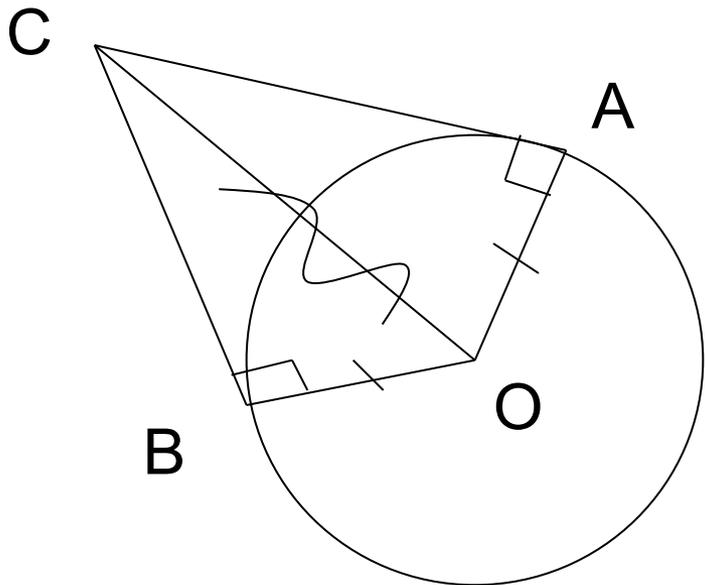


# **7 вопросов по планиметрии**



**Отрезки касательных, проведенных к окружности из одной точки, равны.**

**Решение**

1. Рассмотрим  $\triangle CBO$  и  $\triangle CAO$ .

а) $CO$ -общая	}	$\triangle CBO = \triangle CAO$
б) $BO = OA = R$		

2 $\triangle CBO = \triangle CAO$	}	$CA = CB$

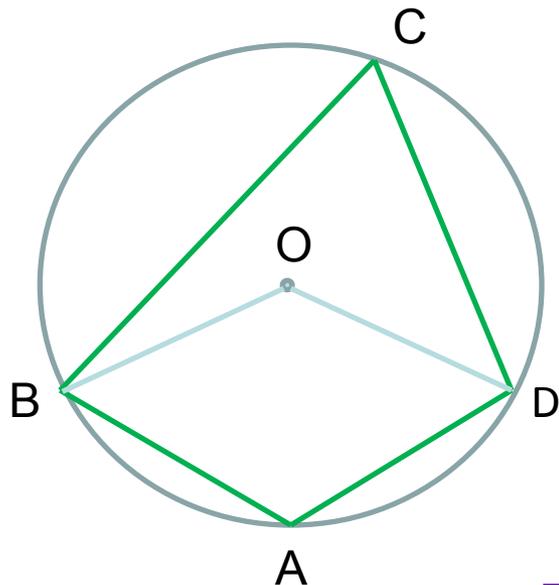
1.

а) гипотенуза.

б) катетами является радиус.

Два треугольника равны по двум катетам и гипотенузе.

2. Следует из п. 1.



Сумма противоположных углов вписанного четырехугольника равна  $180^\circ$ .

**Дано:** ABCD – четырехугольник, вписанный в окружность с центром O.

**Доказать:**  $A + C = 180^\circ$ .

### Доказательство:

1) ABCD - выпуклый

2)  $\angle BAD = 0,5 \angle BOD$

3)  $\angle BCD = 0,5 \angle BOD$

4)  $\angle BAD + \angle BCD = 0,5 * 360^\circ$

5) Следовательно  $\angle A + \angle C = 180^\circ$

6) Аналогично рассматриваются  $\angle B$  и  $\angle D$

1) Вершины A и C лежат по разные стороны прямой BD

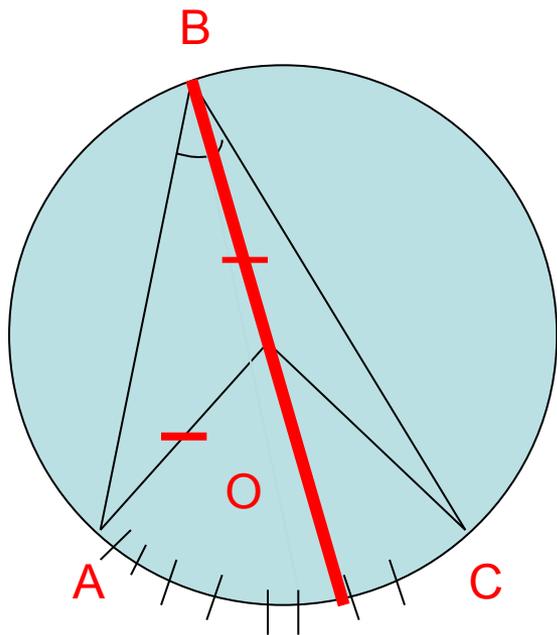
2) По свойству вписанных углов, где  $\angle BOD$  – соответствующий центральный угол

3) Вписанный угол равен половине дуги, на которую он опирается

4) Следует из п.2,3; сумма дополнительных центральных углов равна  $360^\circ$

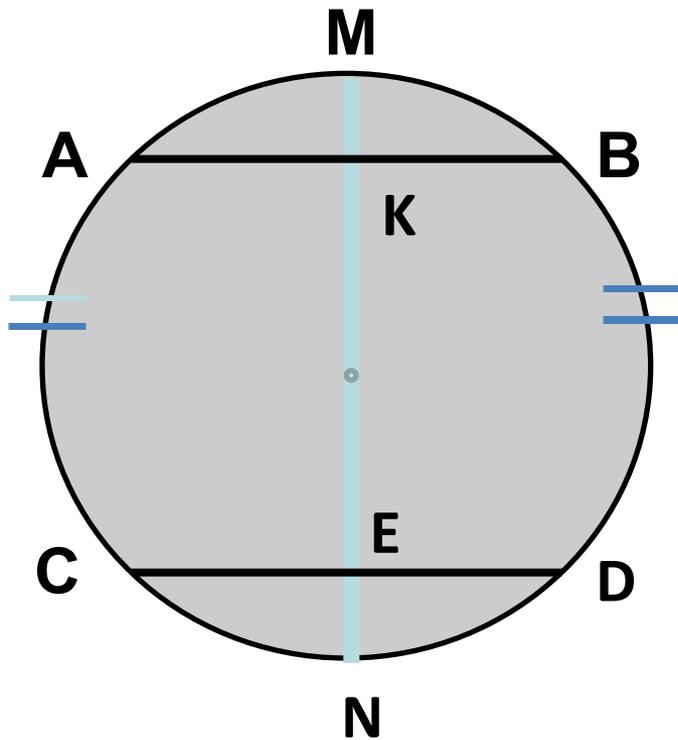
5) ---

6) Сумма всех углов четырехугольника равна  $360^\circ$



$$\angle ABC = \frac{1}{2} \overset{\frown}{AC},$$
$$\angle ABC = \frac{1}{2} \angle AOC$$

**ВПИСАННЫЙ УГОЛ  
РАВЕН ПОЛОВИНЕ  
ДУГИ, НА  
КОТОРУЮ ОН  
ОПИРАЕТСЯ**



Дуги, заключенные между параллельными хордами,

равны:  
Дано:

окружность;

MN- диаметр;

AB и CD - хорды.

Доказать:

$$\sphericalangle AC = \sphericalangle BD$$

**Доказательство:** 1) Пусть хорда  $AB \parallel CD$ .

2) Проведём диаметр  $MN \perp AB$ .

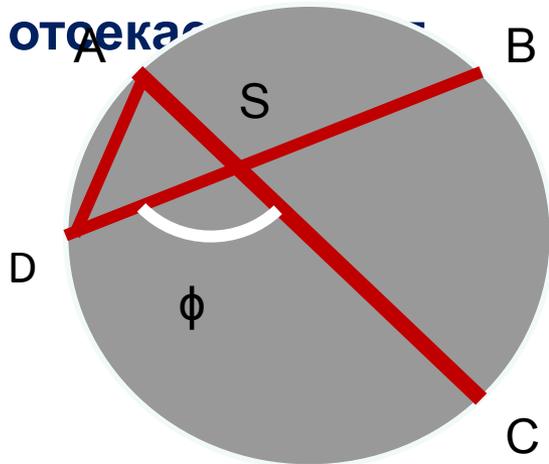
3) Так как  $CD \parallel AB$ , то  $MN \perp CD$ .

4) Перенесём чертёж по диаметру MN так, чтобы правая часть совпала с левой. Тогда точка B совпадёт с точкой A, так как они симметричны относительно оси MN.

5) Аналогично, точка D совпадёт с точкой C. Отсюда

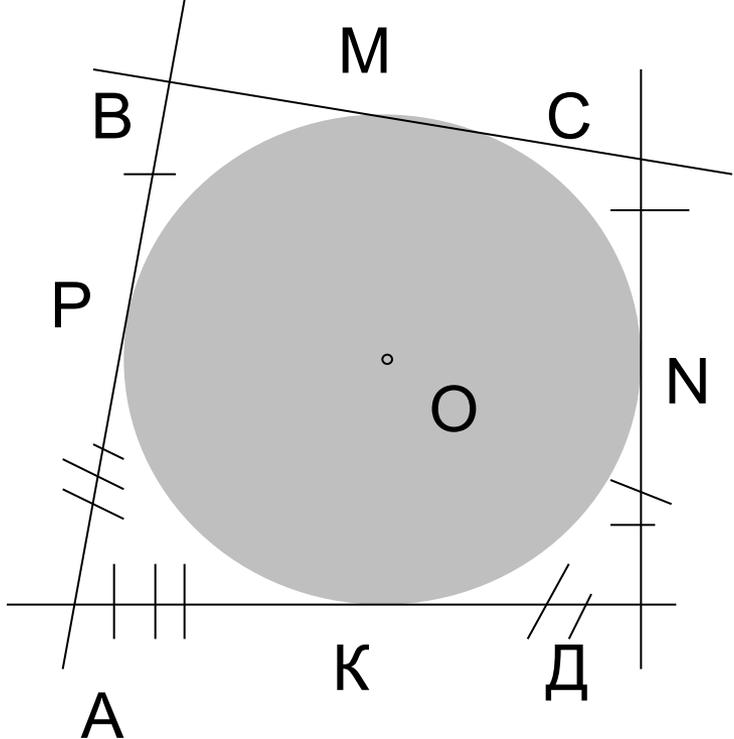
$$\sphericalangle AB = \sphericalangle CD$$

## Угол между пересекающимися хордами равен полусумме отсеков



Доказать  $\phi = \frac{1}{2}$   
:  $(AB + CD)$

- 1) Проведем хорду AD, где D – точка пересечения прямой BC с окружностью
- 2)  $\angle \phi$  внешний угол  $\Delta ABS$
- 3)  $\angle A$  и  $\angle D$  вписаны в окружность
- 4)  $\angle A$  равен половине центрального угла, дугой которого является DC
- 5)  $\angle D$  равен половине центрального угла, дугой которого является AB
- 6) Отсюда следует, что  $\phi = \frac{1}{2}(AB + CD)$



**В**  
**четыреугольнике**  
**противоположных**  
**равны**

**описанном**  
**суммы**  
**сторон**

Дано: 1) ABCD описан около окружности;  
2) AB, BC, CD и DA – касательные к окружности  
Доказать:  $AB + CD = AD + BC$

Доказательство

- 1) Обозначим точки касания буквами M, N, K, P
- 2) На основании свойств касательных, проведенных к окружности из одной точки, имеем :  
 $AP = AK;$   
 $BP = BM;$   
 $DN = DK;$   
 $CN = CM$
- 3) Сложим почленно эти равенства Получим:  
 $AP + BP + DN + CN = AK + BM + DK + CM,$  т.е.  $AB + CD = AD + BC$