# ТРИ ПОДХОДА К ПОСТРОЕНИЮ МНОЖЕСТВА ЦЕЛЫХ НЕОТРИЦАТЕЛЬНЫХ ЧИСЕЛ

(ЧАСТЬ 2)

*Л. А. Янкина, канд. пед. наук,*

*доцент кафедры методики начального образования*

# Отношения «равно», «меньше», «больше»

# Аксиоматический подход

Число $a$ равно числу $b$ ($a = b$), если они непосредственно следуют за одним и тем же числом $n$

Число $a$ меньше числа $b$ тогда и только тогда, когда $(\exists\ c \in N)\ a + c = b$

$$\boxed{a < b \Leftrightarrow (\exists\ c \in N)\ a + c = b}$$

***<u>Отношение «больше» определяется аналогично</u>***

# Теоретико-множественный подход

**Пусть $A$ и $B$ – конечные множества, $n(A) = a$, $n(B) = b$, т. е. $a$ и $b$ – соответствующие этим множествам натуральные числа**

**Равными натуральными числами называют те и только те числа, которые характеризуют равномощные конечные множества:**

$$a = b \Leftrightarrow A \sim B$$

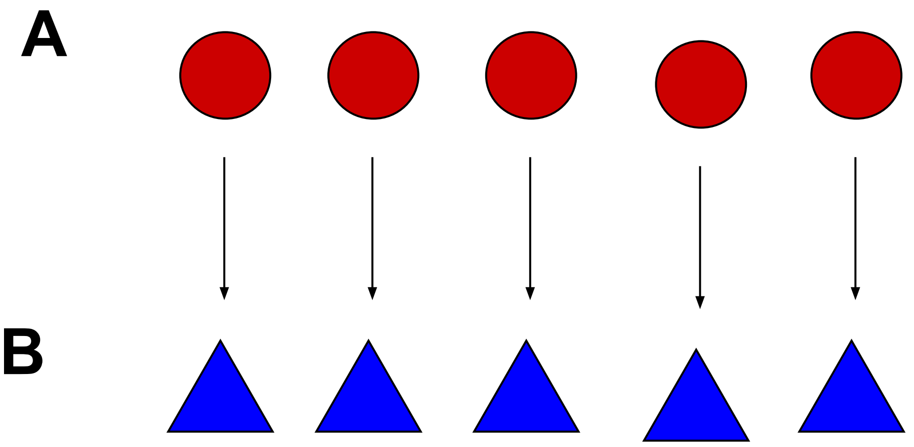
$A \sim B =$

- Множества A и B содержат поровну элементов, т. е. A и B равночисленны

- Множества A и B можно взаимно однозначно отобразить на один и тот же отрезок натурального ряда $N_a$

- Множества A и B можно взаимно однозначно отобразить друг на друга

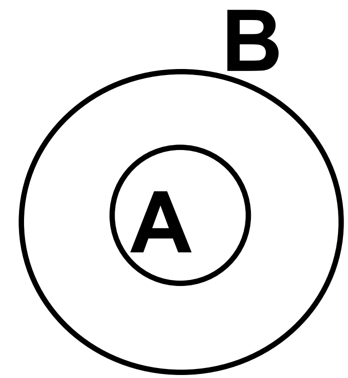
**В начальном обучении математике *равночисленность* выражается словами *«столько же»* и может использоваться при ознакомлении учащихся со многими другими понятиями. Например, при введении понятия *«равно»*:**



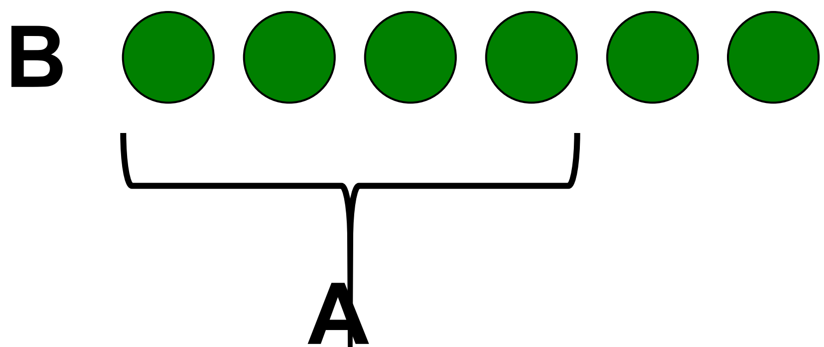

**5 = 5**

## ***Определение 1***

**Число $a$ меньше числа $b$, если множество $A$ есть собственное подмножество множества $B$**




$$A \subset B,\ A \neq B \ \Rightarrow\ a < b$$




$$A \subset B,\ A \neq B$$

$n(B) = 6$

$n(A) = 4$

$4 < 6$

***Отношение «больше» определяется аналогично***

**Пример**: используя теоретико-множественный подход к понятию числа, покажите, что 3 < 5

$A = \{a, b, c\}$, $n(A) = 3$,

$B = \{a, b, c, m, n\}$, $n(B) = 5$

$A \subset B$, $A \neq B \Rightarrow n(A) < n(B)$

$3 < 5$

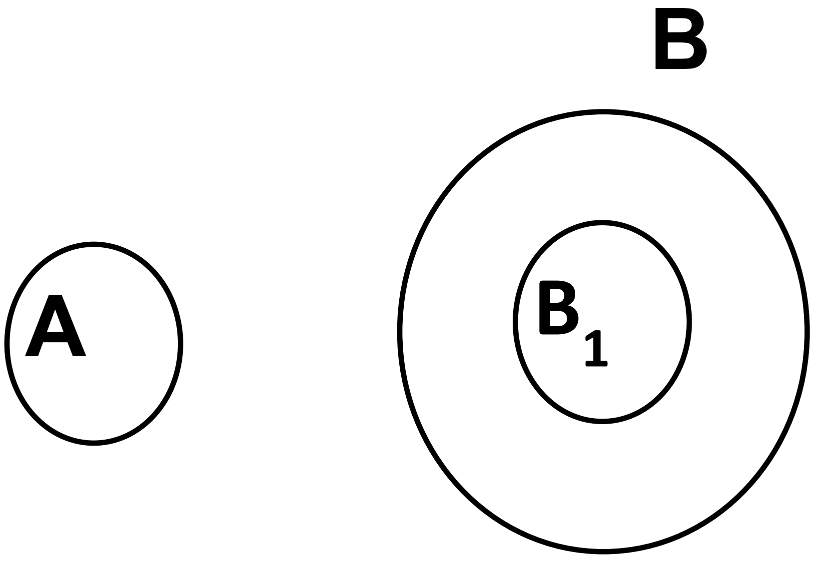
$N_3 = \{1, 2, 3\}$, $n(N_3) = 3$,

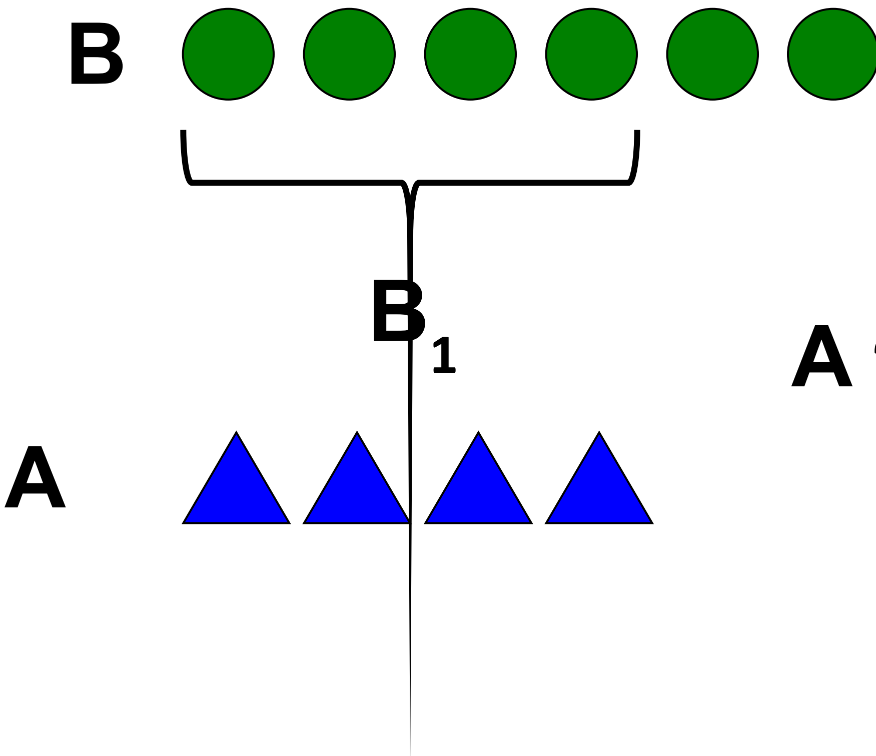
$N_5 = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $n(N_5) = 5$

# Определение 2

**Число a меньше числа b, если множество A равномощно собственному подмножеству множества B**

$$A \sim B_1,\ B_1 \subset B,\ B_1 \neq B \Rightarrow a < b$$






$n(B) = 6$

$n(A) = 4$

$A \sim B_1,\ B_1 \subset B,\ B_1 \neq B$

$4 < 6$

***<u>Отношение «больше» определяется аналогично</u>***

**<u>Пример</u>: используя теоретико-множественный подход к понятию числа, покажите, что 3 < 5**

$A = \{a, b, c\}$, $n(A) = 3$,

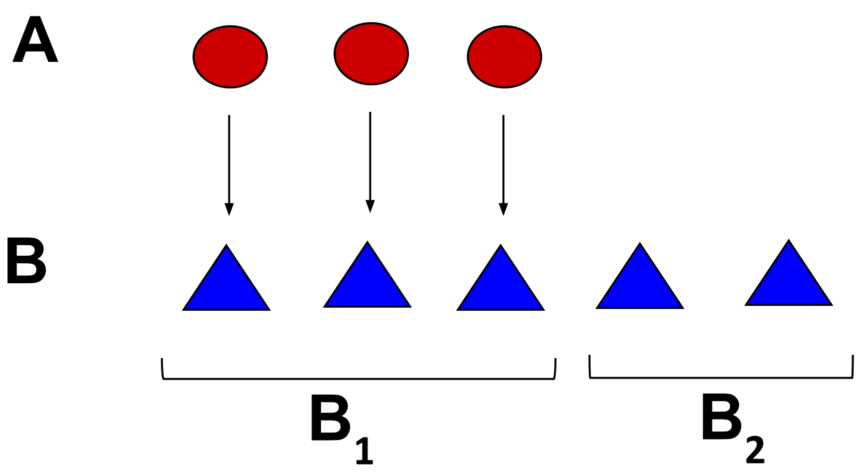
$B = \{m, n, p, q, s\}$, $n(B) = 5$

$A \sim B_1$, $B_1 \subset B$, $B_1 \neq B$

$B_1 = \{m, n, p\}$, $n(B_1) = 3$

$$3 < 5$$

**В начальном обучении математике при введении понятий *«меньше…», «меньше на…»* используется понятие равночисленности, которое выражается словами *«столько же»***



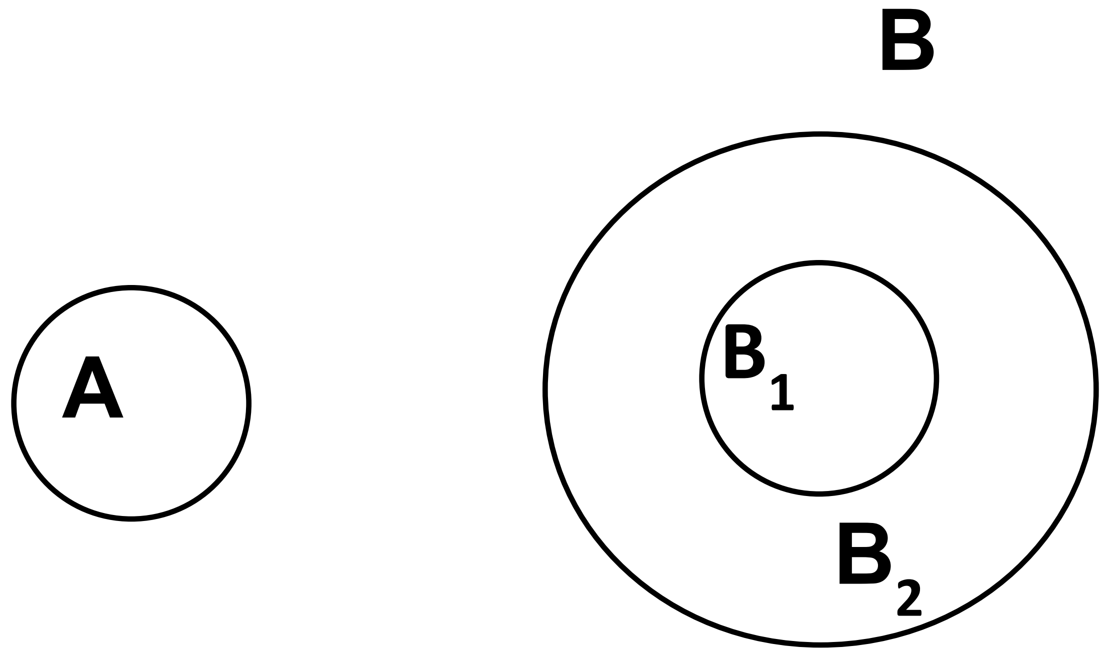

**$3 < 5$**

**$n(B_2) = 2$**

**3 меньше 5 на 2**

$n(A) = a$

$n(B) = b$




$$A \sim B_1,\ B_1 \subset B,\ B_1 \neq B \Rightarrow a < b$$

$$B_2 = B_1' = B \setminus B_1, \quad n(B_2) = c \Rightarrow$$

<u>a меньше b на c</u>

# Натуральное число как результат измерения величин

**Если длины отрезков $a$ и $b$ выражаются натуральными числами $p$ и $q$ (при одной и той же единице длины $e$), т. е. $a = pe$, $b = qe$, то**

$$p = q \Leftrightarrow a = b$$

$$p < q \Leftrightarrow a < b$$

$$p > q \Leftrightarrow a > b$$

# Свойства отношения равно

1) *рефлексивность: $a = a$*

2) *симметричность: $a = b \Rightarrow b = a$*

3) *транзитивность:* $a = b \wedge b = c \Rightarrow a = c$

**Отношение «равно» на множестве N является отношением эквивалентности, так как обладает свойствами рефлексивности, симметричности, транзитивности.**

# Свойства отношения «меньше»

1) **Антисимметричность**: $a < b \Rightarrow \overline{b < a}$

2) **Транзитивность**: $a < b$ *и* $b < c \Rightarrow a < c$

**Отношение «меньше» на множестве N является отношением порядка, так как обладает свойствами антисимметричности и транзитивности.**

**Для любых натуральных чисел $a$, $b$ и $c$ верно только одно из следующих отношений:**

$$a = b$$

$$a < b$$

$$b < a$$

# Свойства множества натуральных чисел

1) Бесконечность (А 2)

2) Упорядоченность (отношения «меньше», больше»)

3) Во множестве натуральных чисел имеется наименьший элемент – единица (А 2)

Любое непустое подмножество множества натуральных чисел содержит наименьшее число

4) <u>Дискретность</u>

**Множество называется дискретным, если между любыми двумя элементами данного множества лежит лишь конечное число элементов этого множества.**

$$(\forall a \in N)(\bar{\exists}\ n \in N)\ a < n < a + 1$$

# Три подхода к понятию числа

| Аксиоматический | Теоретико-множественный | Число – мера величины |
|---|---|---|
| $a = b$, если $a$ и $b$ непосредственно следуют за одним и тем же числом $n$ | $a = b$, если $A \sim B$ | $p = q$, если $a = b$ |
| | $a < b$, если $A \subset B$ | $p < q$, если $a < b$, |
| $a < b$, если $(\exists\ c \in N)\ a + c = b$ | $a < b$, если $A \sim B_1$, $B_1 \subset B$, $B_1 \neq B$ | где $a = pe$, $b = qe$ |

# Спасибо
# за внимание !