

Системы счисления

Системой счисления называется способ записи чисел с помощью некоторого набора цифр.

Примеры:

1. Десятичная с. сч.

Набор цифр: 0, 1, 2, ..., 9 Числа: 2, 301, ...
 { основание = 10 }

2. Двоичная с. сч.

Набор цифр: 0, 1 Числа: 0, 1, 10, 101, ...
 { основание = 2 }

3. Шестнадцатеричная с. сч.

Набор цифр: 0, 1, 2, ..., 9, A, B, C, D, E, F Числа: 37, A5, F0
 { основание = 16 }

Основанием системы счисления называется количество цифр, используемых для записи числа

Системы счисления

Непозиционные

Системы счисления, в которых каждой цифре соответствует величина, не зависящая от её места в записи числа

Древнегреческая,
кириллическая,
римская

Позиционные

Системы счисления, в которых вклад каждой цифры в величину числа зависит от её положения (позиции) в последовательности цифр, изображающей число

Десятичная, двоичная и т.д.

Двоичная с. сч.

Разряды 4 3 2 1 0

$$1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 1 = 1*2^0 + 0*2^1 + 1*2^2 + 1*2^3 + 1*2^4 =$$

Теперь вычислим полученную сумму:

$$= 1 + 0 + 4 + 8 + 16 = 29$$

Перевод двоичных чисел в десятичные

**Как перевести
двоичное число в
десятичное**

Двоичное число надо представить в виде суммы произведений соответствующих его цифр на соответствующие степени числа 2, а затем вычислить полученную сумму.

Степени числа 2:

$$2^0 = 1 \quad 2^1 = 2 \quad 2^2 = 4 \quad 2^3 = 8 \quad 2^4 = 16 \quad 2^5 = 32$$

$$2^6 = 64 \quad 2^7 = 128 \quad 2^8 = 256 \quad 2^9 = 512 \quad 2^{10} = 1024$$

Упражнения: Перевести двоичные числа 1). 1011 2). 10000000 3). 110011010 в десятичные.

3 2 1 0

$$\begin{aligned} 1). \quad 1 \ 0 \ 1 \ 1 &= 1*2^0 + 1*2^1 + 0*2^2 + 1*2^3 = \\ &= 1 + 2 + 0 + 8 = 11 \end{aligned}$$

Ответ: 11

7 6 5 4 3 2 1 0

$$2). \quad 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 = 1 * 2^7 = 128$$

Ответ 128

8 7 6 5 4 3 2 1 0

$$\begin{aligned} 3). \quad 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 &= 0*2^0 + 1*2^1 + 0*2^2 + 1*2^3 + 1*2^4 + 0*2^5 + 0*2^6 + 1*2^7 = \\ &= 0 + 2 + 0 + 8 + 16 + 0 + 0 + 128 = 154 \end{aligned}$$

Ответ: 154

Перевод десятичных чисел в двоичные

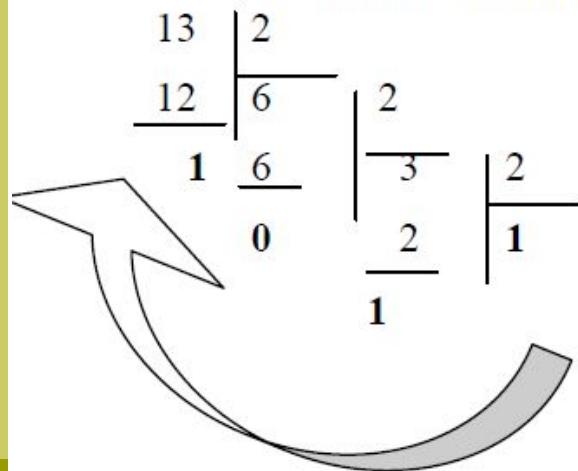
Как перевести десятичное число в двоичное

Десятичное число надо последовательно делить нацело на 2, а затем выписать результат из остатков деления справа налево.

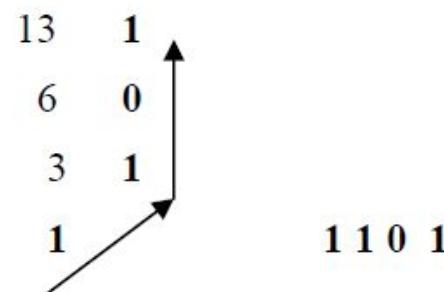
Пример 1:

Перевести десятичное число 13 в двоичное.

Решение: Способ 1



Способ 2



Ответ: 1101

Можно сделать проверку:

$$\begin{array}{r} 3 \ 2 \ 1 \ 0 \\ 1 \ 1 \ 0 \ 1 = 1 * 2^0 + 0 * 2^1 + 1 * 2^2 + 1 * 2^3 = \\ = 1 + 0 + 4 + 8 = 13 \end{array}$$

Домашнее задание

Переведите:

- 1. двоичное число в десятичное:
101001
- 2. двоичное число в десятичное:
1101101
- 3. десятичное число в двоичное: **62**
- 4. десятичное число в двоичное: **123**
- 5. ваш рост и вес в двоичное число.

Двоичная арифметика

- Введение
- Сложение
- Умножение
- Вычитание
- Деление
- Закрепление изученного

Введение

Для того чтобы лучше освоить двоичную систему счисления, необходимо освоить выполнение арифметических действий над двоичными числами.

Все позиционные системы счисления "одинаковы", а именно, во всех них арифметические операции выполняются по одним и тем же правилам:

- справедливы одни и те же законы арифметики: *коммутативный* (результат не меняется при перестановке слагаемых или сомножителей), *ассоциативный* (результат не меняется при группировке слагаемых или сомножителей), *дистрибутивный* (операцию произведения можно выполнить по частям – для каждого слагаемого, входящего во второй сомножитель);
- справедливы правила сложения, вычитания, умножения и деления столбиком;
- Правила выполнения арифметических операций опираются на таблицы сложения и умножения.

Сложение

Правила сложения:

$$0+0=0$$

$$1+0=1$$

$$0+1=1$$

$1+1=10$ (результат сложения двух единиц:
ноль и единица переноса в старший разряд)



Сложение двоичных чисел выполняются в столбик.

Примеры:

$$\begin{array}{r} 10110 \\ + \quad 101 \\ \hline 11011 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1001 \\ + 1010 \\ \hline 10011 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1111 \\ + \quad 1 \\ \hline 10000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 101,011 \\ + \quad 1,11 \\ \hline 111 ,001 \end{array}$$



Умножение

Правила умножения:

$$0 * 0 = 0$$

$$1 * 0 = 0$$

$$0 * 1 = 0$$

$$1 * 1 = 1$$



Умножение двоичных чисел производится в столбик аналогично умножению десятичных чисел.

Примеры:

$$\begin{array}{r} 1011 \\ *101 \\ \hline + 1011 \\ \hline 1011 \\ \hline 110111 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1101 \\ *11 \\ \hline 1101 \\ \hline +1101 \\ \hline 100111 \end{array}$$



Вычитание

Правила вычитания:

$$0-0=0$$

$$1-0=1$$

$$1-1=0$$

$10-1=1$ (из нуля вычесть единицу нельзя,
поэтому для вычитания необходимо
занять единицу у старшего разряда)



При выполнении операции вычитания всегда из большего по абсолютной величине вычитается меньшее и у результата ставится соответствующий знак.

Примеры:

$$\begin{array}{r} 1011 \\ -111 \\ \hline 100 \end{array} \quad \begin{array}{r} 1001 \\ -110 \\ \hline 11 \end{array} \quad \begin{array}{r} 11-1011 = -(1011-11) \\ 1011 \\ - 11 \\ \hline 1000 \end{array}$$



Деление

Деление в двоичной системе счисления выполняется, как и в десятичной системе.

Пример:

$$\begin{array}{r} 10101 \\ - 111 \\ \hline 111 \\ - 111 \\ \hline 0 \end{array}$$



Закрепление изученного

№1 Выполните сложение:

- 1) $100101 + 101 =$
- 2) $101101 + 111 =$
- 3) $11001,1 + 11,01 =$

№2 Выполните умножение:

- 1) $100001 * 10010 =$
- 2) $110001 * 1011 =$
- 3) $101 * 101 =$

№3 Выполните вычитание:

- 1) $1000101 - 1010 =$
- 2) $1101101 - 110 =$
- 3) $110101 - 101 =$

№4 Выполните деление:

- 1) $10000 : 10 =$
- 2) $101101 : 101 =$
- 3) $100011 : 11 =$

Ответы



Ответы

№1 Выполните сложение:

- 1) $100101 + 101 = 101010$
- 2) $101101 + 111 = 110100$
- 3) $11001,1 + 11,01 = 11100,11$

№2 Выполните умножение:

- 1) $100001 * 10010 = 1001010010$
- 2) $110001 * 1011 = 1000011011$
- 3) $101 * 101 = 11001$

№3 Выполните вычитание:

- 1) $1000101 - 1010 = 111011$
- 2) $1101101 - 110 = 1100111$
- 3) $110101 - 101 = 110000$

№4 Выполните деление:

- 1) $10000 : 10 = 1000$
- 2) $101101 : 101 = 1001$
- 3) $100011 : 11 = 1011$

