + \mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) = C' \cos(\omega t + \mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \alpha')$$

$$\psi(t, \mathbf{r}) = \frac{1}{2} [C_0 \exp(-i\omega t + i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) + C_0^* \exp(i\omega t - i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r})]$$

$$\omega^2 = \omega_0^2 \rightarrow \omega = \pm \omega_0$$

$$\psi(t, \mathbf{r}) = \frac{1}{2} [C_0 \exp(-i\omega_0 t + i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) + C_0^* \exp(i\omega_0 t - i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r})]$$

$$(\omega - \mathbf{k} \cdot \mathbf{u})^2 = \omega_0^2 \rightarrow \omega = \mathbf{k} \cdot \mathbf{u} \pm \omega_0$$

$$\psi(t, \mathbf{r}) = \frac{1}{2} \{C_0 \exp[i\mathbf{k} \cdot (\mathbf{r} - \mathbf{u}t) \mp i\omega_0 t] + C_0^* \exp[-i\mathbf{k} \cdot (\mathbf{r} - \mathbf{u}t) \pm i\omega_0 t]\}$$

$$\omega^2 = k^2 v^2 \rightarrow \omega = \pm kv$$

$$\psi(t, \mathbf{r}) = \frac{1}{2} \{C_0 \exp[ik(\mathbf{s} \cdot \mathbf{r} - vt)] + C_0^* \exp[-ik(\mathbf{s} \cdot \mathbf{r} - vt)]\},$$

$$\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r} = \text{const} \quad V_\Phi = \frac{\omega}{k \cos \theta}$$

$$D(\omega, \mathbf{k}) = 0 \rightarrow \omega = \omega(\mathbf{k})$$

$$\psi(t, r) = \frac{f_1(r - vt)}{r} + \frac{f_2(r + vt)}{r} \quad \begin{aligned} f_1(r - vt) &= A_1 \cos[k(r - vt)] + B_1 \sin[k(r - vt)], \\ f_2(r + vt) &= A_2 \cos[k(r + vt)] + B_2 \sin[k(r + vt)], \end{aligned}$$

$$\psi(t, r) = \phi(r) \exp(-i\omega t) \quad \frac{d^2(r\phi)}{dr^2} + k^2(r\phi) = 0$$

$$\phi(r) = \frac{A^*}{r} \exp(ikr) + \frac{B}{r} \exp(-ikr)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial \phi}{\partial r} + k^2 \phi = 0$$

$$\phi(r) = \tilde{A}^* H_0^{(1)}(kr) + \tilde{B} H_0^{(2)}(kr)$$

$$r \gg \lambda = 2\pi/k$$

$$\phi(r) = \frac{A^*}{\sqrt{r}} \exp(ikr) + \frac{B}{\sqrt{r}} \exp(-ikr)$$

$$\psi(t, r) = \frac{f_1(r - vt)}{r^\alpha} + \frac{f_2(r + vt)}{r^\alpha}$$

$$\psi(t, \mathbf{r}) = \frac{1}{2} (2\pi)^{-3} \int \{C_0(\mathbf{k}) \exp[-i\omega(\mathbf{k})t + i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}] + C_0^*(\mathbf{k}) \exp[i\omega(\mathbf{k})t - i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}]\} d\mathbf{k}$$

$$\psi(0, \mathbf{r}) \equiv \psi_0(\mathbf{r}) = \frac{1}{2} (2\pi)^{-3} \int [C_0(\mathbf{k}) \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) + C_0^*(\mathbf{k}) \exp(-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r})] d\mathbf{k}$$

$$\delta(\mathbf{k} \pm \mathbf{k}') = (2\pi)^{-3} \int \exp[i(\mathbf{k} \pm \mathbf{k}') \cdot \mathbf{r}] d\mathbf{r} \quad C_0(\mathbf{k}) = \int \psi_0(\mathbf{r}) \exp(-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) d\mathbf{r}$$

$$\omega(\mathbf{k}) = \mathbf{V} \cdot \mathbf{k} + \Omega \quad \psi(t, \mathbf{r}) = \frac{1}{2} [\tilde{\psi}_0(\mathbf{r} - \mathbf{V}t) \exp(-i\Omega t) + \tilde{\psi}_0^*(\mathbf{r} - \mathbf{V}t) \exp(i\Omega t)]$$

$$\omega(\mathbf{k}) = |\mathbf{k}| V = kV \quad C_0(\mathbf{k}) = \delta(k_x) \delta(k_y) \tilde{C}_0(k_z)$$

$$\psi(t, \mathbf{r}) = \frac{1}{2} (2\pi)^{-3} \int \{\tilde{C}_0(k_z) \exp[ik_z(z - Vt)] + \tilde{C}_0^*(k_z) \exp[-ik_z(z - Vt)]\} dk_z$$