

Лекция 2. Продольные и поперечные плоские волны в однородных изотропных средах

1. Плоские звуковые волны в жидкостях и газах.

Упругие волны в твердых телах:

- уравнения механики сплошной среды в отсутствие вязкости;
- линеаризованные уравнения акустики, продольные звуковые волны
- упругие плоские волны в изотропных твердых телах

2. Плоские электромагнитные волны в однородной изотропной среде без дисперсии:

- уравнения Максвелла и материальные уравнения;
- уравнения поля для плоских возмущений в изотропной среде;
- электромагнитные волны в изотропной среде
- поляризация поперечных волн

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho \mathbf{U}) = 0$$

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + (\mathbf{U} \cdot \nabla) \mathbf{U} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \mathbf{g}$$

$$p = p(\rho)$$

$$\frac{\partial \tilde{p}}{\partial t} + \rho_0 \nabla \cdot \mathbf{U} = 0,$$

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_0} \nabla \tilde{p},$$

$$\tilde{p} = \left(\frac{dp}{d\rho} \right)_0 \tilde{\rho} \equiv v^2 \tilde{\rho}.$$

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{U} = 0,$$

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} = -v^2 \nabla \rho'.$$

$$\Delta \rho' - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \rho'}{\partial t^2} = 0$$

$$\rho'(t, \mathbf{r}) = \frac{\tilde{\rho}(t, \mathbf{r})}{\rho_0} = f_1(\mathbf{s} \cdot \mathbf{r} - vt) + f_2(\mathbf{s} \cdot \mathbf{r} + vt)$$

$$\mathbf{U}(t, \mathbf{r}) = \mathbf{sv}[f_1(\mathbf{s} \cdot \mathbf{r} - vt) - f_2(\mathbf{s} \cdot \mathbf{r} + vt)] \quad |\mathbf{U}(t, \mathbf{r})| \ll v$$

$$\rho'(t, \mathbf{r}) = \frac{1}{2} \{C_0 \exp[ik(\mathbf{s} \cdot \mathbf{r} - vt)] + C_0^* \exp[-ik(\mathbf{s} \cdot \mathbf{r} - vt)]\},$$

$$\mathbf{U}(t, \mathbf{r}) = \frac{1}{2} \mathbf{sv} \{C_0 \exp[ik(\mathbf{s} \cdot \mathbf{r} - vt)] - C_0^* \exp[-ik(\mathbf{s} \cdot \mathbf{r} - vt)]\},$$

$$\rho_0 \frac{\partial^2 \mathbf{W}}{\partial t^2} = \left(K + \frac{1}{3} \mu \right) \nabla (\nabla \cdot \mathbf{W}) + \mu \Delta \mathbf{W}$$

$$\mathbf{W} = \mathbf{W}(t, \xi) \quad \rho_0 \frac{\partial^2 \mathbf{W}}{\partial t^2} = \left(K + \frac{1}{3} \mu \right) \mathbf{s} (\mathbf{s} \cdot \partial^2 \mathbf{W} / \partial \xi^2) + \mu \partial^2 \mathbf{W} / \partial \xi^2$$

$$W_l = (\mathbf{s} \cdot \mathbf{W}) \quad \rho_0 \frac{\partial^2 W_l}{\partial t^2} = \left(K + \frac{4}{3} \mu \right) \frac{\partial^2 W_l}{\partial \xi^2} \quad v_l = \sqrt{\frac{1}{\rho_0} \left(K + \frac{4}{3} \mu \right)}$$

$$\mathbf{W}_{tr} = \mathbf{W} - \mathbf{s} W_l = \mathbf{s} \times (\mathbf{W} \times \mathbf{s}) \quad \rho_0 \frac{\partial^2 \mathbf{W}_{tr}}{\partial t^2} = \mu \frac{\partial^2 \mathbf{W}_{tr}}{\partial \xi^2} \quad v_{tr} = \sqrt{\frac{\mu}{\rho_0}} < v_l$$

$$\text{rot } \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t},$$

$$\text{div } \mathbf{E} = 4\pi(\rho + \rho_0),$$

$$\text{rot } \mathbf{B} = \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} (\mathbf{j} + \mathbf{j}_0),$$

$$\text{div } \mathbf{B} = 0.$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div } \mathbf{j} = 0,$$

$$\mathbf{j} = \hat{\epsilon} \mathbf{E}$$

$$\frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} = 4\pi(\mathbf{j}_{\text{cm.}} + \mathbf{j}) = \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + 4\pi\mathbf{j}.$$

$$\mathbf{D} = \mathbf{E} + 4\pi \int_{-\infty}^t \mathbf{j} dt' = \mathbf{E} + 4\pi \int_{-\infty}^t (\hat{\epsilon} \mathbf{E}) dt' = \hat{\epsilon} \mathbf{E}$$

$$\text{rot } \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t},$$

$$\text{div } \mathbf{D} = 4\pi\rho_0,$$

$$\text{rot } \mathbf{B} = \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} \mathbf{j}_0,$$

$$\text{div } \mathbf{B} = 0.$$

$$\xi = \mathbf{s} \cdot \mathbf{r} \quad \text{rot } \mathbf{A} = \mathbf{s} \times \partial \mathbf{A} / \partial \xi, \quad \text{div } \mathbf{A} = \mathbf{s} \cdot \partial \mathbf{A} / \partial \xi$$

$$\mathbf{s} \times \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial \xi} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad \mathbf{s} \cdot \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial \xi} = 0, \quad \mathbf{E}_l = \mathbf{s}(\mathbf{s} \cdot \mathbf{E}) \quad \mathbf{E}_{tr} = \mathbf{E} - \mathbf{E}_l = \mathbf{s} \times (\mathbf{E} \times \mathbf{s})$$

$$\mathbf{s} \times \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial \xi} = \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}, \quad \mathbf{s} \cdot \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial \xi} = 0. \quad \mathbf{D}(t, \xi) = \varepsilon^{tr} \mathbf{E}_{tr}(t, \xi) + \varepsilon^l \mathbf{E}_l(t, \xi)$$

$$\varepsilon^l \frac{\partial E_l}{\partial \xi} = 0 \rightarrow \varepsilon^l E_l = 0$$

$$\frac{\partial \mathbf{E}_{tr}}{\partial \xi} = \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{s} \times \mathbf{B},$$

$$\frac{\partial^2 \mathbf{E}_{tr}}{\partial \xi^2} - \frac{\varepsilon^{tr}}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}_{tr}}{\partial t^2} = 0$$

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial \xi} = -\frac{1}{c} \varepsilon^{tr} \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{s} \times \mathbf{E}_{tr}.$$

$$\mathbf{E}_{tr}(t, \mathbf{r}) = \mathbf{F}_1(\mathbf{s} \cdot \mathbf{r} - vt) + \mathbf{F}_2(\mathbf{s} \cdot \mathbf{r} + vt) \quad v^2 = c^2 / \varepsilon^{tr}$$

$$\mathbf{B}(t, \mathbf{r}) = \sqrt{\varepsilon^{tr}} [\mathbf{s} \times \mathbf{F}_1(\mathbf{s} \cdot \mathbf{r} - vt) - \mathbf{s} \times \mathbf{F}_2(\mathbf{s} \cdot \mathbf{r} + vt)]$$

$$\mathbf{E}_{tr}(t, \mathbf{r}) = \frac{1}{2} \{ \mathbf{C}_0 \exp[ik(\mathbf{s} \cdot \mathbf{r} - vt)] + \mathbf{C}_0^* \exp[-ik(\mathbf{s} \cdot \mathbf{r} - vt)] \},$$

$$\mathbf{B}(t, \mathbf{r}) = \frac{1}{2} \sqrt{\varepsilon^{tr}} \{ \mathbf{s} \times \mathbf{C}_0 \exp[ik(\mathbf{s} \cdot \mathbf{r} - vt)] + \mathbf{s} \times \mathbf{C}_0^* \exp[-ik(\mathbf{s} \cdot \mathbf{r} - vt)] \}.$$

$$k^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon^{tr} = 0$$

$$\varepsilon^l(\omega) = 0$$

$$\mathbf{E}_{tr}(t, \mathbf{r}) = \frac{1}{2} \{ \mathbf{C}_0 \exp[ik(\mathbf{s} \cdot \mathbf{r} - vt)] + \mathbf{C}_0^* \exp[-ik(\mathbf{s} \cdot \mathbf{r} - vt)] \}$$

$$\mathbf{C}_0 = \{ E_{0x} \exp(i\delta_x), E_{0y} \exp(i\delta_y) \}$$

$$E_x = E_{0x} \cos(\theta + \delta_x), \quad E_y = E_{0y} \cos(\theta + \delta_y) \quad P(E_x, E_y) = 0$$

$$\cos \theta \cos \delta_x - \sin \theta \sin \delta_x = E_x / E_{0x},$$

$$\cos \theta \cos \delta_y - \sin \theta \sin \delta_y = E_y / E_{0y}.$$

$$P(E_x, E_y; E_{0x}, E_{0y}, \delta) \equiv \frac{E_x^2}{E_{0x}^2} + \frac{E_y^2}{E_{0y}^2} - 2 \frac{E_x}{E_{0x}} \frac{E_y}{E_{0y}} \cos \delta - \sin^2 \delta = 0$$

$$\frac{E_x^2}{E_{0x}^2} + \frac{E_y^2}{E_{0y}^2} - 1 = 0$$

$$\frac{E_x}{E_{0x}} \boxtimes \frac{E_y}{E_{0y}} = 0$$