



Урок № 6

# Формулы тригонометрии

Повторим значения триг.функц.

Вычислите

Некоторые значения  
тригонометрических функций

$\alpha$	$\pi/6=30^\circ$	$\pi/4=45^\circ$	$\pi/3=60^\circ$
$\sin\alpha$			
$\cos\alpha$			
$\operatorname{tg}\alpha$			
$\operatorname{ctg}\alpha$			

$$\sin \frac{\pi}{6}$$

$$\operatorname{ctg} 60^\circ$$

$$\cos \frac{\pi}{4}$$

$$\operatorname{tg} 45^\circ$$

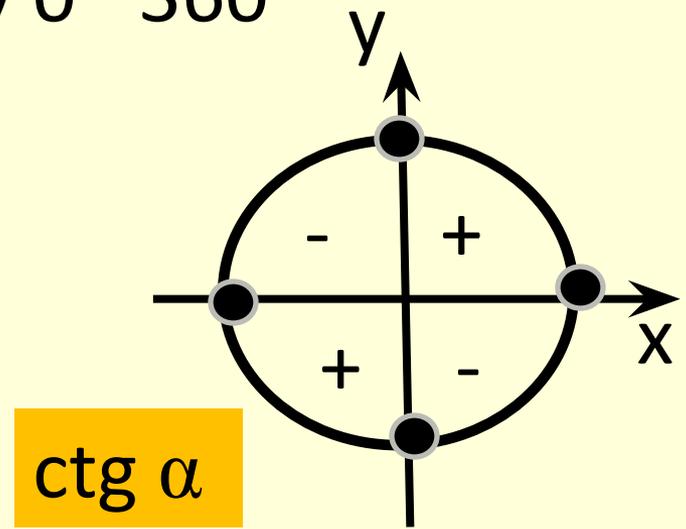
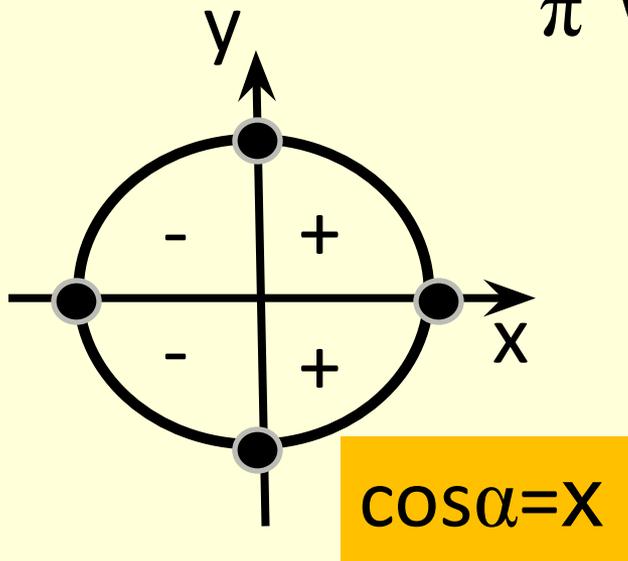
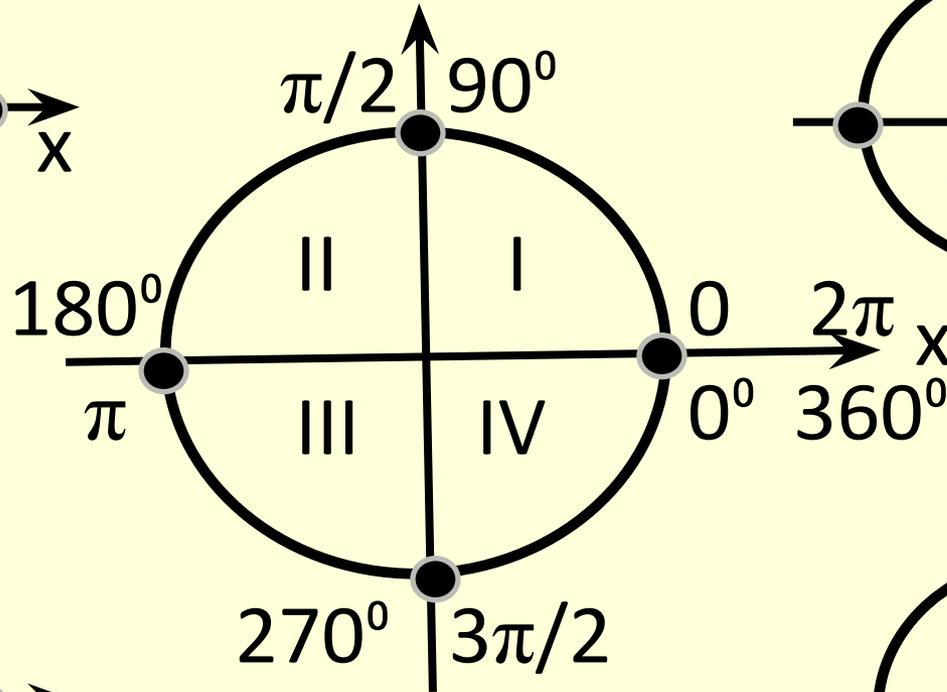
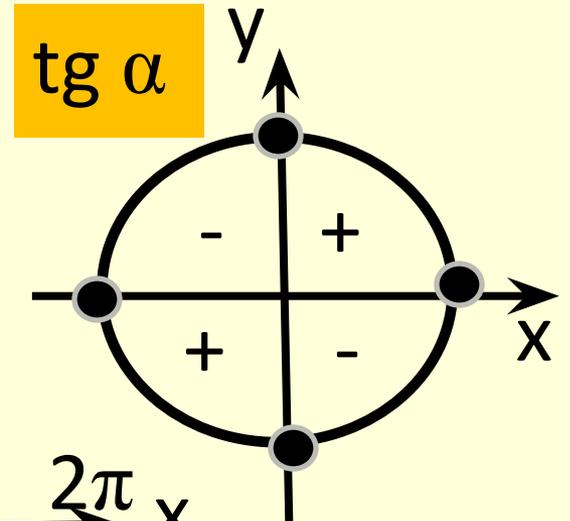
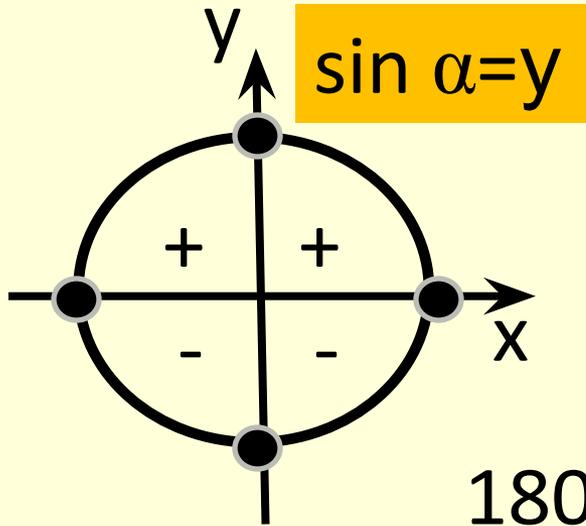
$$\operatorname{tg} \frac{\pi}{3}$$

$$\cos 30^\circ$$

Некоторые значения

$$\sin \frac{\pi}{2} = 1, \quad \cos 180^\circ = -1, \quad \operatorname{tg} \frac{\pi}{2} = \infty, \quad \operatorname{ctg} 0^\circ = 0$$

Тригонометрических функций



# Соотношения между функциями одного и того же угла

$$1) \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$2) \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha = 1$$

$$3) \operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

$$4) \operatorname{ctg} \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$$

$$5) 1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$$

$$\frac{1}{(\quad)^2} \operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

$$6) 1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$$

$$\frac{1}{(\quad)^2} \operatorname{ctg} \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$$

# Формулы «ухода» от отрицательного угла

$$7) \quad \sin(-\alpha) = -\sin \alpha$$

$$8) \quad \cos(-\alpha) = \cos \alpha$$

$$9) \quad \operatorname{tg}(-\alpha) = -\operatorname{tg} \alpha$$

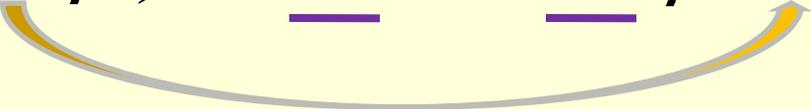
$$10) \quad \operatorname{ctg}(-\alpha) = -\operatorname{ctg} \alpha$$



Косинус  
«ОТЛИЧИЛСЯ»

# Формулы сложения углов

$$11) \quad \sin(\alpha + \beta) = \underline{\sin \alpha} \cdot \underline{\cos \beta} + \underline{\sin \beta} \cdot \underline{\cos \alpha}$$


$$12) \quad \sin(\alpha - \beta) = \underline{\sin \alpha} \cdot \underline{\cos \beta} - \underline{\sin \beta} \cdot \underline{\cos \alpha}$$


$$13) \quad \cos(\alpha + \beta) = \underline{\cos \alpha} \cdot \underline{\cos \beta} - \underline{\sin \beta} \cdot \underline{\sin \alpha}$$


$$14) \quad \cos(\alpha - \beta) = \underline{\cos \alpha} \cdot \underline{\cos \beta} + \underline{\sin \beta} \cdot \underline{\sin \alpha}$$


# Формулы сложения углов

$$15) \quad \operatorname{tg}(\alpha + \beta) = \frac{\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta}{1 - \operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{tg}\beta}$$

$$16) \quad \operatorname{tg}(\alpha - \beta) = \frac{\operatorname{tg}\alpha - \operatorname{tg}\beta}{1 + \operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{tg}\beta}$$

# Формулы двойного угла

$$17) \quad \sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$18) \quad \cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

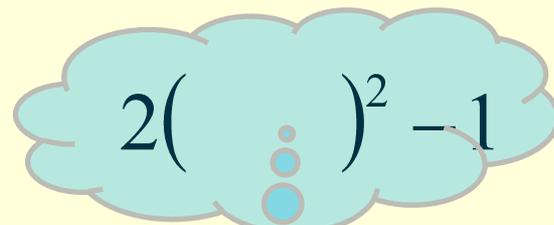
$$19) \quad \cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1$$

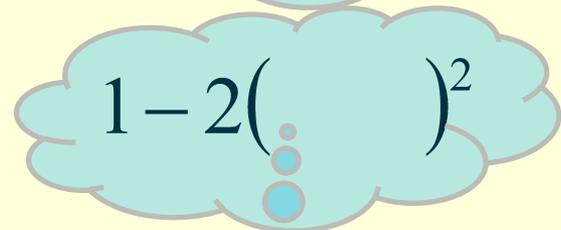
Косинус и косинус – одноименные, «дружат».

$$20) \quad \cos 2\alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha$$

Синус и косинус – разноименные, «не дружат».

$$21) \quad \operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}$$


$$2(\quad)^2 - 1$$


$$1 - 2(\quad)^2$$

# Формулы суммы и разности

$$22) \quad \sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$23) \quad \sin \alpha - \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha - \beta}{2} \cdot \cos \frac{\alpha + \beta}{2}$$

$$24) \quad \cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$25) \quad \cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha - \beta}{2} \cdot \sin \frac{\alpha + \beta}{2}$$

# Формулы понижения степени

Синус и косинус – разноименные, «не дружат».

$$26) \quad \sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2}$$

$$\frac{1 - \cos 2\alpha}{2}$$

Косинус и косинус – одноименные, «дружат».

$$27) \quad \cos^2 \alpha = \frac{1 + \cos 2\alpha}{2}$$

## Найдите значения выражений

### Задание 9 № 64269.

Найдите  $\operatorname{tg} \alpha$ , если  $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{10}}$  и  $\alpha \in (1,5\pi; 2\pi)$

### Задание 9 № 64341.

Найдите  $\operatorname{tg} \alpha$ , если  $\sin \alpha = -\frac{1}{\sqrt{5}}$  и  $\alpha \in (1,5\pi; 2\pi)$ .

### Задание 9 № 505402.

Найдите  $\cos \alpha$ , если  $\sin \alpha = \frac{\sqrt{7}}{4}$  и  $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$ .

Какие формулы необходимо знать для решения данных заданий?

## Найдите значения выражений

**Задание 9 № 65269.**

Найдите  $\frac{7 \cos \alpha - 6 \sin \alpha}{3 \sin \alpha - 5 \cos \alpha}$ , если  $\operatorname{tg} \alpha = 1$ .

**Задание 9 № 65273.**

Найдите  $\frac{3 \cos \alpha - 15 \sin \alpha + 16}{5 \sin \alpha - \cos \alpha + 4}$ , если  $\operatorname{tg} \alpha = 0,2$

**Задание 9 № 65363.**

Найдите  $\operatorname{tg} \alpha$ , если  $\frac{7 \sin \alpha - 2 \cos \alpha}{4 \sin \alpha - 9 \cos \alpha} = 2$

**Задание 9 № 65217.**

Найдите  $\operatorname{tg}^2 \alpha$ , если  $3 \sin^2 \alpha + 8 \cos^2 \alpha = 7$ .

**Задание 9 № 65423.**  
Найдите  $\operatorname{tg} \alpha$ , если  $\frac{3 \sin \alpha + 5 \cos \alpha + 1}{2 \sin \alpha + \cos \alpha + 4} = \frac{1}{4}$ .

## Найдите значения выражений

Какие формулы необходимо знать для решения данных заданий?

**Задание 9 № 65603.**

Найдите  $30 \cos 2\alpha$ , если  $\cos \alpha = \frac{1}{5}$ .

**Задание 9 № 64459.**

Найдите  $-20 \cos 2\alpha$ , если  $\sin \alpha = -0,8$ .

**Задание 9 № 64549.**

Найдите  $\frac{3 \sin 6\alpha}{5 \cos 3\alpha}$ , если  $\sin 3\alpha = 0,7$ .

**№ 17289**

Найдите значение выражения:

$$\frac{36 \sin 102^\circ \cdot \cos 102^\circ}{\sin 204^\circ}.$$

**№ 63053**

Найдите значение выражения:

$$\frac{22(\sin^2 72^\circ - \cos^2 72^\circ)}{\cos 144^\circ}$$

## Домашнее задание № 6

№ 26953

Найдите  $\operatorname{tg} \alpha$ , если  $\cos \alpha = \frac{\sqrt{10}}{10}$  и  $\alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$ .

№ 64277

Найдите  $\operatorname{tg} \alpha$ , если  $\sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{17}}$  и  $\alpha \in (0,5\pi; \pi)$ .

№ 65225

Найдите  $\frac{3\cos \alpha - 4\sin \alpha}{4\sin \alpha + 2\cos \alpha}$ , если  $\operatorname{tg} \alpha = 2$ .

№ 26967

Найдите  $\frac{10\cos \alpha + 4\sin \alpha + 15}{2\sin \alpha + 5\cos \alpha + 3}$ , если  $\operatorname{tg} \alpha = -2,5$

№ 65321

Найдите  $\operatorname{tg} \alpha$ , если  $\frac{6 \sin \alpha - 4 \cos \alpha}{2 \sin \alpha - 4 \cos \alpha} = 4$ .

№ 65161

Найдите  $\operatorname{tg}^2 \alpha$ , если  $3 \sin^2 \alpha + 9 \cos^2 \alpha = 8$

№ 65365

Найдите  $\operatorname{tg} \alpha$ , если  $\frac{2 \sin \alpha + \cos \alpha + 1}{4 \sin \alpha + 2 \cos \alpha + 3} = \frac{1}{3}$

№ 65557

Найдите  $55 \cos 2\alpha$ , если  $\cos \alpha = \frac{3}{5}$

№ 64419

Найдите  $7 \cos 2\alpha$ , если  $\sin \alpha = -0,2$

№ 64463

Найдите  $\frac{3 \sin 6\alpha}{5 \cos 3\alpha}$ , если  $\sin 3\alpha = 0,8$ .

**№ 17291**

Найдите значение выражения:

$$\frac{18 \sin 174^\circ \cdot \cos 174^\circ}{\sin 348^\circ}.$$

**№ 63055**

Найдите значение выражения:

$$\frac{25(\sin^2 77^\circ - \cos^2 77^\circ)}{\cos 154^\circ}$$