

# **Статистическая обработка результатов психолого- педагогических исследований**

# План лекции

1. Измерение. Шкалы. Группировки.
2. Статистическая и генеральная совокупность.
3. Меры центральной тенденции.
4. Меры разброса значений.
5. Методы определения достоверности различий.
6. Методы определения коэффициентов  
корреляции.

# 1. Измерение. Шкалы. Группировки.

**Измерение** — процедура приписывания чисел объектам изучения в соответствии с определенными правилами.

В качестве **объектов измерения**:

- «единицы» поведения,
- физиологические реакции.

# 1. Измерение. Шкалы. Группировки.

**Показатели – количественные и качественные характеристики действий, высказываний, физиологических реакций и.т.п.**

**Виды показателей:**

- количественные,
- качественные.

# 1. Измерение. Шкалы. Группировки.

Для измерения различных признаков используются шкалы.

**Шкала — числовая система.**

**Виды шкал:**

- номинальная,
- ранговая (порядковая),
- интервальная (метрическая).

# 1. Измерение. Шкалы. Группировки.

Номинальная шкала — измеряются **объективные признаки** респондентов (пол, возраст, семейное положение и т.п.).

Пример:

возраст — 23 года.

**Возможные выводы:**

- равно-неравно,
- больше-меньше,
- во сколько раз больше или меньше.

# 1. Измерение. Шкалы. Группировки.

**Ранговая (порядковая) шкала** — измеряются **субъективные признаки** респондентов (степень удовлетворенности чем-либо или кем-либо и т.п.).

Пример:

Степень удовлетворенности профессией:

- 5 — полностью удовлетворен,
- 4 — удовлетворен,
- 3 — затрудняюсь ответить,
- 2 — скорее, не удовлетворен,
- 1 — полностью не удовлетворен.

**Возможные выводы:**

- равно-неравно,
- больше-меньше,
- во сколько раз больше или меньше?

# 1. Измерение. Шкалы. Группировки.

Интервальная (метрическая) шкала — измеряются **объективные признаки** респондентов (пол, возраст, семейное положение и т.п.) **с помощью интервалов.**

Пример:

Возраст:

1. 0 — 5 лет,
2. 6 — 10 лет,
3. 11 — 15 лет.

**Возможные выводы:**

- равно-неравно,
- больше-меньше,
- **во сколько раз больше или меньше?**



# 1. Измерение. Шкалы. Группировки.

Группировка — распределение единиц изучаемого объекта на **однородные группы** по **существенным** для него признакам.

Пример:

возраст — 23 года ....

**Назначение группировки:**

- установление численности каждой отдельно взятой части совокупности,
- изучение влияния причин и характеристики явления.

# 1. Измерение. Шкалы. Группировки.

## Виды группировок:

1. комбинационная:
  - а) структурная,
  - б) типологическая,
2. аналитическая.

# 1. Измерение. Шкалы. Группировки.

**Комбинационная** группировка — распределение в группы по двум и более признакам.

- а) **структурная** группировка — с учетом **объективных** признаков,
- б) **типологическая** группировка — с учетом **субъективного** признака.

**Аналитическая** группировка - распределение в группы по двум и более признакам для выявления их **взаимосвязи** (уровень мышления и успеваемость).

## 2. Статистическая и генеральная совокупность

## 2. Статистическая и генеральная совокупность

**Статистическая совокупность** — это объединение какого-либо множества испытуемых по одному или нескольким признакам.

При этом:

- выделяемая совокупность должна быть однородна по основным качественным характеристикам;
- сравнение может проводиться лишь по тому признаку, который является предметом исследования.

## 2. Статистическая и генеральная совокупность

**Статистическая совокупность = объем выборки.**

- если объем выборки 30 и более человек, то используется аппарат **параметрической статистики**,
- если объем выборки от 10 до 30 человек, то используется аппарат **непараметрической статистики**.

## 2. Статистическая и генеральная совокупность

**Генеральная совокупность — объект исследования, который территориально, производственно и во времени «локализован» и на который распространяются выводы исследования.**

## 2. Статистическая и генеральная совокупность

**Ряд распределения** — упорядоченный ряд чисел, получаемый в результате группировки.

**Виды рядов распределения:**

- **атрибутивный** — упорядоченный ряд распределения по качественным признакам,
- **вариационный** — упорядоченный ряд распределения по количественным признакам.

Вариационный ряд может быть **дискретным** и **непрерывным** (интервальным).



## 2. Статистическая и генеральная совокупность

*Вариационный (непрерывный) ряд  
распределения*

*Пример: объем произвольного внимания  
детей 7 лет ( $n=8$ ): 1; 1; 2; 2; 2; 3; 3; 4.*

*варианты - 1 2 3 4  
частоты - 2 3 2*

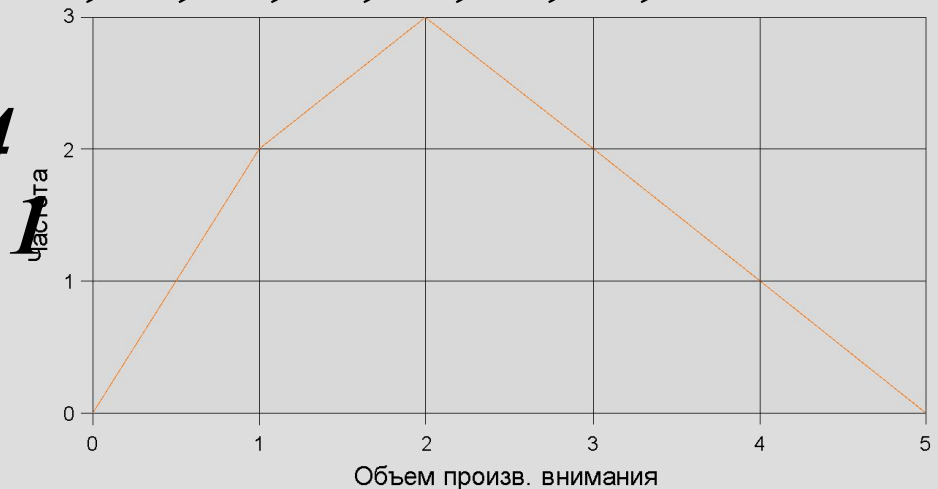


Рис. 1. Объем произвольного внимания ЧБД 7 лет

## 2. Статистическая и генеральная совокупность

### *Атрибутный ряд распределения*

*Пример: уровень развития творческого воображения детей 7 лет (n= 8):*

*В; В; В; С; С; С; С; Н.*

*III; III; III; II; II; II; II; I.*

*атрибуты - I II III*

*частоты - 1 4 3*

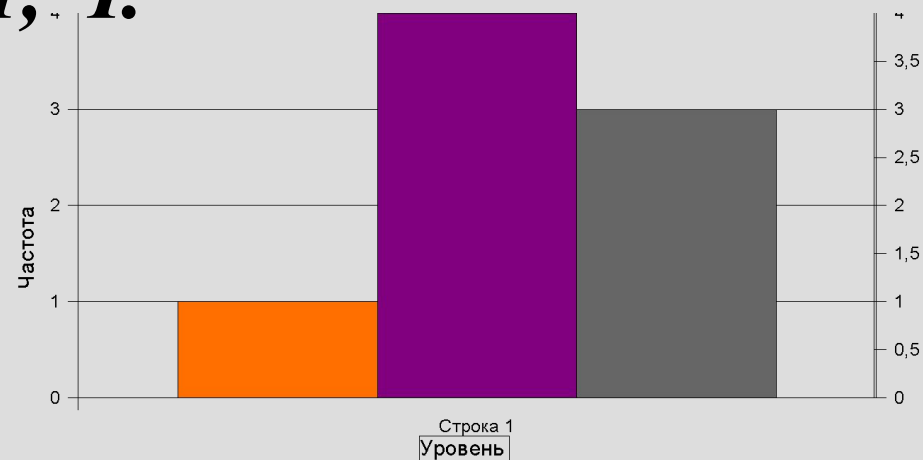
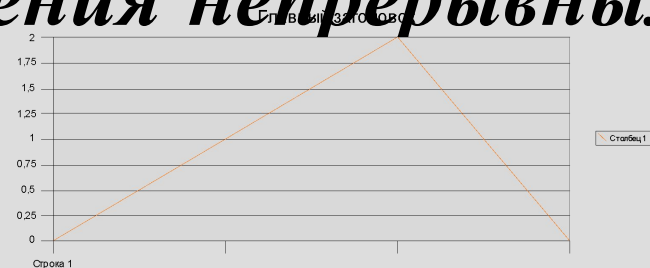


рис. 1. Уровень развития творческого воображения ЧБД 7

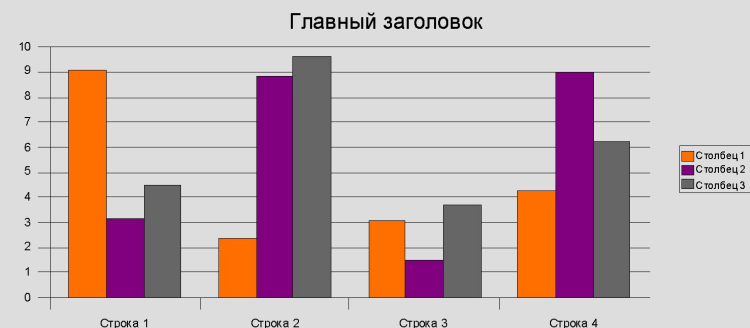
# 2. Статистическая и генеральная совокупность

*Графическое изображение статистических данных:*

**- полигон** - для отображения непрерывных рядов,



**- гистограмма** — для отображения дискретных рядов.



### 3. Меры центральной тенденции

### 3. Меры центральной тенденции

**Меры центральной тенденции** — величины, вокруг которых группируются отдельные, расходящиеся между собой значения показателя. С их помощью множество разбросанных показателей заменяет одна величина.

Меры центральной тенденции:

$M(X)$  — среднее арифметическое,

$M_o$  — мода,

$M_d$  — медиана.

### 3. Меры центральной тенденции

**M** — среднее арифметическое

$$M = \sum v_i / n$$

**Пример:**

$V_1 (n=7)$ : 1; 2; 3; 4; 4; 4; 5.

$$M = (1+2+3+4+4+4+5) / 7 \approx 3,29.$$

### 3. Меры центральной тенденции

**Mo** — мода — максимально встречающийся результат.

**Пример:**

$V_{1(n=9)}$ : 1; 2; 3; 3; 3; 4; 4; 4; 5.

$Mo_1 = 3$ ;  $Mo_2 = 4$ .

### 3. Меры центральной тенденции

**Md** — медиана — числовое значение, занимающее в упорядоченном ряду данных срединное положение (делит упорядоченный ряд на две равные части).

Расчет места медианы:

$$\text{Место медианы} = (n+1)/2$$

Пример:

$V_1 (n=8)$ : 1; 2; 3; 3; 3; 4; 4; 5.

Место медианы =  $(8+1)/2 = 4,5$ .

**Md = 3.**



## 4. Меры разброса значений

## 4. Меры разброса значений

При замене множества числовых значений показателя одним числом — средним арифметическим или медианой — мы, выигрывая в простоте и наглядности ситуации, **теряем часть информации.**

Так, два множества значений имеют одинаковые  $M$  и  $Md$ :

$V_1: 5; 5; 5. M= 5,0. Md= 5.$

$V_2: 1; 5; 9. M= 5,0. Md= 5.$

## 4. Меры разброса значений

Меры разброса значений:

**W** - размах

**$\delta$**  — стандартное отклонение

**m** — ошибка среднего арифметического

## 4. Меры разброса значений

**W** — размах — разность максимального и минимального значений в ряду данных.

Пример:

$V_1$  (n=8): 2; 3; 4; 6; 7; 8; 9; 10.

$W_1 = V_{\max} - V_{\min} = 10 - 2 = 8.$

$V_2$  (n=9): 4; 4; 5; 5; 6; 6; 6; 6; 6.

$W_2 = ?$

## 4. Меры разброса значений

**$\delta$**  — стандартное отклонение.

$$\delta = \sqrt{\sum (v_i - M)^2 / (n - 1)}$$

**Пример:  $V_1$  ( $n=10$ ): 2; 2; 3; 3; 3; 3; 4; 4; 5; 6.**

## 4. Меры разброса значений

$V_i$	$V_i - M$	$(V_i - M)^2$
2	$2 - 3,5 = -1,5$	2,25
2	-1,5	2,25
3	-0,5	0,25
3	-0,5	0,25
3	-0,5	0,25
3	-0,5	0,25
4	0,5	0,25
4	0,5	0,25
5	1,5	2,25
6	2,5	6,25
$M = 3,5.$		$\sum(V_i - M)^2 = 14,5$

## 4. Меры разброса значений

**$\delta$**  — стандартное отклонение.

$$\begin{aligned}\delta &= \sqrt{\sum (v_i - M)^2 / (n - 1)} = \\ &= \sqrt{14,5 / (10 - 1)} = \sqrt{14,5 / 9} = \\ &= \sqrt{1,611} \approx 1,269.\end{aligned}$$

## 4. Меры разброса значений

**m** — ошибка среднего арифметического

$$m = \sigma / \sqrt{n} =$$

$$\approx 1,269 / \sqrt{10} \approx 1,269 / 3,161 \approx 0,401.$$

Запись ряда распределения:

$$M \pm m = 3,5 \pm 0,40.$$



## **5. Методы определения достоверности различий**

## 5. Методы определения достоверности различий

Для установления факта случайности различий средних арифметических **зависимых и независимых выборок** или его опровержения пользуются **статистическими критериями** (если исследователь хочет распространить свои выводы на генеральную совокупность).

## 5. Методы определения достоверности различий

**Зависимые выборки** — выборки, в которых **результаты измерения** некоторого свойства испытуемых одной выборки **влияют** на **результаты измерения** этого свойства испытуемых другой выборки.

**Независимые выборки** — выборки, в которых **результаты измерения** некоторого свойства испытуемых одной выборки **не влияют** на **результаты измерения** этого свойства испытуемых другой выборки.

## 5. Методы определения достоверности различий

- Методы определения достоверности различий для зависимых выборок:
  - $t$  критерий Стьюдента,
  - критерий знаков.
- Методы определения достоверности различий для независимых выборок:
  - $U$  критерий Манна-Уитни,
  - $t$  критерий Стьюдента.

# 5. Методы определения достоверности различий

Определение  $t$  критерия Стьюдента,

$$t \text{ Стьюдента} = (M_1 - M_2) / \sqrt{(m^2_1 + m^2_2)}.$$

$M_1$  — среднее арифметическое большего значения,

$M_2$  — среднее арифметическое меньшего значения.

Ограничение применения методики —  
необходимо симметричное распределение  
показателей.

# 5. Методы определения достоверности различий

*Ограничение применения методики – необходимо симметричное распределение показателей.*

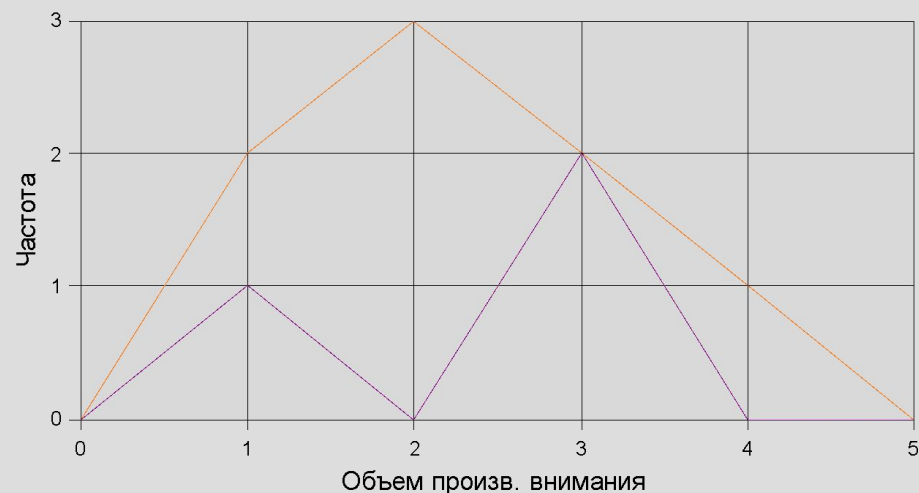


Рис. 1. Объем произвольного внимания ЧБД 7 лет

## 5. Методы определения достоверности различий

**Пример:**

$M_1 \pm m_1 = 3,33 \pm 0,401$ , при  $n = 12$ .

$M_2 \pm m_2 = 3,82 \pm 0,412$ , при  $n = 14$ .

$t$  Стьюдента  $= (M_1 - M_2) / \sqrt{(m_1^2 + m_2^2)} \approx$

$\approx (3,82 - 3,33) / \sqrt{(0,401^2 + 0,412^2)} \approx$

$\approx 0,49 / \sqrt{(0,160801 + 0,169744)} \approx$

$\approx 0,49 / \sqrt{0,330545} \approx 0,49 / 0,5749 \approx 0,852$ .

## 5. Методы определения достоверности различий

Нахождение статистически достоверной вероятности различий с помощью  $t$  критерия Стьюдента:

**Гипотеза  $H_0$ :** если  $t$  расчетная  $< t$  табличной, то между рядами показателей **не существует** достоверное различие на уровне 95 % (98 %, 99 % или 99,5 %) вероятности.

**Гипотеза  $H_1$ :** если  $t$  расчетная  $\geq t$  табличной, то между рядами показателей **существует** достоверное различие на уровне 95 % (98 %, 99 % или 99,5 %) вероятности.

Так как,  $t$  расчетная (0,852)  $< t$  табличной (2,06), то между анализируемыми рядами показателей **не существует** достоверное различие на уровне 95 % вероятности. Подтвердилась гипотеза  **$H_0$** .



## 5. Методы определения достоверности различий

Метод определения достоверности различий для зависимых выборок -

- критерий знаков.

Пример: Необходимо выявить наличие достоверных различий в объеме произвольного внимания ЧБД 7 лет до и после формирующего эксперимента.

# 5. Методы определения достоверности различий

## Критерий знаков

Пример: Необходимо выявить наличие достоверных различий в объеме произвольного внимания ЧБД 7 лет до и после формирующего эксперимента.

Ребенок №	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
V прозв.внимания до ...	4	3	4	5	4	2	3	4	3	4	1	2
V прозв.внимания после ...	5	4	4	6	5	4	4	3	4	4	4	3
Знак изменения результата	+	+	=	+	+	+	+	-	+	=	+	+

# 5. Методы определения достоверности различий

**Критерий знаков** – обработка:

1.  $n' = 12 - 2 = 10$ . (различающиеся пары результатов)
2.  $K_{\max} = 9$ . (количество чаще встречающихся знаков)
3.  $K_{\text{табл}} (n' = 10) = 9$ .

Ребенок №	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
V прозв.внимания до ...	4	3	4	5	4	2	3	4	3	4	1	2
V прозв.внимания после ...	5	4	4	6	5	4	4	3	4	4	4	3
Знак изменения результата	+	+	=	+	+	+	+	-	+	=	+	+

## 5. Методы определения достоверности различий

4. Нахождение статистически достоверной вероятности различий с помощью критерия знаков:

**Гипотеза  $H_0$ :** если  $K_{\max} < K_{\text{табл}}$ , то между рядами показателей **не существует** достоверное различие на уровне 95 % вероятности.

**Гипотеза  $H_1$ :** если  $K_{\max} \geq K_{\text{табл}}$ , то между рядами показателей **существует** достоверное различие на уровне 95 % вероятности.

Так как,  $K_{\max} = 9$  равен  $K_{\text{табл}} = 9$ , то между анализируемыми рядами показателей **существует** достоверное различие на уровне 95 % вероятности. Подтвердилась гипотеза  **$H_1$** .

# Пограничные значения критерия знаков (95% уровень достоверности)(Рунион Р. Справочник по непараметрической статистике. М., 1982)

n'	К	n'	К	n'	К
6	6	16	13	26	19
7	7	17	13	27	20
8	8	18	14	28	20
9	8	19	15	29	21
10	9	20	15	30	21
11	10	21	16	31	22
12	10	22	17	32	23
13	11	23	17	33	23
14	12	24	18	34	24
15	12	25	18	35	24

## 5. Методы определения достоверности различий

Метод определения достоверности различий для *независимых* выборок - **U критерий Манна-Уитни**.

Пример: двум группам ЧБД 7 лет предлагалось запомнить 10 новых слов в условиях игры и в условиях лабораторного эксперимента.

# 5. Методы определения достоверности различий

## U критерий Манна-Уитни.

$V_{\text{игра}} (n=11)$ : 3; 4; 4; 4; 5; 5; 5; 5; 5; 6; 6. ( $M=4,7$ .)

$V_{\text{экспер}} (n=10)$ : 2; 3; 3; 3; 3; 4; 4; 4; 4; 5. ( $M=3,5$ .)

Код	И	И	И	И	И	И	И	Э	Э	Э	Э	Э	И	И	И	И	Э	Э	Э	Э	Э
Количество слов	6	6	5	5	5	5	5	5	4	4	4	4	4	4	4	3	3	3	3	3	2
номер записи	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
Ранг	1,5	1,5																			

Ранг – порядковый номер:

ранг 6 =  $(1+2) / 2 = 1,5$ .

ранг 5 = ? ранг 4 = ? ранг 3 = ? ранг 2 = ?

# 5. Методы определения достоверности различий

Код	И	И	И	И	И	И	И	И	Э	Э	Э	Э	Э	Э	Э	Э	Э	Э	Э	Э	
Количество слов	6	6	5	5	5	5	5	5	5	4	4	4	4	4	4	3	3	3	3	2	
номер записи	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
Ранг	1,5	1,5	5,5	5,5	5,5	5,5	5,5	5,5	5,5	12	12	12	12	12	12	18	18	18	18	18	21

Обработка:

1. Сумма рангов для иргы и для эксперимента:

$$R_{\text{игра}} = 1,5 * 2 + 5,5 * 5 + 12 * 3 + 18 * 1 = 84,5.$$

$$R_{\text{экспер}} = ?$$

2. Проверка:  $R_{\text{игра}} + R_{\text{экспер}} = N / 2 * (N + 1)$ ?

где  $N = n_{\text{игра}} + n_{\text{экспер}}$ .

$$84,5 + 146,5 = 21 / 2 * 22. \quad 231 = 231.$$



## 5. Методы определения достоверности различий

U критерий Манна-Уитни.

Обработка:

$$3. U_{\text{игра}} = n_{\text{и}} * n_{\text{э}} + n_{\text{и}}(n_{\text{и}} + 1) / 2 - R_{\text{игра}}.$$

$$U_{\text{игра}} = 11 * 10 + 11 * 12 / 2 - 84,5 = 91,5.$$

$$4. U_{\text{экспер}} = n_{\text{и}} * n_{\text{э}} + n_{\text{э}}(n_{\text{э}} + 1) / 2 - R_{\text{экспер}}.$$

$$U_{\text{экспер}} = 11 * 10 + 10 * 11 / 2 - 146,5 = 18,5.$$

$$5. \text{Проверка: } U_{\text{игра}} = n_{\text{и}} * n_{\text{э}} - U_{\text{экспер}}.$$

$$91,5 = 11 * 10 - 18,5 = 110 - 18,5 = 91,5.$$

## 5. Методы определения достоверности различий

4. Нахождение статистически достоверной вероятности различий с помощью **U критерия Манна-Уитни:**

**Гипотеза H0:** если  $U_{\max} \text{ расчетная} < U_{\max} \text{ табличная}$ , а  $U_{\min} \text{ расчетная} > U_{\min} \text{ табличная}$ , то между рядами показателей **не существует** достоверное различие на уровне 95 % вероятности.

**Гипотеза H1:** если  $U_{\max} \text{ расчетная} \geq U_{\max} \text{ табличная}$ , а  $U_{\min} \text{ расчетная} < U_{\min} \text{ табличная}$ , то между рядами показателей **существует** достоверное различие на уровне 95 % вероятности.

Так как,  $U_{\max} \text{ расчетная} (91,5) > U_{\max} \text{ табличная} (84)$ , а  $U_{\min} \text{ расчетная} (18,5) < U_{\min} \text{ табличная} (26)$ , то между анализируемыми рядами показателей **существует** достоверное различие на уровне 95 % вероятности. Подтвердилась гипотеза **H1**.

## 5. Методы определения достоверности различий

**H – критерий Краскела-Уоллеса**

- предназначен для оценки различий по какому-либо показателю между **тремя и более** выборками.

$$H = [12/n(n+1)] * (\sum R^2/n_k) - 3(n+1),$$

**R** – суммы рангов по группам,

**k** – количество групп,

**n<sub>k</sub>** – объем групп,

**n** – объем объединенной выборки.

# 5. Методы определения достоверности различий

## Н – критерий Краскела-Уоллеса

Пример: Существует ли достоверные различия в степени стрессоустойчивости у представителей четырех групп студентов – ПШФ, физики, физической культуры, музыки.

№	Факультет	Тестовые баллы
1	ПШФ	228
2	ПШФ	214
3	ПШФ	239
4	Физики	194
5	Физики	221
6	ФФК	150
7	ФФК	155
8	ФФК	192
9	ФФК	181
10	ФФК	166
11	Музыки	280
12	Музыки	211
13	Музыки	235

# 5. Методы определения достоверности различий

## Н – критерий Краскела-Уоллеса

Подсчет суммы рангов для каждой группы

ФФК		Физики		ППФ		Музыки	
Балл	Ранг	Балл	Ранг	Балл	Ранг	Балл	Ранг
150	1						
155	2						
166	3						
181	4						
192	5						
		194	6				
						211	7,5
				211	7,5		
		220	9				
				228	10		
						235	11
				239	12		
						280	13
$\sum r_1 = 15$		$\sum r_2 = 15$		$\sum r_3 = 29,5$		$\sum r_4 = 31,5$	

## 5. Методы определения достоверности различий

**H** – критерий Краскела-Уоллеса

$H = [12/n(n+1)] * (\sum R^2/n_k) - 3(n+1),$

**R** – суммы рангов по группам,

**k** – количество групп,

**n<sub>k</sub>** – объем групп,

**n** – объем объединенной выборки.

$H = [12/13(13+1)] * (15^2/5 + 15^2/2 + 29,5^2/3 + 31,5^2/3) -$

$-3(13+1) \approx 9,4.$

# 5. Методы определения достоверности различий

## Н – критерий Краскела-Уоллеса

$$H = [12/13(13+1)] * (15^2/5 + 15^2/2 + 29,5^2/3 + 31,5^2/3) - 3(13+1) \approx 9,4.$$

Степень свободы Н-критерия:  $df = k - 1 = 4 - 1 = 3.$

Для определения табличного (критического) распределения статистики  $\chi^2$  используем таблицу.

df	p = 0,1	p = 0,05	p = 0,01
3	6,25	7,82	11,35

## 5. Методы определения достоверности различий

### **H – критерий Краскела-Уоллеса**

**Гипотеза H<sub>0</sub>:** если  $H_{\text{расчетная}} < H_{\text{табличная}}$ , то между рядами показателей **не существует** достоверное различие на уровне 95 % вероятности.

**Гипотеза H<sub>1</sub>:** если  $H_{\text{расчетная}} \geq H_{\text{табличная}}$ , то между рядами показателей **существует** достоверное различие на уровне 95 % вероятности.

Так как,  $H_{\text{расчетная}} (9,4) > H_{\text{табличная}} (7,815)$ , то между анализируемыми рядами показателей **существует** достоверное различие на уровне 95 % вероятности. Подтвердилась гипотеза **H<sub>1</sub>**.



## 6. Методы определения коэффициентов корреляции

## 6. Методы определения коэффициентов корреляции

**Корреляция** — оценка статистической связи между двумя рядами данных.

- изменяются ли показатели одного ряда при изменении показателей другого ряда.

Коэффициент корреляции — в пределах:  
от **+1** (прямая функциональная связь)  
до **-1** (обратная функциональная связь).

Если коэффициент корреляции близок к **0**, то между рядами данных статистической связи нет.

## 6. Методы определения коэффициентов корреляции

**Виды коэффициентов корреляция:**

$r_{xy}$  — коэффициент корреляции Пирсона,

$\rho_{\text{Спирмена}}$  — коэффициент ранговой корреляции Спирмена.

## 6. Методы определения коэффициентов корреляции

**$r_{xy}$  — коэффициент корреляции Пирсона**

**Ограничения:**

- количественные показатели,
- симметричное (нормальное) распределение данных.

$$r_{xy} = \frac{(n * \sum x_i * y_i - \sum x_i * \sum y_i) / \sqrt{[n * \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2] * [n * \sum y_i^2 - (\sum y_i)^2]}}$$

## 6. Методы определения коэффициентов корреляции

**$r_{xy}$  — коэффициент корреляции Пирсона**

**Пример:** найти корреляционную связь между объемом зрительного внимания ( $x$ ) и количеством ошибок ( $y$ ).

$$r_{xy} = \frac{(n * \sum x_i * y_i - \sum x_i * \sum y_i) / \sqrt{[n * \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2] * [n * \sum y_i^2 - (\sum y_i)^2]}}$$

# 6. Методы определения коэффициентов корреляции

$$r_{xy} = \frac{(n * \sum x_i * y_i - \sum x_i * \sum y_i) / \sqrt{[n * \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2] * [n * \sum y_i^2 - (\sum y_i)^2]}}$$

n	x <sub>i</sub>	y <sub>i</sub>	x <sub>i</sub> * y <sub>i</sub>	x <sub>i</sub> <sup>2</sup>	y <sub>i</sub> <sup>2</sup>
1	10	2	20	100	4
2	10	4	40	100	16
3	9	3	27	81	9
4	9	5	45	81	25
5	8	3	24	64	9
6	7	6	42	49	36
7	7	9	63	49	81
8	5	9	45	25	81
9	5	7	35	25	49
10	4	10	40	16	100
	<b>∑x<sub>i</sub> = 74</b>	<b>∑y<sub>i</sub> = 58</b>	<b>∑x<sub>i</sub> * y<sub>i</sub> = 381</b>	<b>∑x<sub>i</sub><sup>2</sup> = 590</b>	<b>∑y<sub>i</sub><sup>2</sup> = 410</b>

$$r_{xy} = \frac{(n * \sum x_i * y_i - \sum x_i * \sum y_i)}{\sqrt{[n * \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2] * [n * \sum y_i^2 - (\sum y_i)^2]}}$$

$$r_{xy} = \frac{(10 * 381 - 74 * 58)}{\sqrt{[10 * 590 - 74^2] * [10 * 410 - 58^2]}}$$

$$= \frac{-482}{\sqrt{558,40}}$$

$$\approx -0,86$$

**-0,86.**

n	x <sub>i</sub>	y <sub>i</sub>	x <sub>i</sub> * y <sub>i</sub>	x <sub>i</sub> <sup>2</sup>	y <sub>i</sub> <sup>2</sup>
1	10	2	20	100	4
2	10	4	40	100	16
3	9	3	27	81	9
4	9	5	45	81	25
5	8	3	24	64	9
6	7	6	42	49	36
7	7	9	63	49	81
8	5	9	45	25	81
9	5	7	35	25	49
10	4	10	40	16	100
	<b>∑x<sub>i</sub> = 74</b>	<b>∑y<sub>i</sub> = 58</b>	<b>∑x<sub>i</sub> * y<sub>i</sub> = 381</b>	<b>∑x<sub>i</sub><sup>2</sup> = 590</b>	<b>∑y<sub>i</sub><sup>2</sup> = 410</b>

## 6. Методы определения коэффициентов корреляции

Для оценки значимости  $r_{xy}$  необходимо сравнить полученный коэффициент с табличным коэффициентом:

**Гипотеза  $H_0$ :** если  $r_{xy} \leq r_{\text{табличная}}$ , то между рядами показателей не существует достоверная связь на уровне 95 % вероятности.

**Гипотеза  $H_1$ :** если  $r_{xy} > r_{\text{табличная}}$ , то между рядами показателей существует достоверная связь на уровне 95 % (99%) вероятности.

Так как,  $r_{xy} (-0,86) > r_{\text{табличная}} (0,77)$ , то между анализируемыми рядами показателей существует достоверная обратная связь на уровне 99 % вероятности. Подтверждается гипотеза  $H_1$ .



## 6. Методы определения коэффициентов корреляции

**$\rho$  — коэффициент ранговой корреляции Спирмена**

Ограничения применения:

-наличие качественных показателей.

$$\rho = 1 - 6 * \sum d_i^2 / n (n^2 - 1).$$

## 6. Методы определения коэффициентов корреляции

$$\rho = 1 - 6 * \sum d_i^2 / n (n^2 - 1).$$

## 6. Методы определения коэффициентов корреляции

$$\rho = 1 - 6 * \sum d_i^2 / n (n^2 - 1).$$

$$\rho = 1 - 6 * 62 / 10 (100 - 1) \approx 1 - 0,376 \approx 0,624.$$

## 6. Методы определения коэффициентов корреляции

Для оценки значимости  $\rho$  необходимо сравнить полученный коэффициент с табличным коэффициентом:

**Гипотеза  $H_0$ :** если  $\rho \leq \rho_{\text{табличная}}$ , то между рядами показателей не существует достоверная связь на уровне 95 % вероятности.

**Гипотеза  $H_1$ :** если  $\rho > \rho_{\text{табличная}}$ , то между рядами показателей существует достоверная связь на уровне 95 % (99%) вероятности.

Так как,  $\rho (0,624) > \rho_{\text{табличная}} (0,564)$ , то между анализируемыми рядами показателей существует достоверная прямая связь на уровне 95 % вероятности. Подтверждается гипотеза  $H_1$ .

## 7. Кластерный анализ

# Кластерный анализ

(таксономический) анализ используется для упорядочивания объектов и объединения их в однородные разряды.

**Кластер** — это группа объектов, характеризующаяся повышенной плотностью и дисперсией.

# Кластерный анализ

Однородность объектов определяется по расстоянию  $\rho(x_1, x_2)$ .

Объекты считаются однородными, если