Аттестационная работа

Слушателя курсов повышения квалификации по программе: «Проектная и исследовательская деятельность как способ формирования метапредметных результатов обучения в условиях реализации ФГОС»

Сажина Александра Владимировича

МБОУ «Неволинская основная общеобразовательная школа»,
с. Неволино, Кунгурский район, Пермский край

на тему:
«Решение задач по формуле Пика»

Гипотеза: задачи на нахождение площади фигур, изображённных на клетчатой бумаге, можно решить с помощью формулы Пика более рационально.

Цель работы:

Обосновать рациональность использования формулы Пика при решении задач на нахождение площади фигур, изображённых на клетчатой бумаге.

Объект исследования: формула Пика.

Предмет исследования: применение формулы Пика при решении задач, на нахождение площади фигур, изображённых на клетчатой бумаге.

Методы исследования: сравнение, обобщение.

Задачи:

1. Изучить литературу по данной теме.
2. Прорешать задачи на нахождение площади фигур, изображённых на клетчатой бумаге геометрическим методом.
3. Прорешать задачи на нахождение площади фигур, изображённых на клетчатой бумаге, используя формулу Пика.
4. Сравнить и проанализировать результаты исследования.

Актуальность: тема решения геометрических задач по формуле Пика является актуальной, т. к. ее изучение может быть полезно учащимся школ (преимущественно выпускникам) и педагогам как несколько иной способ решения задач на вычисление площади фигуры.

Новизна: новизна работы заключается в том, что несмотря известность данной формулы, в школьной программе она не применяется, следовательно, не известна ученикам.

Триангуляция многоугольника.

Любой n - угольник можно разрезать диагоналями на треугольники, причём количество треугольников будет равно $n – 2$. (Это разбиение – триангуляция с вершинами в вершинах n – угольника).

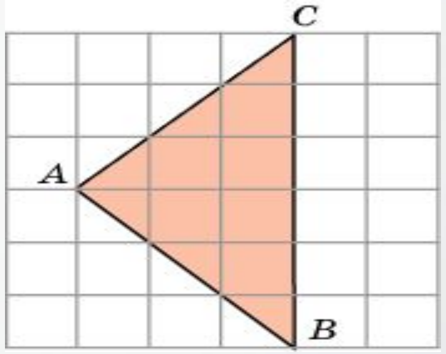
Пусть на границе многоугольника отмечено Г точек (включая все вершины), внутри – ещё В точек. Тогда существует триангуляция с вершинами в отмеченных точках, причём количество треугольников такой триангуляции будет равно Г + 2В – 2.

Этот факт доказал австрийский математик Пик Георг Александр в 1899 году.

Площадь многоугольника равна $(Г + 2В - 2)\cdot\frac{1}{2} = \frac{Г}{2} + В - 1$.

Экспериментальная работа. Нахождение площади многоугольника геометрическим методом

Задача1. Найдите площадь треугольника ABC, считая стороны квадратных клеток равными 1.



(Рис.1)

Решение 1 : Заметим, что данный треугольник ABC является прямоугольным ($A = 90^\circ$). Воспользуемся тем, что диагональ квадратной клетки со сторонами, равными 1, равна $\sqrt{2}$.

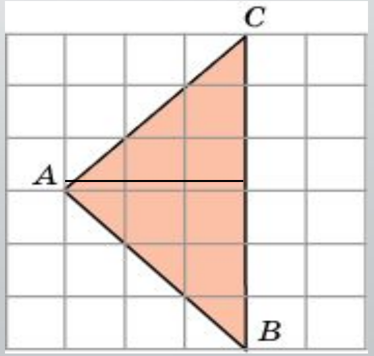
Тогда катеты AB и AC данного треугольника будут равны $3\sqrt{2}$

Так как площадь прямоугольного треугольника равна половине произведения его катетов, то площадь данного треугольника будет равна 9. (Рис 1).

Решение 2: Проведем высоту AH. Тогда $BC = 6$,

$AH = 3$ и, следовательно, $S = \dfrac{6 \cdot 3}{2} = 9$. (Рис.2)

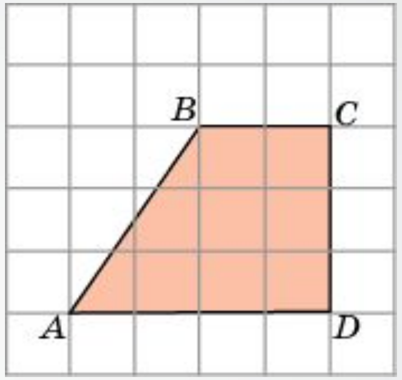
Ответ: 9 кв. ед.



(Рис.2)

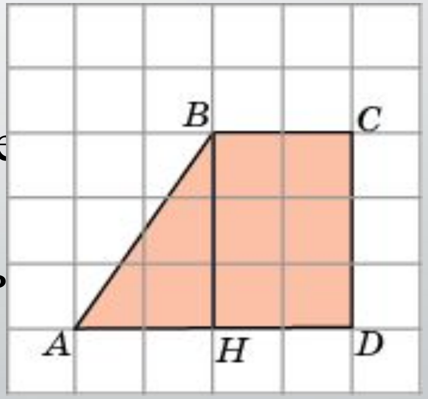
Задача 2. Найдите площадь трапеции *ABCD*, считая стороны квадратных клеток равными 1.

Решение 1. Основания *AD* и *BC* данной трапеции равны соответственно 4 и 2. Высотой является боковая сторона *CD*. Она равна 3. Так как площадь трапеции равна произведению полусуммы оснований на высоту, то площадь данной трапеции будет равна 9. (Рис.1)



(Рис.1)

Решение 2. Из точки *B* опустим перпендикуляр *BH* на *AD*. Он разобьет трапецию на прямоугольный треугольник *ABH* и прямоугольник *HBCD*. Катеты прямоугольного треугольника равны 2 и 3, следовательно, его площадь равна 3. Смежные стороны прямоугольника равны 2 и 3, следовательно, его площадь равна 6. Площадь трапеции равна сумме площадей треугольника и прямоугольника и, следовательно, равна 9. (Рис.2)

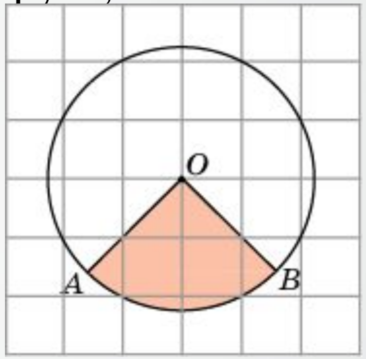


(Рис.2)

Ответ. 9.

Задача 3..Найдите площадь *S* сектора, считая стороны квадратных клеток равными 1. В ответе укажите S/π.

Решение 1. Напомним, что площадь *S* кругового сектора вычисляется по формуле $S = \frac{\pi R^2 \varphi}{360}$, где *R* – радиус круга,

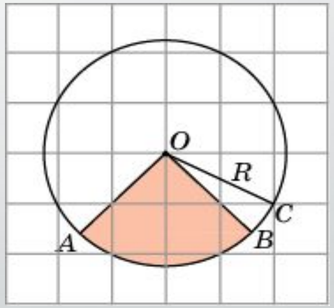


φ- градусная величина угла сектора. В нашем случае

φ $= 90^o$. Радиус *R* равен √5. Подставляя данные значения в формулу площади сектора, получим

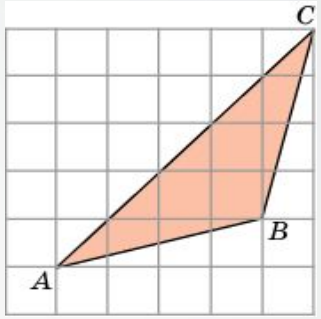
S = 5π/4 . Откуда S/π=1,25

Решение 2. Заметим, что данный сектор является одной четвертой частью круга и, следовательно, его площадь равна одной четвертой площади круга. Площадь круга равна πR^2, где *R* – радиус круга. В нашем случае $R = \sqrt{5}$ и, следовательно, площадь *S* сектора равна 5π/4 . Откуда S/π=1,25.



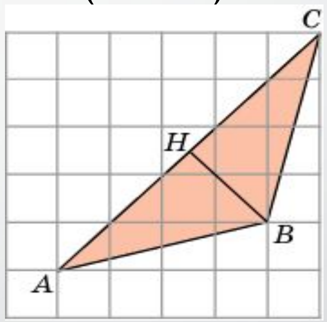
Ответ. 1,25.

Задача 4. Найдите площадь треугольника *ABC*, считая стороны квадратных клеток равными 1.



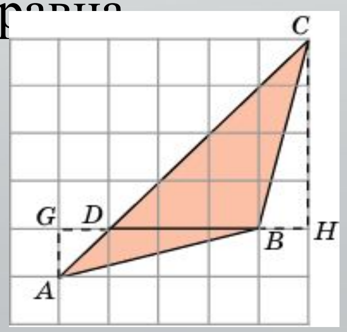
(Рис.1)

Решение 1. Так как диагональ квадрата со стороной 1 равна $\sqrt{2}$ то сторона *AC* треугольника *ABC* равна $5\sqrt{2}$, высота *BH*, проведенная к этой стороне, равна $3\sqrt{2}/2$. Следовательно, площадь данного треугольника равна 7,5.(Рис.2)



(Рис.2)

Решение 2. Разобьем данный треугольник *ABC* на два треугольника *ABD* и *BDC*. Их общая сторона *BD* равна 3, а высоты, к ней проведенные, равны соответственно 1 и 4. Площадь треугольника *ABD* равна 1,5, а площадь треугольника *BDC* равна 6. Площадь треугольника *ABC* равна сумме площадей этих треугольников и, следовательно, равна 7,5. (Рис.3).



(Рис.3).

Ответ: 7,5.

Задача 5. Найдите площадь четырехугольника *ABCD*, считая стороны квадратных клеток равными 1.

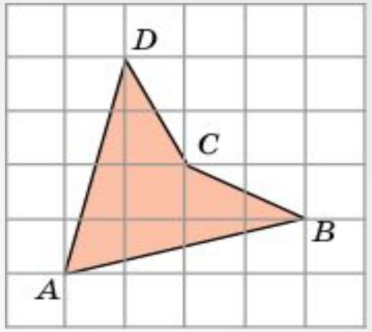


Рис.1

Решение 1. Разобьем данный четырехугольник на два треугольника *ACB* и *ACD*. Сторона *AC* у них общая и равна $2\sqrt{2}$. Высоты *BH* и *DH* равны $3\sqrt{2}/2$. Следовательно, площади этих треугольников равны 3. Значит, площадь четырехугольника равна 6. (Рис.2)

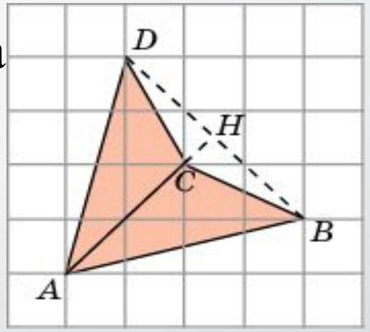


Рис.2

Решение 2. Площадь данного четырехугольника равна разности площадей треугольников *ABD* и *CBD*. В треугольнике *ABD* сторона *BD* равна $3\sqrt{2}$, высота *AH* равна $5\sqrt{2}/2$. Следовательно, его площадь равна 7,5. В треугольнике *CBD* сторона *BD* равна $3\sqrt{2}$, высота *CH* равна $\sqrt{2}/2$. Следовательно, его площадь равна 1,5. Таким образом, площадь данного четырехугольника равна 6.

Ответ. 6.

Задача 6. Найдите площадь S кольца, считая стороны квадратных клеток равными 1. В ответе укажите $\dfrac{S}{\pi}$.

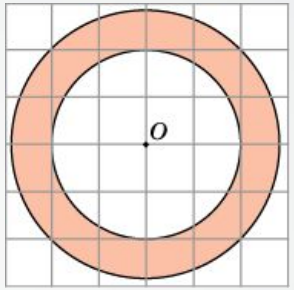


Рис.1

Решение. Площадь кольца равна разности площадей внешнего и внутреннего кругов. Радиус R внешнего круга равен $2\sqrt{2}\ \pi$,

радиус r внутреннего круга равен 2.

Следовательно, площадь S кольца равна 4

и, следовательно, $$\frac{S}{\pi} = 4$$

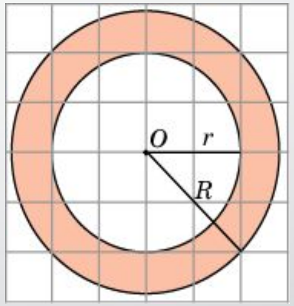
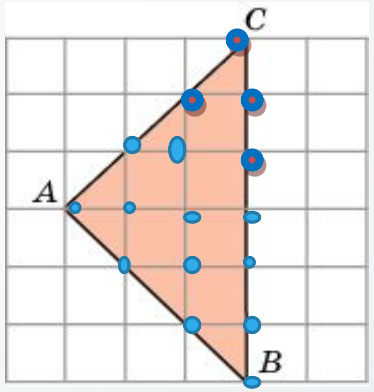


Рис.2

Ответ:4.

Нахождение площади многоугольника по формуле Пика.

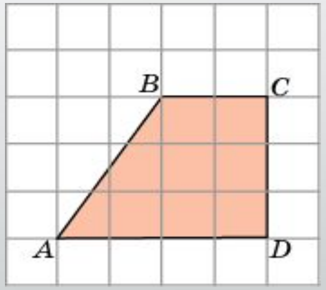
Задача 1. Найдите площадь треугольника *ABC*, считая стороны квадратных клеток равными 1.



Решение: Г = 12, В = 4, S = В + Г/2 – 1 = 4 + 12/2 – 1 = 9

Ответ: 9.

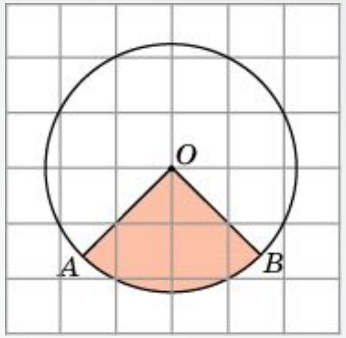
Задача 2. Найдите площадь трапеции *ABCD*, считая стороны квадратных клеток равными 1.



Решение: Г = 10, В = 5, S = В + Г/2 – 1 = 5 + 10/2 – 1 =9

Ответ: 9.

Задача 3. Найдите площадь S сектора, считая стороны квадратных клеток равными 1. В ответе укажите $\frac{S}{\pi}$.



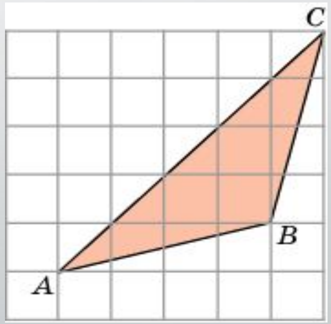
Решение: Г= 5, В= 2, S = В + Г/2 – 1= 2 + 5/2 – 1= 3,5 .

$$\frac{S}{\pi} \approx 1{,}11$$

Ответ: ≈ 1,11.

Задача 4. Найдите площадь треугольника ABC.

Решение: Г = 7, В = 5, S = В + Г/2 – 1= 5 + 7/2 – 1= 7,5.

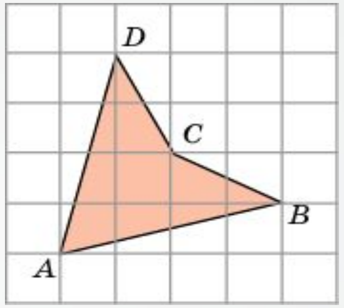


Ответ: 7,5.

.

Задача 5. Найдите площадь четырехугольника *ABCD*, считая стороны квадратных клеток равными 1.

Решение: Г= 4, В= 5, S = В + Г/2 – 1= 5 + 4/2 – 1= 6

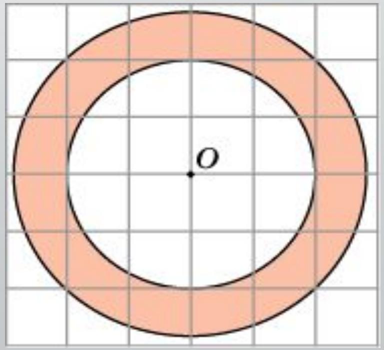


Ответ: 6

Задача 6. Найдите площадь *S* кольца, считая стороны квадратных клеток равными 1. В ответе укажите $\frac{S}{\pi}$.

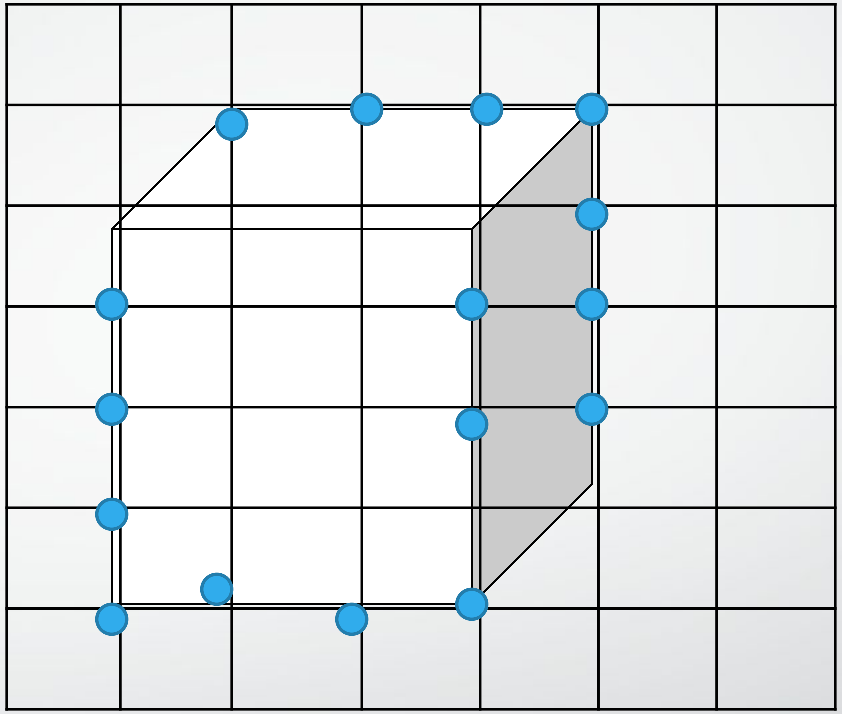
Решение: Г= 8, В= 8, S = В + Г/2 – 1= 8 + 8/2 – 1=11,

$\frac{S}{\pi} \approx 3{,}5$



Ответ: ≈3,5.

Задача 5. Найти площадь прямоугольного параллелепипеда, считая стороны квадратных клеток равными 1.



Подсчитать количество узлов решетки, попавших на границу параллелепипеда и внутрь параллелепипеда нельзя. Поэтому вычислить площадь
полной поверхности по формуле Пика невозможно.

Заключение.

При выполнении работы были решены задачи на нахождение площади многоугольников, изображённых на клетчатой бумаге двумя способами: геометрическим и с помощью формулы Пика. Проанализировав способы решения задач, можно сделать следующие выводы:

1) Формула Пика даёт быстрое и простое решение задач на нахождение площади фигуры, вершины которой лежат в узлах решётки, то есть нахождения площадей многоугольников.
2) Использование формулы Пика для нахождения площади кругового сектора или кольца нецелесообразно, так как она даёт приближённый результат.
3) Формула Пика не применяется для решения задач в пространстве.

Анализ решений показал, что применение формулы Пика даёт возможность решать задачи на нахождение площади многоугольника, изображённого на клетчатой бумаге быстро и легко. Это позволяет экономить время на ЕГЭ по математике.