

## СЕМИНАР 2

● Важный раздел *Механики: Колебания*

Решение задач о колебаниях основано на использовании *законов Ньютона*

## **3 закона Ньютона:**

- *пока не пнешь – не полетит,*
- *как пнешь, так и полетит,*
- *как пнешь, так и получишь*

$$m\ddot{\vec{r}} = \vec{F}$$

СИЛЫ:

- Сила тяжести  $F = mg$
- Сила сопротивления (вязкости)  $F = -\gamma v$

$\gamma$  - коэффициент сопротивления.

- Сила упругости (пружина)  $F = -kx$  (З-н Гука)

$k$  - (эффективная) жесткость пружины



## *Гармонический осциллятор:*



**2-й з-н Ньютона для гармонического осциллятора:**

$$m \frac{d^2 x(t)}{dt^2} = -kx(t)$$

**Его решение:**

$$x(t) = x_0 \cos \omega_0 t + \frac{v_0}{\omega_0} \sin \omega_0 t,$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} - \text{частота собственных колебаний}$$

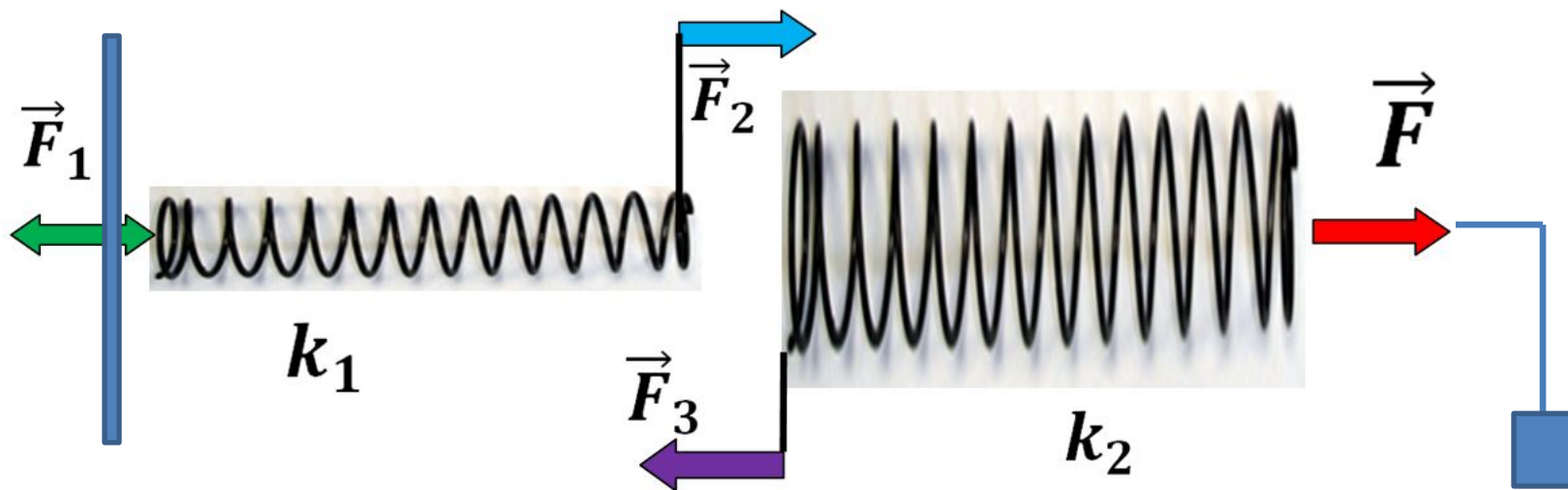
$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} \text{ период колебаний}$$

$x_0$  - место старта,  $v_0$  - стартовая скорость

$$v(t) = \frac{dx(t)}{dt} =$$

$$= -x_0 \omega_0 \sin \omega_0 t + v_0 \cos \omega_0 t$$

**Задача 1.** Две пружины с жесткостями  $k_1, k_2$  соединены последовательно и одним концом прикреплены к стене. На второй конец действует сила  $\vec{F}$ , которая увеличивает длину системы на величину  $x = x_1 + x_2$ . Найти эффективную жесткость системы  $k = \frac{F}{x}$ .

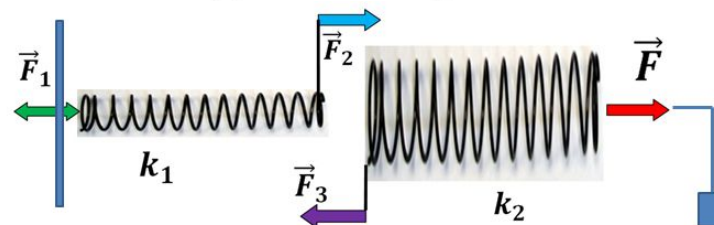


**Решение:** Система в целом неподвижна,  
поэтому  $F_2 = -F_1, F = -F_3, F = -F_1$  (1 з-н Ньютона).

По 3 з-ну Ньютона  $F_2 = -F_3$ .

Отсюда следует, что

$$|\vec{F}| = |\vec{F}_1| = |\vec{F}_2| = |\vec{F}_3|.$$



Но  $F_2 = F = k_1 x_1, F = k_2 x_2$  (закон Гука)

$$\text{поэтому } x_1 + x_2 = \frac{F}{k_1} + \frac{F}{k_2} = F \frac{k_1 + k_2}{k_1 k_2}$$

$$\text{То есть } F = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2} x.$$

Ответ: две пружины, соединенные

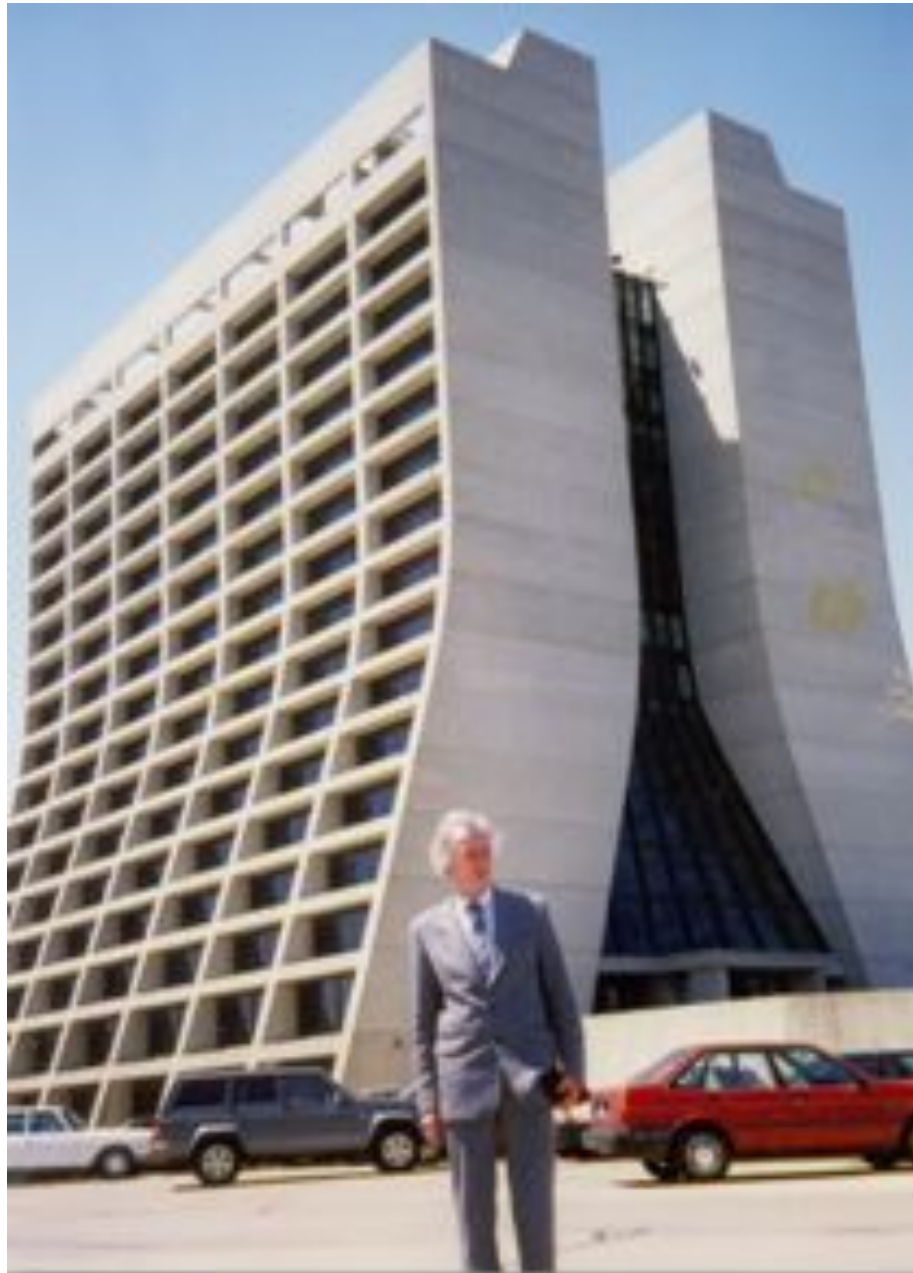
последовательно, действуют, как одна, с

*эффективной жесткостью*  $k = \frac{F}{x} = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2}$ .

● *Упругие и не упругие столкновения тел.*







Ускорительное кольцо ЦЕРН (обозначено окружностью белого цвета). На снимке представлен Женевский аэропорт длиной 4 км, позволяющий оценить размер ускорителя ЦЕРН.





BBC NEWS





**При столкн. тел изменяются их  $v$  и направления движения, а часть  $T$  может превращаться в другие виды.**

***Упругий удар* – суммарная  $T$  не меняется.**

***Неупругий удар* – тела «слипаются».**

**Для упругого столкновения двух тел:**

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}'_1 + \vec{p}'_2$$

$$T_1 + T_2 = T'_1 + T'_2$$

$$\vec{p} = m\vec{v} \text{ — импульс тела}$$

$$T = \frac{mv^2}{2} = \frac{p^2}{2m} \text{ — кинетическая энергия}$$



**Для не упругого столкновения**

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}$$

$$T_1 + T_2 = T + Q.$$

**$Q$  - внутренняя энергия (тепло)**

**Если второе тело до столкновения покоилось,**

**То для лобового упругого столкновения**

$$p_1 = \pm p'_1 + p'_2 \text{ и } T_1 = T'_1 + T'_2.$$

**Для не упругого столкновения:**

$$p_1 = p \text{ и } T_1 = T + Q$$

$$m_1 v_1 = (m_1 + m_2) v \quad v = ?$$

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} = \frac{(m_1 + m_2) v^2}{2} + Q \quad Q = ?$$

