

Лекція 2.3.

Методи аналізу лінійних електронних кіл:

- **Метод накладання (суперпозиції)**
- **Метод еквівалентного джерела.**

На прикладі кіл постійного струму розглянемо ряд методів, справедливих для лінійних кіл, які часто використовують при аналізі з метою скорочення обчислень.

Метод накладання (суперпозиції)

- Цей метод оснований на принципі накладання, який формулюється так:

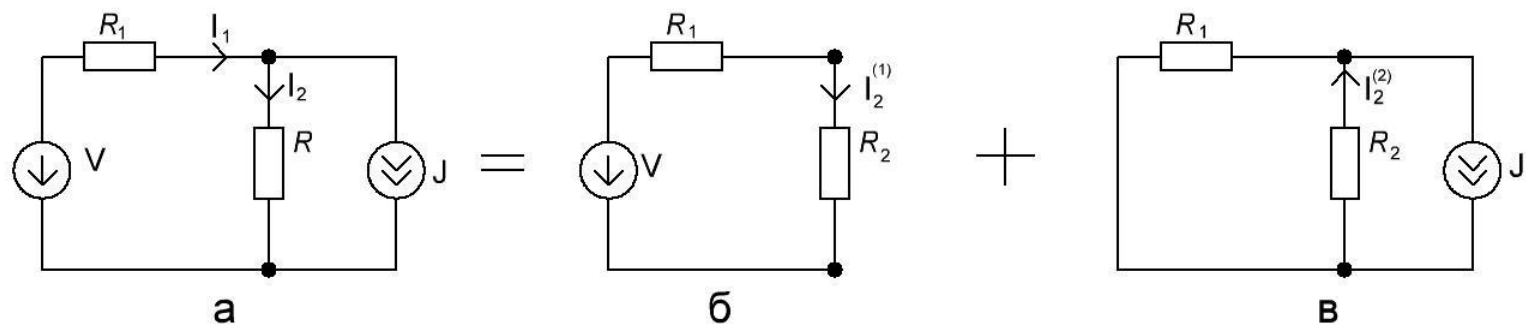
Реакція лінійного кола при одночасній дії декількох незалежних зовнішніх дій дорівнює сумі реакцій, викликаних кожною дією зокрема (за умови відсутності інших дій).

- Із принципу накладання випливає, що струм чи напруга будь-якої гілки лінійного електричного кола, яке містить, крім пасивних компонентів, джерела струму та напруги, дорівнює сумі часткових струмів чи напруг, викликаних дією кожного незалежного джерела окремо.

- При визначенні часткових струмів чи напруг, спричинених i -м джерелом, усі інші джерела замінюються їх внутрішніми опорами (ідеальні джерела струму вимикаються, а ідеальні джерела напруги замінюються коротким замиканням).
- Метод накладання зводить задачу аналізу складного кола, яке містить декілька джерел енергії, до декількох простіших задач, які містять лише одне незалежне джерело.

Звернемо увагу на те, що метод накладання можна застосовувати лише для визначення струмів та напруг електричного кола, проте він непридатний для визначення величин, які не є лінійними функціями струмів чи напруг, наприклад, для визначення потужності, споживаної будь-якою ділянкою кола.

Розглянемо приклад застосування методу накладання для визначення струму I_2 у колі постійного струму, схема якого зображена на рисунку *a* :



Згідно з методом накладання, подамо струм I_2 як суму двох часткових струмів:

струму $I_2^{(1)}$, спричиненого джерелом напруги V , та струму $I_2^{(2)}$, спричиненого джерелом струму J . Струм $I_2^{(1)}$ визначаємо з допомогою еквівалентної схеми, зображеної на рис. *б*, яка утворена із схеми *a* розмиканням джерела струму J . Струм $I_2^{(1)}$ дорівнює:

$$I_2^{(1)} = V / (R_1 + R_2)$$

Струм $I_2^{(2)}$ визначаємо з допомогою схеми рис. **в**, утвореної із схеми рис. **а** заміною джерела напруги коротким замиканням. Для схеми рис. **в** справедливе співвідношення:

$$J \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = I_2^{(2)} \cdot R_2,$$

з якого визначаємо струм $I_2^{(2)}$:

$$I_2^{(2)} = J \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

Враховуючи умовні додатні напрями струмів $I_2^{(1)}$, $I_2^{(2)}$ та I_2 , визначаємо струм I_2 :

$$I_2 = I_2^{(1)} - I_2^{(2)} = (V - JR_1) / (R_1 + R_2)$$

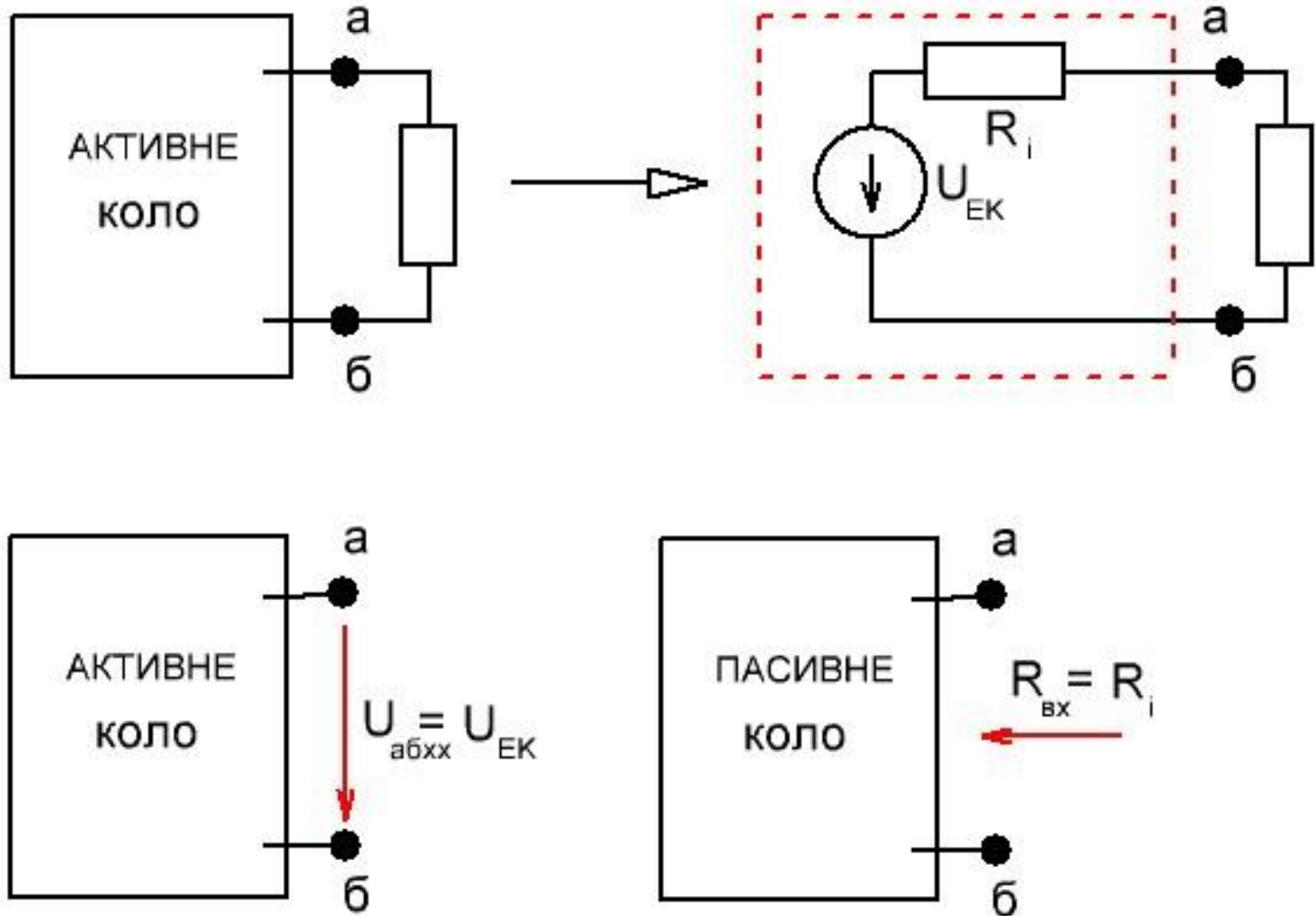
Метод еквівалентного джерела.

- Метод еквівалентного джерела базується на застосуванні теореми про еквівалентне джерело. Ця теорема справедлива для лінійних електронних кіл, які поряд з пасивними елементами містять незалежні (автономні) та керовані (неавтономні) джерела енергії.

- Відомо два варіанти теореми про еквівалентне джерело:

1. Теорема про еквівалентне джерело напруги (Теорема Тевенена): *струм у довільній гілці **аб** лінійного електричного кола не зміниться, якщо решту кола замінити ідеалізованим джерелом напруги з послідовно увімкнутим внутрішнім опором. Напруга ідеалізованого джерела дорівнює напрузі між точками **а** і **б** при розімкнутій гілці **аб**, а внутрішній опір джерела дорівнює вхідному опоріві пасивного кола між виводами **а** і **б** за відсутності гілки **аб**.*

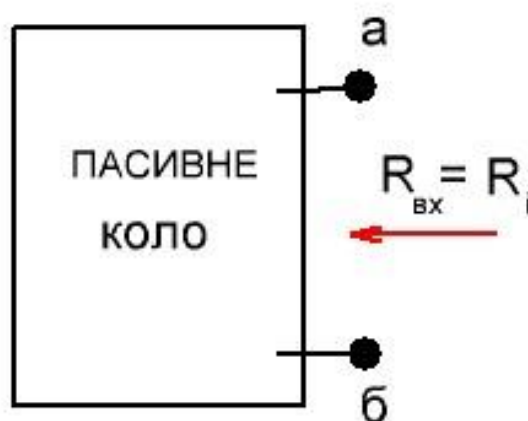
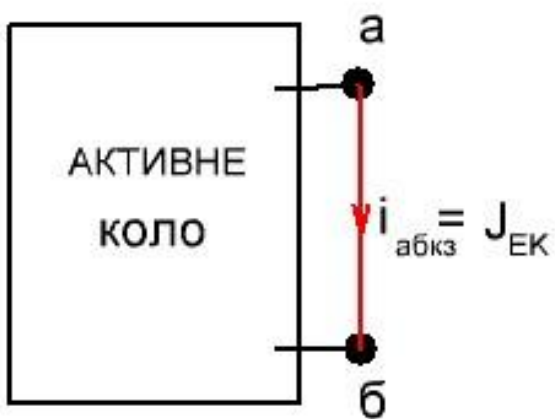
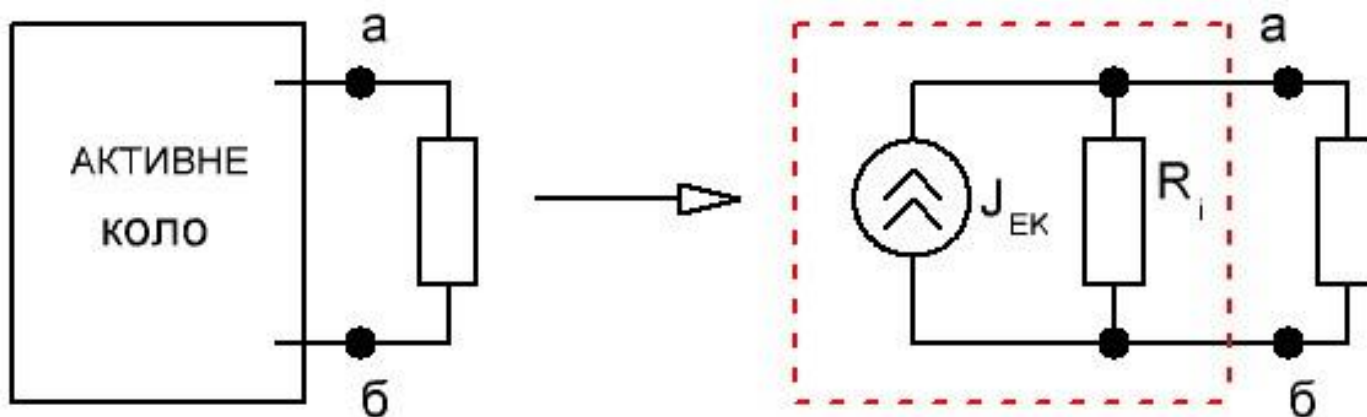
Теорема Тевенена



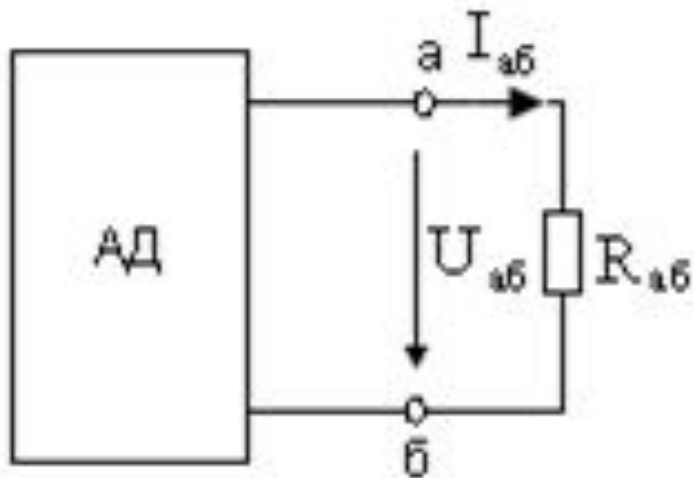
2. Теорема про еквівалентне джерело струму (Теорема Нортон): *струм у довільній гілці **аб** лінійного електричного кола не зміниться, якщо решту кола замінити ідеалізованим джерелом струму з паралельно під'єднаним внутрішнім опором. Струм ідеалізованого еквівалентного джерела дорівнює струмові між виводами **а** і **б** при їх короткому замиканні, а внутрішній опір джерела дорівнює вхідному комплексному опорі пасивного кола між виводами **а** і **б** за відсутності гілки **аб**.*

- Із наведених теорем випливає, що цей метод передбачає виділення у лінійному колі однієї гілки і заміну решти кола автономним активним двополюсником (АД), параметри якого визначають на підставі згаданих теорем.
- Зауважимо, що внутрішній опір активного двополюсника є однаковим для обох варіантів представлення активного двополюсника (як джерело напруги і як джерело струму).

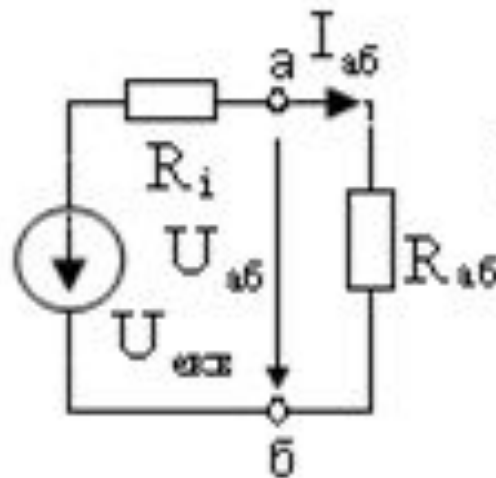
Теорема Нортон



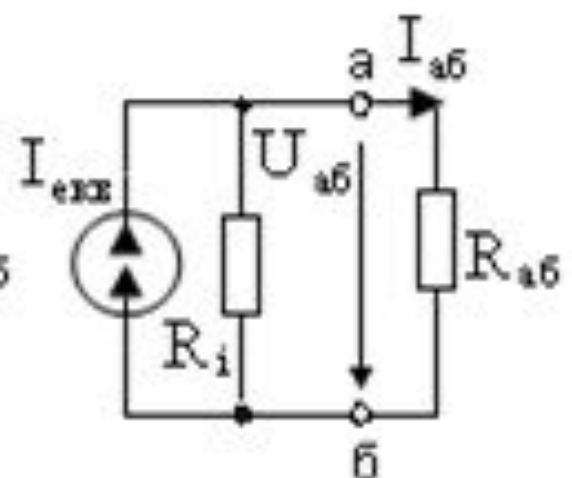
На рисунку показана ілюстрація теореми про еквівалентне джерело: представлення кола активним двополюсником з виділеною гілкою **аб** (рис.а); представлення активного двополюсника еквівалентним джерелом напруги (рис.б); представлення активного двополюсника еквівалентним джерелом струму (рис.в)



а

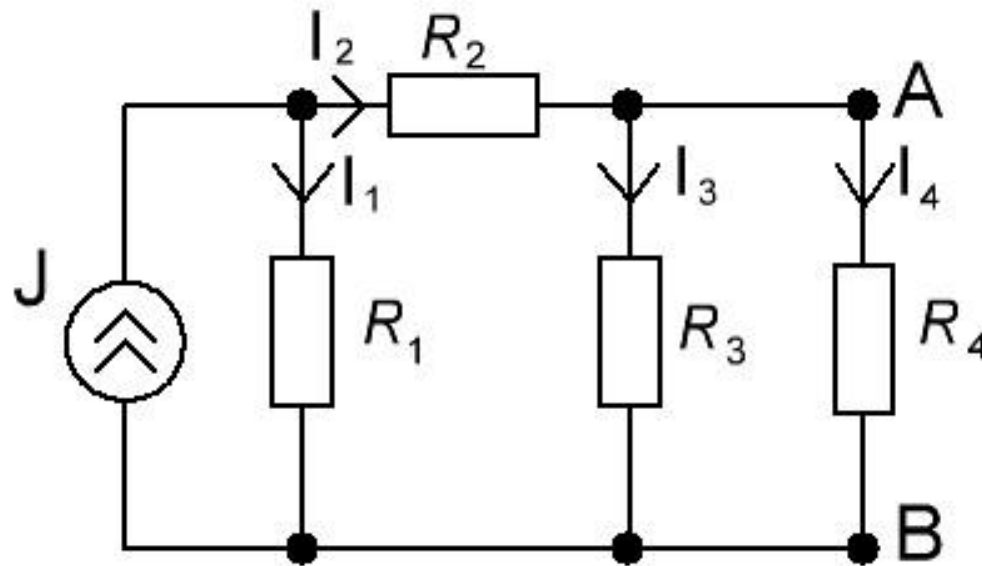


б



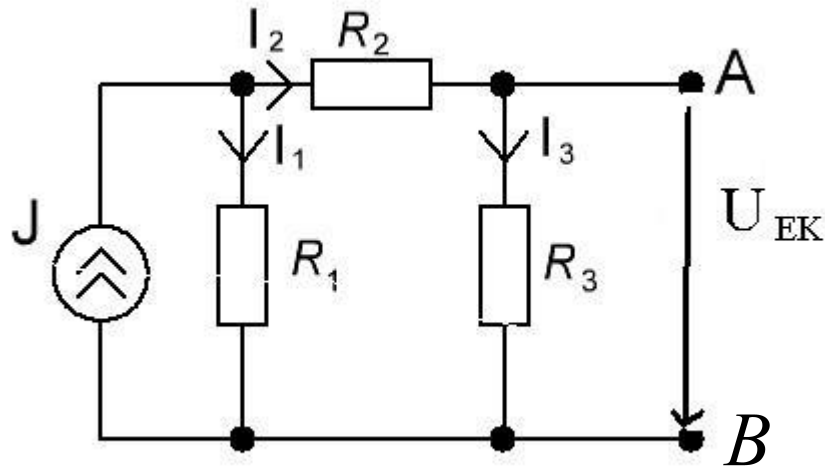
в

Проілюструємо застосування методу еквівалентного джерела для визначення струму I_4 у колі, схема якого зображена на рисунку:



Використаємо спочатку варіант теореми про еквівалентне джерело напруги, згідно з яким напруга еквівалентного джерела дорівнює напрузі між точками A і B при відсутності резистора R_4 .

Для визначення напруги U_{EK} еквівалентного джерела розглянемо схему, в якій усунуто резистор R_4 :



Для даної схеми справедливі співвідношення:

$$I_2 = I_3; J = I_1 + I_3;$$

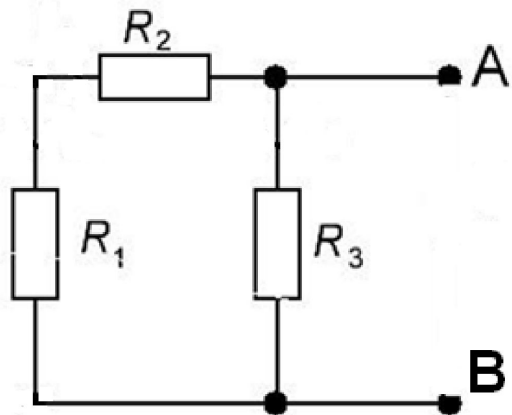
$$U_{EK} = I_3 R_3$$

$$\frac{I_1}{I_3} = \frac{R_2 + R_3}{R_1}; I_1 = \frac{(R_2 + R_3)}{R_1} \cdot I_3 = J - I_3;$$

на підставі яких визначаємо: $I_3 = JR_1 / (R_1 + R_2 + R_3);$

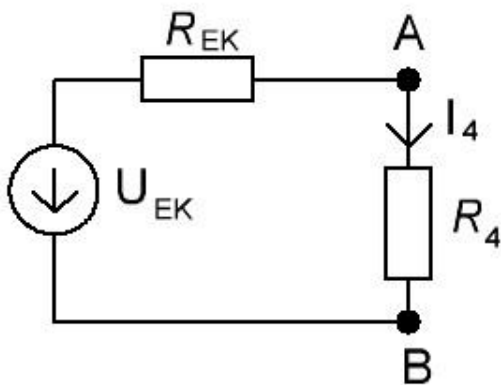
$$U_{EK} = JR_1 R_3 / (R_1 + R_2 + R_3).$$

Внутрішній опір еквівалентного джерела напруги дорівнює вхідному опорів пасивного кола між точками А і В:



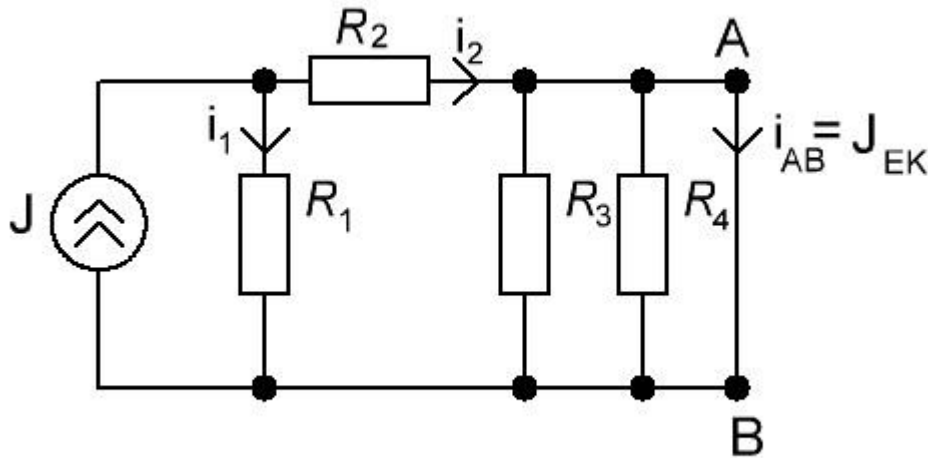
$$R_{EK} = \frac{(R_1 + R_2)R_3}{R_1 + R_2 + R_3}$$

Струм I_4 визначаємо на підставі схеми з еквівалентним джерелом напруги:



$$I_4 = \frac{U_{EK}}{R_{EK} + R_4} = \frac{JR_1R_3}{R_3(R_1 + R_2) + R_4(R_1 + R_2 + R_3)}.$$

Використаємо тепер варіант теореми про еквівалентне джерело струму, згідно з яким струм еквівалентного джерела J_{EK} дорівнює струмові між точками A і B при їх короткому замиканні. Для визначення J_{EK} розглянемо схему:



Для даної схеми справедливі співвідношення:

$$I_2 = I_{AB} = J_{EK};$$

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1}; I_1 = J - I_2,$$

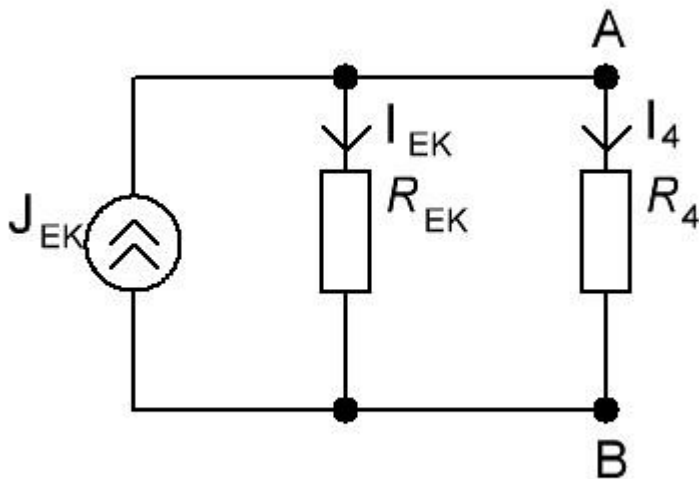
на підставі яких визначаємо:

$$I_2 = J_{EK} = \frac{JR_1}{R_1 + R_2}$$

Внутрішній опір еквівалентного джерела струму такий самий, як і еквівалентного джерела струму :

$$R_{EK} = \frac{(R_1 + R_2)R_3}{R_1 + R_2 + R_3}$$

Струм I_4 визначаємо на підставі схеми з еквівалентним джерелом струму:



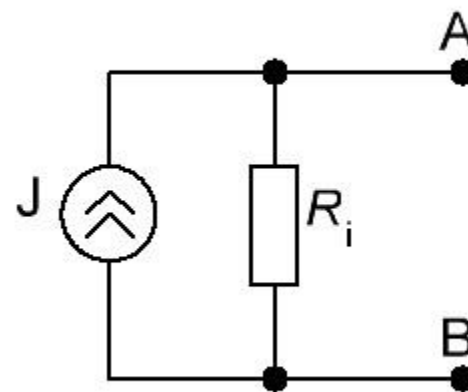
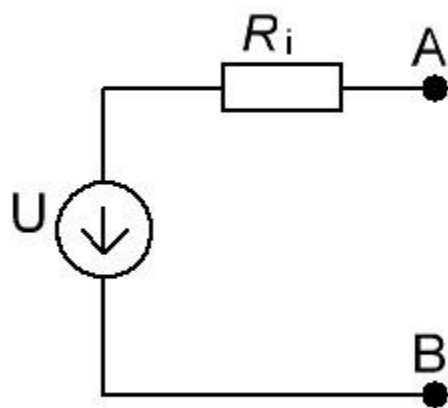
Для даної схеми справедливі співвідношення:

$$\frac{I_{EK}}{I_4} = \frac{R_4}{R_{EK}}; I_{EK} = J_{EK} - I_4,$$

на підставі яких визначаємо:

$$I_4 = \frac{J_{EK} R_{EK}}{R_{EK} + R_4} = \frac{J R_1 R_3}{R_3 (R_1 + R_2) + R_4 (R_1 + R_2 + R_3)}.$$

- Як бачимо, обидва варіанти теореми про еквівалентне джерело дають однаковий результат. Котрий із варіантів теореми застосовувати у конкретному випадку залежить від того, який із них дає змогу простіше визначити параметри еквівалентного джерела.
- Метод еквівалентного джерела звичайно застосовують тоді, коли досліджують напругу чи струм **лише однієї вибраної гілки кола**, і не цікавляться струмами та напругами інших гілок.



$$U = JR_i$$

$$J = \frac{U}{R_i}$$