

# Степенные производные функции комплексных переменных

Выполнил:

Студент группы № 813Д

Бельченко Н.

Варламова Н.

На некотором множестве точек,  
изображающих значения комплексного  
переменного  $z$  задана функция

$$\omega = f(z)$$

если каждой точке  $z$  этого множества  
поставлено в соответствие одно или  
несколько значений  $\omega$ .

Если каждой точке  $z$  соответствует одно значение  $\omega$ , то функция

$$\omega = f(z)$$

называется однозначной.

Если каждой точке  $z$  соответствует несколько значений  $\omega$ , то функция

$$\omega = f(z)$$

называется многозначной.



Функция  $\omega = z^2$  - однозначна.

Ее можно считать определенной на всей плоскости, т.к. по формуле введения комплексного числа в степень, любому комплексному числу  $z$  ставится в соответствие одно значение  $z^2$ .



Функция  $\omega = \text{Arg}z$  - многозначна.

Она определена с точностью до  $2\pi$  и определена на всей плоскости, кроме точки  $z=0$  (при  $z=0$   $\text{Arg}z$  не имеет смысла).

Поскольку задание комплексного числа равносильно заданию двух действительных чисел  $x$  и  $y$ :

$$z = x + i \cdot y$$

то числу  $\omega$  тоже однозначно соответствует пара действительных чисел  $u$  и  $v$ :  $\omega = u + i \cdot v$

Поэтому зависимость  $\omega = f(z)$

между комплексной функцией  $\omega$  и комплексным аргументом  $z$  равносильна зависимости:

$$u = u(x, y)$$

$$v = v(x, y)$$

определяющей действительные величины  $u$  и  $v$  как функции действительных аргументов  $x$  и  $y$ .

Если значения аргумента  $z$  изображать точками на плоскости  $Z$ , а значения функции  $\omega$  – точками на плоскости  $W$ , то функция  $\omega = f(z)$

устанавливает зависимость между точками плоскости  $Z$ , в которых эта функция определена, и точками плоскости  $W$ .

Таким образом устанавливается отображение точек плоскости  $Z$  на соответствующие точки плоскости  $W$ .

Пусть  $g$  – множество точек плоскости  $Z$ , на которых определена функция  $\omega = f(z)$

а  $G$  – множество точек плоскости  $W$ , на которое отображаются точки функции  $\omega = f(z)$

Каждой точке множества  $G$  будет соответствовать одна или несколько точек множества  $g$ . Это будет означать, что на множестве  $G$  определена некоторая функция  $z = \varphi(\omega)$

Эта функция будет обратной к функции  $\omega = f(z)$

Если функция  $\omega = f(z)$

однозначна., то и обратная к ней функция будет однозначной, если отображение  $g \rightarrow G$  взаимно однозначно.



