

Логические операции

Логическая операция – способ построения сложного высказывания из данных высказываний, при котором значение истинности сложного высказывания полностью определяется значениями истинности исходных высказываний.

Логическое отрицание (инверсия)

Логическое отрицание образуется из высказывания с помощью добавления частицы «не» к сказуемому или использования оборота речи «неверно, что ...».

Например:

Я не знаю китайского языка.

Неверно, что я знаю китайский язык

Обозначение инверсии: НЕ А; \neg А; \bar{A} ; NOT А

Таблица истинности для инверсии

A	\bar{A}	Смысл высказывания A для указанных значений	Значение высказывания: <i>Я не знаю китайского языка</i>
0	1	<i>Я не знаю китайского языка</i>	Истина
1	0	<i>Я знаю китайский язык</i>	Ложь

Из таблицы истинности следует, что инверсия высказывания истинна, когда высказывание ложно.

Логическое умножение (конъюнкция)

Логическое умножение образуется соединением двух высказываний в одно с помощью союза «и».

Например:

На автостоянке обычно стоят две машины: «Мерседес» и «Жигули», но может находиться и какая-то одна из них или не быть ни одной.

Обозначим высказывания:

A = На автостоянке стоит «Мерседес».

B = На автостоянке стоят «Жигули».

(*A* конъюнкция *B*) = На автостоянке стоят «Мерседес» и «Жигули».

Обозначение конъюнкции:

A И *B*; $A \wedge B$; *A*&*B*; *A* AND *B*.

Таблица истинности для конъюнкции

A	B	A&B	Смысл высказываний A и B для указанных значений		Значение высказывания На автостоянке стоят «Мерседес» и «Жигули»
0	0	0	«Мерседес» не стоит	«Жигули» не стоят	Ложь
0	1	0	«Мерседес» не стоит	«Жигули» стоят	Ложь
1	0	0	«Мерседес» стоит	«Жигули» не стоят	Ложь
1	1	1	«Мерседес» стоит	«Жигули» стоят	Истина

Из таблицы истинности следует, что конъюнкция двух высказываний истинна тогда и только тогда, когда оба высказывания истинны, и ложна, когда хотя бы одно высказывание ложно.

Логическое сложение (дизъюнкция)

Логическое сложение образуется соединением двух высказываний в одно с помощью союза «или».

Например:

На автостоянке обычно стоят две машины: «Мерседес» и «Жигули», но может находиться и какая-то одна из них или не быть ни одной.

Обозначим высказывания:

A=На автостоянке стоит «Мерседес».

B=На автостоянке стоят «Жигули».

(A дизъюнкция B) = На автостоянке стоят «Мерседес» или «Жигули».

Обозначение дизъюнкции:

A ИЛИ B ; $A \vee B$; $A | B$; A OR B ; $A+B$.

Таблица истинности для дизъюнкции

A	B	$A \vee B$	Смысл высказываний A и B для указанных значений		Значение высказывания На автостоянке стоят «Мерседес» и «Жигули»
0	0	0	«Мерседес» не стоит	«Жигули» не стоят	Ложь
0	1	1	«Мерседес» не стоит	«Жигули» стоят	Истина
1	0	1	«Мерседес» стоит	«Жигули» не стоят	Истина
1	1	1	«Мерседес» стоит	«Жигули» стоят	Истина

Из таблицы истинности следует, что дизъюнкция двух высказываний ложна тогда и только тогда, когда оба высказывания ложны, и истинна, когда хотя бы одно высказывание истинно.

Логическое следование (импликация)

Логическое следование образуется соединением двух высказываний в одно с помощью оборота речи «если ..., то ...».

Например: A = Если клятва дана, то она должна выполняться.

B = Если число делится на 9, то оно делится на 3.

В логике допустимо рассматривать и бессмысленные с житейской точки зрения высказывания.

C = Если коровы летают, то $2+2=5$.

Пусть даны высказывания:

A = На улице дождь. B = Асфальт мокрый.

(A импликация B) = Если на улице дождь, то асфальт мокрый.

Обозначение конъюнкции: $A \rightarrow B$; $A \Rightarrow B$;

если A , то B ; A влечет B ; B следует из A .

Таблица истинности для импликации

A	B	$A \Rightarrow B$	Смысл высказываний A и B для указанных значений		Значение высказывания <i>Если на улице дождь, то асфальт мокрый</i>
0	0	1	Дождя нет	Асфальт сухой	Истина
0	1	1	Дождя нет	Асфальт мокрый	Истина
1	0	0	Дождь идет	Асфальт сухой	Ложь
1	1	1	Дождь идет	Асфальт мокрый	Истина

Из таблицы истинности следует, что импликация двух высказываний ложна тогда и только тогда, когда из истинного высказывания следует ложное.

Логическое равенство (эквивалентность)

Логическое равенство образуется соединением двух высказываний в одно с помощью оборота речи «...тогда и только тогда, когда ...».

Например:

Угол называется прямым тогда, когда он равен 90 градусам.

Обозначим высказывания:

A = Число делится на 3 без остатка.

B = Сумма цифр числа делится нацело на 3.

(A эквивалентно B) = Число кратно 3 тогда и только тогда, когда сумма его цифр делится нацело на 3.

Обозначение эквивалентности: $A \equiv B$; $A \Leftrightarrow B$; $A \sim B$.

Таблица истинности для эквивалентности

A	B	$A \Leftrightarrow B$	Смысл высказываний A и B для указанных значений		Значение высказывания <i>Число кратно трем тогда и только тогда, когда сумма его цифр делится нацело на 3</i>
0	0	1	Число не кратно трем	Сумма цифр не кратна трем	Истина
0	1	0	Число не кратно трем	Сумма цифр кратна трем	Ложь
1	0	0	Число кратно трем	Сумма цифр не кратна трем	Ложь
1	1	1	Число кратно трем	Сумма цифр кратна трем	Истина

Из таблицы истинности следует, что эквивалентность двух высказываний ложна тогда и только тогда, когда оба высказывания истинны или оба ложны.

Опорный конспект «Свойства логических операций»

Инверсия истинна	Тогда	Высказывание ложно	
Дизъюнкция ложна	и	оба высказывания	ложны
Конъюнкция истинна			истинны
Дизъюнкция истинна	ТОЛЬКО	хотя бы одно высказывание	истинно
конъюнкция ложна			ложно
Импликация ложна	тогда,	Из истинного высказывания следует ложное высказывание	
Эквивалентность истинна	когда	Оба высказывания ложны или оба истинны	