

Алгебра логики

ИВАНЕЦ С.А., 2016

План лекции

1. Совершенная дизъюнктивная нормальная форма (СДНФ).
2. Упрощение логических уравнений. Склейка.
3. Карты Карно.
 - 3.1. Функции трех переменных.
 - 3.2. Функции четырех переменных.

Литература к лекции: Уэйкерли, с. 267-277.

Харрис, с. 202-214.

Янсен, с. 109-122.

Некоторые определения

Дополнение: переменная с чертой над именем

$\overline{A}, \overline{B}, \overline{C}$

Литерал: переменная или ее дополнение

$A, \overline{A}, B, \overline{B}, C, \overline{C}$

Импlicants: произведение литералов

$\overline{ABC}, \overline{AC}, \overline{BC}$

Минтерм: произведение, в которое входят литералы всех входных переменных

$ABC, \overline{ABC}, \overline{ABC}$

Макстерм: сумма, в которую входят литералы всех входных переменных

$(A+B+C), (\overline{A}+\overline{B}+\overline{C}), (A+B+\overline{C})$

Совершенная дизъюнктивная нормальная форма

Совершенные формы. СДНФ

- Все выражения могут быть записаны в дизъюнктивной форме
- Каждой строке соответствует **минтерм**
- Минтерм является произведением (И, AND) литералов
- Каждый минтерм становится **ИСТИННЫМ** только для своей строки
- Функция записывается путем суммирования минтермов тех строк, для которых выход равен **ИСТИНЕ**
- Таким образом, формируется сумма (ИЛИ, OR) произведений (И, AND)

Пример СДНФ

A	B	Y	minterm	minterm name
0	0	0	$\bar{A} \bar{B}$	m_0
0	1	1	$\bar{A} B$	m_1
1	0	0	$A \bar{B}$	m_2
1	1	1	$A B$	m_3

A	B	Y	minterm	minterm name
0	0	0	$\bar{A} \bar{B}$	m_0
0	1	1	$\bar{A} B$	m_1
1	0	0	$A \bar{B}$	m_2
1	1	1	$A B$	m_3

$$Y = F(A, B) = AB + \bar{A}B = \Sigma(1, 3)$$

Совершенные формы. СКНФ

- Все выражения могут быть записаны в дизъюнктивной форме
- Каждой строке соответствует минтерм
- Минтерм является произведением (И, AND) литералов
- Каждый минтерм становится ИСТИННЫМ только для своей строки
- Функция записывается путем суммирования минтермов тех строк, для которых выход равен ИСТИНЕ
- Таким образом, формируется сумма (ИЛИ, OR) произведений (И, AND)

Пример СКНФ

A	B	Y	minterm	minterm name
0	0	0	$\bar{A} \bar{B}$	m_0
0	1	1	$\bar{A} B$	m_1
1	0	0	$A \bar{B}$	m_2
1	1	1	$A B$	m_3

$$Y = F(A, B) = AB + \bar{A}B = \Sigma(1, 3)$$

Упрощение ЛОГИЧЕСКИХ уравнений.

Склейка.

Карты Карно

Функции трех переменных

A	B	C	Y
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	0

Y		AB			
		00	01	11	10
C	0	1	0	0	0
	1	1	0	0	0

Y		AB			
		00	01	11	10
C	0	$\bar{A}\bar{B}\bar{C}$	$\bar{A}B\bar{C}$	$A\bar{B}\bar{C}$	$A\bar{B}C$
	1	$\bar{A}\bar{B}C$	$\bar{A}BC$	ABC	$A\bar{B}C$

Правила карты Карно

1. Соседние значения переменных отличаются на единицу. Т.е. используется код Грея.
2. Если значение переменной равно 1, то переменная входит в уравнение без инверсии, если 0 – с инверсией.
3. Для СКНФ в клетку карты Карно записывается 1, если значение функции равно 1.
4. Если значение функции равно 0, то клетку оставляем пустой. Т.е. там ноль.

Правила карты Карно

5. Каждая 1 должна входить хотя бы в один овал.
6. Каждый овал должен охватывать блок, число клеток которого в каждом направлении равно степени двойки (то есть 1, 2 или 4).
7. Каждый овал должен настолько большим, насколько это возможно.
8. Овал может связывать края карты Карно.
9. Безразличные значения (X) могут входить в овал, если это помогает минимизировать выражение.
10. Единица на карте Карно может быть обведена сколько угодно раз, если это позволяет уменьшить число овалов, которые будут использоваться.

Карта Карно на три входа

		AB			
	C	00	01	11	10
Y	0	$\bar{A}\bar{B}\bar{C}$	$\bar{A}B\bar{C}$	$AB\bar{C}$	$A\bar{B}\bar{C}$
	1	$\bar{A}\bar{B}C$	$\bar{A}BC$	ABC	$A\bar{B}C$

Минимизация

Y		AB			
		00	01	11	10
C	0	1	0	0	0
	1	1	0	0	0

$$Y = \bar{A}\bar{B}\bar{C} + \bar{A}\bar{B}C + \bar{A}\bar{B}(\bar{C} + C) = \bar{A}\bar{B}$$

Таблица истинности и карта Карно

Truth Table

A	B	C	Y
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

K-Map

		AB			
		00	01	11	10
C	0	0	1	1	0
	1	0	1	0	0

$$Y = AB + BC$$

Карта для 4 переменных

ДЕШИФРАТОР 7-СЕГМЕНТНОГО ИНДИКАТОРА

7-сегментный индикатор

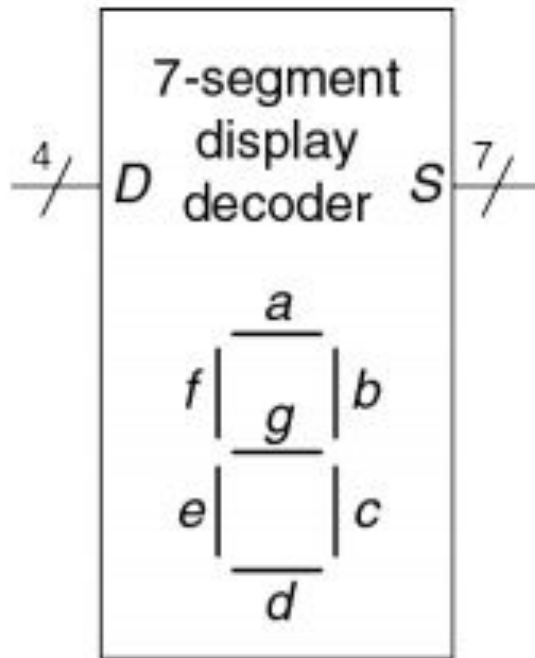


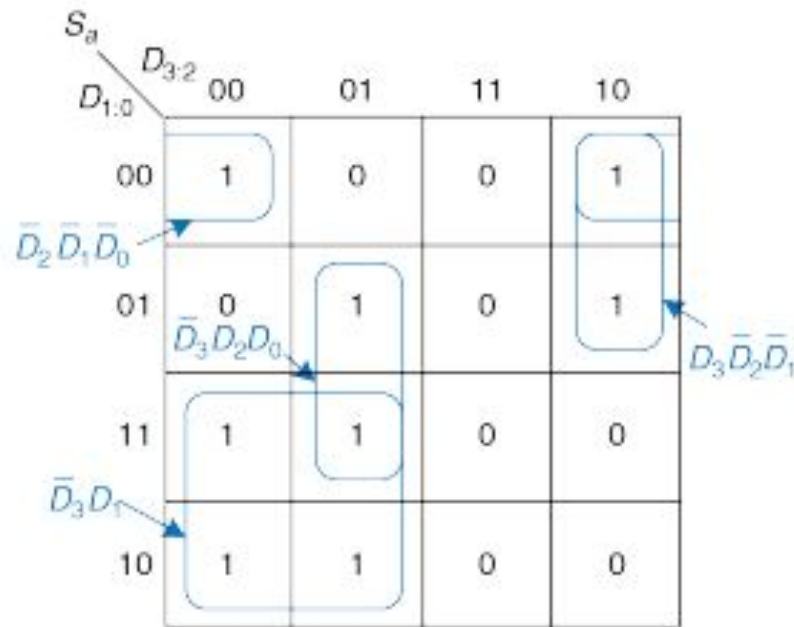
Таблица истинности дешифратора

$D_{3:0}$	S_a	S_b	S_c	S_d	S_e	S_f	S_g
0000	1	1	1	1	1	1	0
0001	0	1	1	0	0	0	0
0010	1	1	0	1	1	0	1
0011	1	1	1	1	0	0	1
0100	0	1	1	0	0	1	1
0101	1	0	1	1	0	1	1
0110	1	0	1	1	1	1	1
0111	1	1	1	0	0	0	0
1000	1	1	1	1	1	1	1
1001	1	1	1	0	0	1	1
Прочие	0	0	0	0	0	0	0

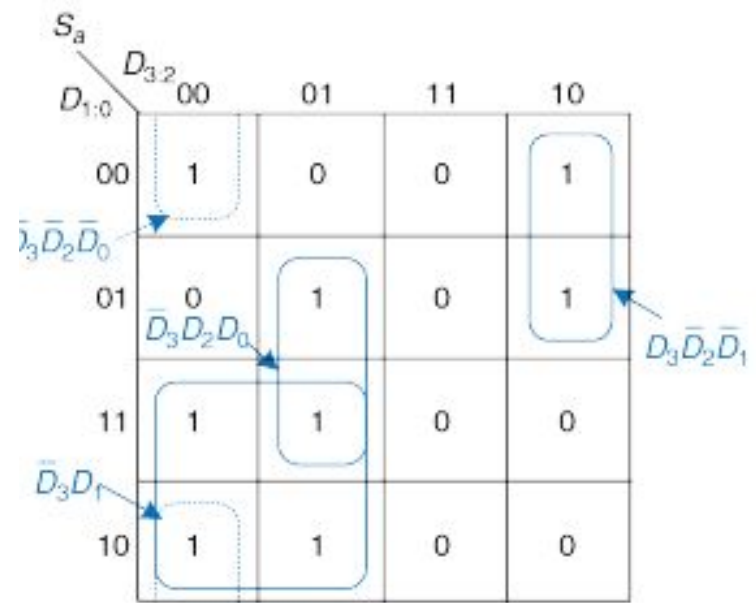
Карта Карно сегмента «а»

S_a $D_{3,2}$	00	01	11	10
$D_{1,0}$ 00	1	0	0	1
01	0	1	0	1
11	1	1	0	0
10	1	1	0	0

Варианты минимизации



$$S_a = \bar{D}_3 D_1 + \bar{D}_3 D_2 D_0 + D_3 \bar{D}_2 \bar{D}_1 + \bar{D}_2 \bar{D}_1 \bar{D}_0$$



$$S_a = \bar{D}_3 D_1 + \bar{D}_3 D_2 D_0 + D_3 \bar{D}_2 \bar{D}_1 + \bar{D}_3 \bar{D}_2 \bar{D}_0$$

Карты Карно и безразличные значения

<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>	<i>Y</i>
0	0	0	0	1
0	0	0	1	0
0	0	1	0	1
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	0	1	X
0	1	1	0	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	1
1	0	0	1	1
1	0	1	0	X
1	0	1	1	X
1	1	0	0	X
1	1	0	1	X
1	1	1	0	X
1	1	1	1	X

<i>Y</i>	<i>AB</i>			
<i>CD</i>	00	01	11	10
00				
01				
11				
10				

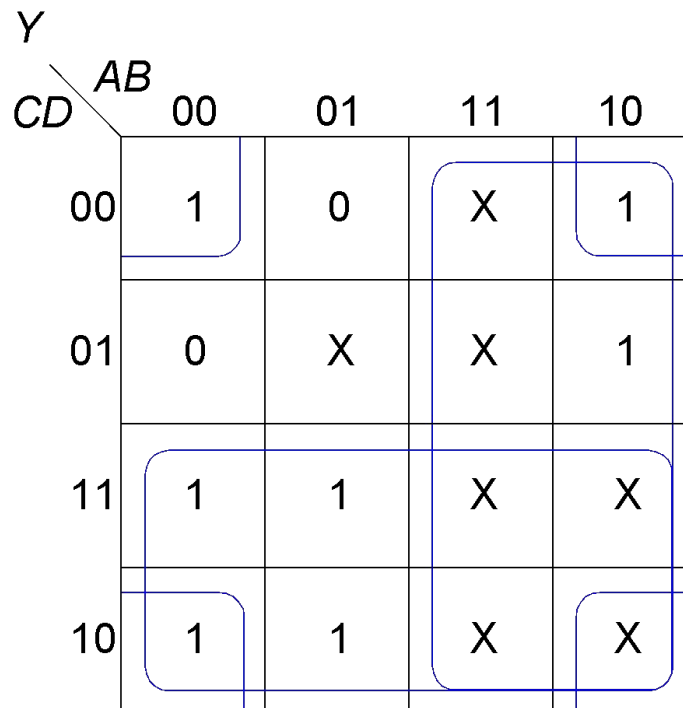
Карты Карно и безразличные значения

<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>	<i>Y</i>
0	0	0	0	1
0	0	0	1	0
0	0	1	0	1
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	0	1	X
0	1	1	0	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	1
1	0	0	1	1
1	0	1	0	X
1	0	1	1	X
1	1	0	0	X
1	1	0	1	X
1	1	1	0	X
1	1	1	1	X

<i>Y</i>	<i>AB</i>			
<i>CD</i>	00	01	11	10
00	1	0	X	1
01	0	X	X	1
11	1	1	X	X
10	1	1	X	X

Карты Карно и безразличные значения

A	B	C	D	Y
0	0	0	0	1
0	0	0	1	0
0	0	1	0	1
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	0	1	X
0	1	1	0	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	1
1	0	0	1	1
1	0	1	0	X
1	0	1	1	X
1	1	0	0	X
1	1	0	1	X
1	1	1	0	X
1	1	1	1	X



$$Y = A + \bar{B}\bar{D} + C$$

Домашнее задание

- $2^0 =$
- $2^1 =$
- $2^2 =$
- $2^3 =$
- $2^4 =$
- $2^5 =$
- $2^6 =$
- $2^7 =$

- $2^8 =$
- $2^9 =$
- $2^{10} =$
- $2^{11} =$
- $2^{12} =$
- $2^{13} =$
- $2^{14} =$
- $2^{15} =$

Контрольная

Таблица соответствия VIN-DEC-HEX

Шестнадцатеричная цифра	Десятичный эквивалент	Двоичный эквивалент
0	0	0000
1	1	0001
2	2	0010
3	3	0011
4	4	0100
5	5	0101
6	6	0110
7	7	0111
8	8	1000
9	9	1001
A	10	1010
B	11	1011
C	12	1100
D	13	1101
E	14	1110
F	15	1111

Внеклассное чтение. МООС

<https://www.coursera.org/>

<https://www.edx.org/>

<http://ocw.mit.edu/index.htm>

<https://www.khanacademy.org/>

<http://prometheus.org.ua/>

<https://sphere.mail.ru/>

<https://academy.yandex.ru/>